寄　　書

底の変換についての 2, 3 の注意*

野 崎 昭 弘**

底の変換ということは，情報処理の周辺の，小さな問題であるが，外国の文献をみていると，時折この問題を扱った小論がのっているのが目につく．最近も，Comm. ACM の 4 月号 (Vol. 7, No. 4. 1964) に，

"An Algorithm for Converting Integers from Base Alpha to Base Beta"

と称する，H.T. Gladwin の論文がのっていた．これを機縁に，Gladwin の論文についての 1, 2 の注意と，筆者自身の工夫とを併せて述べてみたい．

第 1 に注意すべきことは，Gladwin が 'A little known' として述べている algorithm が，実は久しい以前に，Croy によって紹介されていることである (1961)***. Croy は二進十進変換についてしか述べなかったが，翌年 Rozier[2] が同じ方法で十進二進変換の algorithm を述べ，さらに一般の場合（底 α から底 β）の変換にも応用できることを注意している．

しかし Croy などは，その方法の正当法については，簡単な略証しか与えていない．また，Rozier の示している数値計算例は，'運のよい' 場合であって，実際上起り得るちょっとした難点については一言もふれていない．これらの点については，Gladwin の方によく書かれている．

一方，Gladwin の示した証明は，一般性には富んでいるが，なかなか難解である．そこで，第 2 の注意として，'繰り返し記号' Λ なるものを導入すると，きわめて自然に証明が述べられることを，次に述べよう．

Croy-Gladwin 法について

まず，念のために，Croy-Gladwin の方法を，簡単に説明しておこう．たとえば八進数 2751 を十進数に変換する手順を示せば

```
  2751     2×2=4*
 − 4
 ─────
  2351     23×2=46
 − 46
 ─────
  1891     189×2=378
 − 378
 ─────
  1513  ……(答)
```

実際，$2\times 8^3+7\times 8^2+5\times 8+1=1513$.

計算はすべて十進法で行なわれるので，手計算に適している．

次に，記号 Λ について述べる．これは，statement の反復を指示する記号である．たとえば，

$$S:=\mathop{\Lambda}_{i=1}^{k}(S+a_i) \qquad (1)$$

は，assignment statement の k 回の反復，詳しくかけば次のプロセスをあらわしている．

```
for i:=1 step 1 until k do
    S:=S+a[i];
```

なお，特に指示のない限り，S の初期値は 0 **とみなす**．したがって，(1) によって求められる S の値は，

$$S=\sum_{i=1}^{k}a_i$$

となる．

さて，底 α を底 β に変換する問題を考えよう．底 α によって，$a_0\cdots\cdots a_n$ として表現される x は，記号 Λ によれば次のように表わされ，また変形される．

$$\begin{aligned} x:&=\mathop{\Lambda}_{i=0}^{n}(x\times\alpha+a_i)\\ &=\mathop{\Lambda}_{i=0}^{n}((x\times\beta+a_i)-(\beta-\alpha)\times x) \qquad (2)\end{aligned}$$

(2) 式が Croy-Gladwin の方法そのものである．

この方法の利点は，各 step において，x を底 β の数とみなしてよいことである．それは，厳密には帰納法で証明しなければならないが，式 (2) の形から明らかであろう．ただし，$\alpha>\beta$ の場合には，桁数字 a_i

---

* Some Notes on Converting Integers

** 東大教養学部基礎科学科

*** 参考文献 1) 参照．Rozier の方法については 2) 参照．

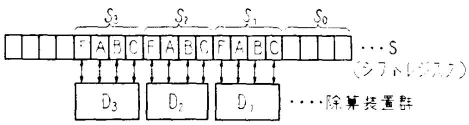
* 上位 i 桁をとり，十進数として 2 倍し，1 桁右にずらして引く．それを繰り返す．($i=1, 2, \cdots\cdots$)

には β 以上の数字が現われ得るので，x は**広義** β 進数とみなさるべきである．

上昇法の一応用

底の変換については，特別のハードウェアを設ける方法もいくつか提案されている[3~5]．しかしそれらの中では，筆者の方法が最も速く，しかも装置も簡単になると思われるので，次に述べてみよう．

目標は，正の二進整数 x を十進に変換することである．変換の原理としては，x を十で割って最下位の桁数字を求め，その商をまた十で割って一つ上の桁数字を求め，それを繰り返すという，いわゆる**上昇法**を採用する．ただし，十，すなわち二進数 1010 で割ることの代りに，末尾が 0 であることに着眼して，101 で割ることにする．早速，具体例によって，方法を説明しょう．



第 1 図

Sの一つのます目は 1 ビットをあらわす．

第 1 図は変換装置の簡単な例で，7 桁の二進数の変換ができる．S はシフトレジスタであり，D_1, D_2, D_3 は除算装置で，(101) を除数とする restoring division を，互に独立に行なうことができる（商を F, 剰余を A, B, C におく）．

この装置の全体的な動作は次のとおりである．まず x（たとえば 1110111）を，S の右端におく（**第 2 図**）．次に，D_1, D_2, D_3 による (101) を除数とする S_1, S_2, S_3 の除算を，併行して行なう．それが終ってから，S の内容を 1 桁左にシフトする．

このような，除算と左シフトとを，交互に 4 回ずつ繰り返すと，S の $S_3 \cdot S_2 \cdot S_1$ 部分に，求める十進数が，binary coded decimal の形で，ぴったり求まっている（**第 2 図**）．

繰り返し回数（この装置では 4）は，S_0 部分のビット数に一致する．

各々の除算装置は，わずか 3 ビットの定数の restoring " subtraction " を行なうだけであるから，簡単な回路で実現でき，所要時間も，4 ビットの数の加算と変わりない．したがって，シフトに要する時間を加えても，全体として，およそ 1 回の乗算時間程度で変換が完了する．

時間区分		S の内容															
		S_3				S_2				S_1				S_0			
		F	A	B	C	F	A	B	C	F	A	B	C				
初期状態		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
計算順序	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	
	3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	
	4	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1		
	5	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1		
	6	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1			
	7	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1			
	8	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1				
最終結果		1				1				9							

第 2 図

$0 \leqq x < 2^8$ だけを問題にするならば，D_3 は実は不要である．しかし，x の小さい値に対しても，除算装置が「害を及ぼさない」ことを強調するために，つけ加えておいた．

この方法は，十進法の 10 が二進法では 1010 であること，したがって除算は 101 で行なえばよいことを本質的に利用している（そのおかげで，求めるすべての桁数字が**同時**に求るのである）．そのため，この方法は二進十進変換には適しているが，一般の $\alpha-\beta$ 変換に応用しても，効果があるとは限らない．

謝　辞

この研究は，筆者の電気通信研究所在職当時に行なわれたものである．御指導を賜った福井電子応用研究室長（当時），池野調査役はじめ，研究室員各位に感謝の意を表したい．

参 考 文 献

1) Croy, J.E. : Rapid Technique of Manual or Machine Binary-to-Decimal Integer Conversion Using Decimal Radix Calculation. (IRE Trans. EC-10. No. 4)
2) Rozier, C.P. : Decimal-to-Binary Conversion using Octal Radix Arithmetic. (IRE Trans. EC-11. No. 5)
3) Lynch, W.C. : On a Wired-in Binary-to-Decimal Conversion Scheme (Com. ACM. Vol. 5, No. 3)
4) Kinter, P.M. : Converting Integers (Control Engineering. Vol. 9, No. 11)
5) 野崎昭弘：2 進数の連続除算装置（特願 38-7659）

（昭和 39 年 6 月 5 日受付）