

領域分割に基づく大規模静磁場問題の数値計算

Numerical Analysis of a Large-scale Magnetostatic Problems based on Domain Decomposition

屋 雄介[†] 荻野 正雄[‡] 石井 克哉[‡]
Yusuke Oku Masao Ogino Katsuya Ishii

1. はじめに

近年, CPU の演算速度向上やマルチコア化, 総主記憶容量の大規模化により, 大規模自由度モデルを用いた計算機シミュレーションに対する需要が高まっている. これに対して, 領域分割法はその高い並列効率などから大規模解析に有効な手法の1つとして知られており, オープンソースの汎用並列有限要素解析システム ADVENTURE [1]で採用されている. しかし, 領域分割法のプログラム構成は複雑であり, 例えば利用者が ADVENTURE に解析機能を追加することは困難である. また, 既存の有限要素法解析システムに領域分割法を適用することも難しい.

以上の背景から, 既存の有限要素法解析システムに対して領域分割法を容易に適用可能とするために, 領域分割法に基づく反復法ライブラリを開発する. 今回は, 開発中のライブラリを用いて, 静磁場解析の逐次プログラムを領域分割に基づいて並列化し, 領域分割法を採用している静磁場解析システム ADVENTURE_Magnetic[1]と比較し, 提案手法の有用性を検証する.

2. 領域分割に基づくオーダリング

領域分割法は, 解析対象となる領域を幾つかの部分領域に分割し, 部分領域ごとの計算を並列に実行できるため, 高い並列効率が期待できる手法である. 以下に, 並列効率を向上するための領域分割に基づくオーダリングアルゴリズムを示す. 有限要素法において解くべき連立一次方程式を次式で表す.

$$Ax = b \quad (1)$$

A は係数行列, x は未知変数ベクトル, b は右辺ベクトルである. ここで, 式(1)の組み立てに用いるメッシュを要素に重なりがない N 個の部分領域に分割する. 領域分割情報を用いて, 部分領域 i に関する項を上付き添え字(i), 部分領域内部自由度に関する項を下付き添え字 I, 部分領域間境界自由度に関する項を B で表すと, 式(1)は次のように並び替えることができる.

$$\begin{pmatrix} A_{II}^{(1)} & & 0 & A_{IB}^{(1)} \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & A_{II}^{(N)} & A_{IB}^{(N)} \\ A_{IB}^{(1)T} & \dots & A_{IB}^{(N)T} & A_{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_I^{(1)} \\ \vdots \\ x_I^{(N)} \\ x_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_I^{(1)} \\ \vdots \\ b_I^{(N)} \\ b_B \end{pmatrix} \quad (2)$$

式(2)が領域分割に基づいてオーダリングした式であり, 並列処理しやすいことが分かる.

3. 静磁場解析の評価

静磁場解析に有効な前処理と反復法の組み合わせを調査した. 今回用いた静磁場解析の逐次プログラムを反復法ライブラリ Lis[3]を呼び出すように改良し, 前処理及び反復法をそれぞれ変更し, 収束履歴と計算時間の評価を行った. 解析モデルには TEAM Workshop Problem 20[2]を用いた. また, 実行環境は, CPU が Intel Core2Quad Q9400 2.66GHz, メモリが4GBである. 図1に前処理及び反復法を変更して計測した収束履歴と計算時間(s)を示す.

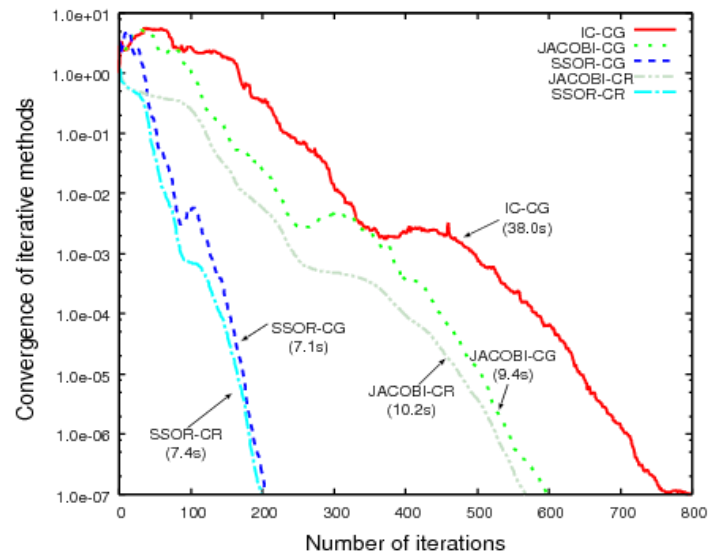


図1: 静磁場解析における収束履歴

静磁場解析では ICCG 法が有効であることが知られているが, 反復回数は SSOR-CR 法の組合せが最も少なく, 計算時間は SSOR-CG 法が最も小さかった. これより, SSOR 前処理が有効であることが得られた.

以上の結果をふまえて, ポスター発表では, 領域分割に基づくオーダリングによる並列処理の性能評価, 領域分割法の性能評価, 及びそれらの ADVENTURE_Magnetic との比較を示す.

参考文献

- [1] ADVENTURE Project Homepage : <http://adventure.sys.t.u-tokyo.ac.jp/jp/>, 2012
- [2] IEEEJ, IEEEJ Technical Report No.486, IEEEJ, (1994).(in Japanese)
- [3] 反復法ライブラリ Lis(a Library of Iterative Solvers for linear systems) : <http://www.ssisc.org/lis/index.ja.html> , 2012

[†]名古屋大学大学院情報科学研究科
Graduate School of Information Science, Nagoya University
[‡]名古屋大学情報基盤センター
Information Technology Center, Nagoya University