

# 02 トポロジ最適化による 構造創成設計

西脇眞二（京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻）

## トポロジ最適化の考え方と 構造創成設計法

デジタルファブリケーションにより高性能な製品開発を行う一方策として、設計案の作成・検討段階における構造最適化技術の利用が考えられる。構造最適化は、機械部品等を対象に、物理的数値モデルと数学的な最適化手法により、所望の性能を最大限向上可能な構造設計案を求める方法である。構造最適化の方法を大別すれば、寸法最適化、形状最適化、トポロジ最適化の3つに分類される。トポロジ最適化<sup>1)</sup>は、構造の形状に加えて穴の数の増減などの形態の変更をも可能とする最も自由度の高い構造最適化の方法で、ほかの2つの方法と比較して、構造の性能をより改善できる可能性を持つ。さらに、この方法は、与えられた初期構造（通常は何もない状態の構造）から、求められる性能を達成できる構造を求める方法、すなわち構造創成設計法としても利用可能である。

トポロジ最適化の基本的な考え方は、求めたい最適構造を示す設計領域 $\Omega_d$ を包含するに十分な固定設計領域 $D$ と、次式に示す特性関数 $\chi_\Omega$ の導入により、最適設計問題を固定設計領域内の材料分布問題に置き換えることにある。

$$\chi_\Omega(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \mathbf{x} \in \Omega_d \\ 0 & \text{if } \mathbf{x} \in D \setminus \Omega_d \end{cases} \quad (1)$$

すなわち、図-1に示したように、最終的に求めたい最適構造を示す領域 $\Omega_d$ を包含するに十分な大きさの固定設計領域 $D$ を設け、固定設計領域 $D$ のある位置 $x$ が最適構造を示す領域 $\Omega_d$ に含まれるのであれば特性関数 $\chi_\Omega$ の値を1とし、そうでなければ、

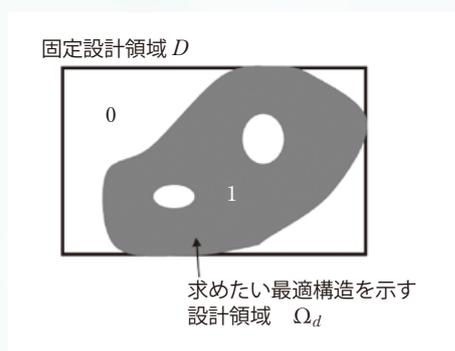


図-1 固定設計領域 $D$ の考え方

特性関数 $\chi_\Omega$ の値を0とすることにより、求めたい最適構造を表現する。

しかし、上の特性関数 $\chi_\Omega$ が無限小の領域において離散化された0または1の値をとることができるので、特性関数は非常にたごの悪い不連続性を持っていることになる。すなわち、無限小の間隔で、特性関数 $\chi_\Omega$ は、たとえば、0, 1, 0, 1, 0, 1...となってもよいことになる。そして、この状況をそのままを取り扱いながら最適設計を行うことは、数値計算上多くの問題点を持つことになる。このような問題を解決するため、通常、大域的な意味において連続関数に置き換えるいわゆる設計空間の緩和を行う。代表的な設計空間の緩和の方法には、均質化法に基づいた方法、密度法などがある。これらの方法により、0または1の値しかとれない特性関数 $\chi_\Omega$ は、0から1までの連続な値をとる正規化された密度 $\rho$ に緩和され、この緩和された設計変数を用いて最適化を行う。

これらの方法の中で、密度法は最も簡易な方法で、今、緩和前と緩和後の弾性テンソルをそれぞれ $E$ 、 $E^H$ とすれば、次式のように簡単な式で表現できる。

$$E^H = E\rho^p \quad (2)$$

ここで、 $p$ はペナルティパラメータと呼ばれる値で、

通常3～4の値を設定する。現在、多くの研究者や、またほとんどの商用ソフトウェアはこの方法を用いている。しかしながら、この方法を用いた場合には、いくつかの数値不安定性の問題を生じる。その中でも、密度 $\rho$ が0と1の中間値となる最適構造を与えるグレースケールは、構造の境界を不明瞭にするため、工学的に解釈の難しい構造を与える。動的問題では、特にその創出は顕著であるが、その抜本的な除去方法はいまだ開発されていない。

この問題を解決する方法として、筆者のグループでは、レベルセット法による形状表現を用いたトポロジ最適化の方法<sup>2)</sup>を開発してきた。この方法では、次式に示すレベルセット関数 $\phi(x)$ により、形状表現を行う。

$$\begin{cases} 0 < \phi(x) \leq 1 & \text{for } x \in \Omega \setminus \partial \Omega \\ \phi(x) = 0 & \text{for } x \in \partial \Omega \\ -1 \leq \phi(x) < 0 & \text{for } x \in D \setminus \partial \Omega \end{cases} \quad (3)$$

そして、特性関数 $\chi_{\Omega}$ をレベルセット関数 $\phi(x)$ の関数とすることにより、トポロジ最適化問題を取り扱う。ただし、この形状表現を用いた場合にも、特性関数は非常にたちの悪い不連続性を持つ。この問題を解決するため、ここでは、チコノフの正規化法を導入する。すなわち、目的関数にレベルセット関数の全変動(Total Variation)たる $\frac{1}{2} \int_D |\nabla \phi| d\Omega$ 項を付加し、目的関数と全変動の最小化を同時に行うことにより、設計空間の緩和を行う。そして、フェーズフィールド法の考え方を導入し、最適化問題の定式化から反応拡散方程式を導出し、その式を解くことにより最適解を得る。ここで、フェーズフィールド法とは、二相以上の相変態問題において、相間の境界に2つの相を遷移する領域(フェーズフィールド)を設け、そのフェーズフィールドの移動をスカラー関数であるフェーズフィールド変数を用いて表現する方法であり、材料科学分野や、数値流体力学分野において多く広く利用されている。ここでは、フェーズフィールド変数をレベルセット関数と置き換えることにより、その考え方をを用いている。以下の章では、以上のトポロジ最適化の方法により得られたいくつかの事例を示す。なお、以下に示すすべ

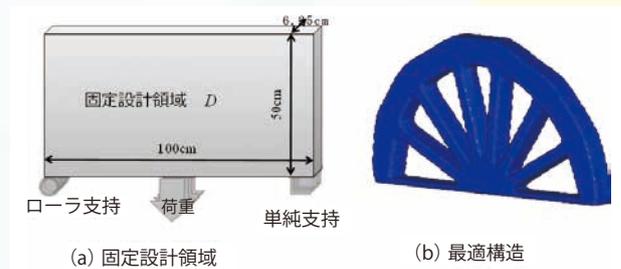


図-2 剛性最大化問題の最適化結果

ての事例においては、メモリを16GBほど搭載した通常のパソコンにより最適構造を求めている。最適化に必要な時間は2次元問題では1時間以内、3次元問題でも5～6時間ほどで、この点からも実用的な構造最適化手法と考えている。

## 剛性最大化問題への適用事例

まず、代表的な最適設計問題である剛性最大化問題について、その事例を示す。ここでは、前章で紹介したレベルセット法による形状表現を用いたトポロジ最適化の方法により得られた結果<sup>2)</sup>を紹介する。

図-2に最適化結果を示す。図-2(a)に示した直方体形状の固定設計領域の右下側を単純支持し、左側をローラ支持し、下側中央に荷重を負荷した場合について、体積制約をあらかじめ設定した固定設計領域がすべて材料で満たされているとした場合の体積の40%として、剛性の最大化を図った。図-2(b)には最適構造を示す。これより、グレースケールのないきわめて明瞭で、剛性最大化の観点から力学的に妥当な最適構造が得られていることが分かる。また、この結果は固定設計領域において、求められる性能を最大限達成できる構造が創成されていると捉えることもできる。

## ユニバーサルデザインを目指したコンプライアントメカニズム設計への展開

コンプライアントメカニズムとは、剛体要素とジョイントにより構成される通常のメカニズムと異なる

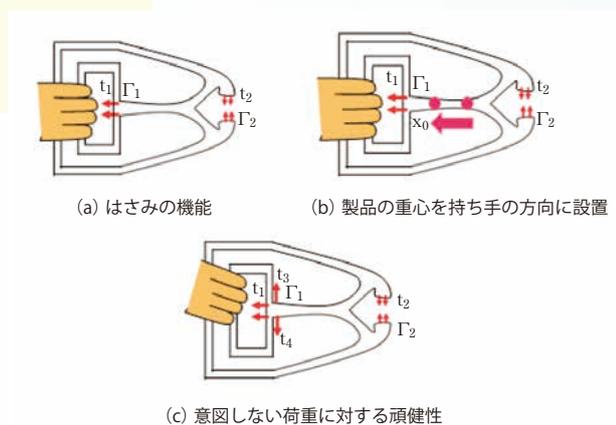


図-3 コンプライアントシザーズ的设计仕様

り、構造の適切な位置に必要とされ得る柔軟性を付加することにより、構造一体でメカニズムの機能を実現するものである。コンプライアントメカニズムはその形状的特徴により、(1) 無騒音、(2) 無潤滑、(3) 部品数の削減、(4) 小型化などの多くの利点を持ち、機械製品だけでなく、医療部品、MEMS (Micro-Electro Mechanical Systems) などに広く利用されつつある。他方、「適応や特別な設計を必要とせず、最大限可能な限り、できるだけ多くの人々が利用可能であるような設計および環境」を提供する方策としてユニバーサルデザインが提案されている。ここでは、このユニバーサルデザインを目指したコンプライアントシザーズの構想設計に適用した事例について示す。

図-3 に設計仕様を示す。図-3 (a) に示したように、まずはさみ本来の機能が必要となる。すなわち、境界  $\Gamma_1$  に荷重  $t_1$  を作用させたときに、境界  $\Gamma_2$  が  $t_2$  の方向に移動して、対象物を切る機能である。また、図-3 (b) に示したように、ユニバーサルデザインの原則である「身体的負担を軽減する」ことを目的に、製品の重心をできるだけ持ち手に近づける必要がある。さらに、図-3 (c) に示したように、「失敗を許容する」観点から、意図しない方向に荷重が作用しても機能が達成できる頑健性も必要である。ここでは、この仕様を、境界  $\Gamma_1$  に荷重  $t_3$  や  $t_4$  が作用した場合の剛性を最大化することにより達成することにする。

図-4 に最適構造を示す。ここでも、レベルセッ

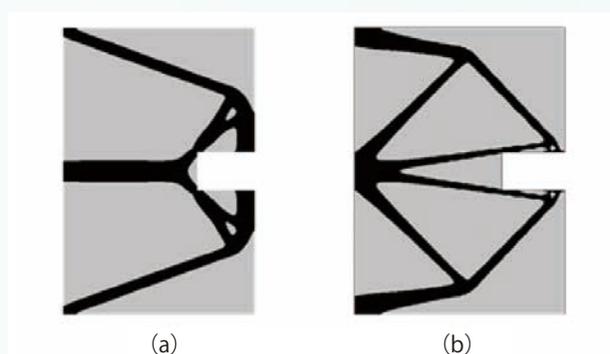


図-4 コンプライアントシザーズの最適構造

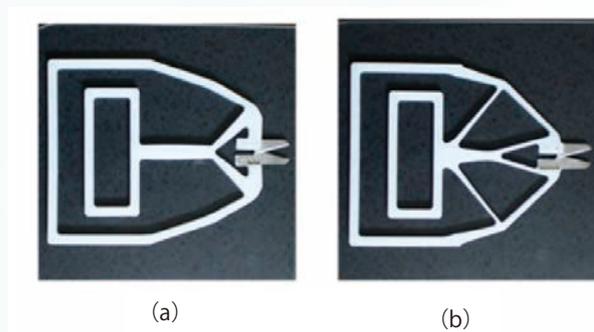


図-5 コンプライアントシザーズの試作品

ト法による形状表現を用いたトポロジ最適化の方法により最適構造を求めた。図-4 (a) は図-3 (a) の仕様のみを考慮した最適構造で、図-4 (b) は図-3 の3つの仕様を考慮した最適構造である。これより、3つの仕様を考慮した場合は、単にはさみの機能を付加した構造と異なることが分かる。

図-5 に、上の最適構造より作成した試作品を示す。図-5 (a), (b) は、それぞれ図-4 (a), (b) の最適構造をもとに作成した。これら2つの試作品を、小学生、大学生、高齢者に実際に使用してもらい、その使いやすさを評価してもらったが、やはり図-5 (b) の3つの仕様を考慮した試作品の方が使いやすいという評価結果を得た。

## 新しい機能を持つ ピエゾアクチュエータ設計への展開

ここでは、ピエゾ電気デバイスと柔軟構造物で構成されるピエゾアクチュエータの構造設計に適用した事例について示す。ピエゾ電気デバイスは、デバ

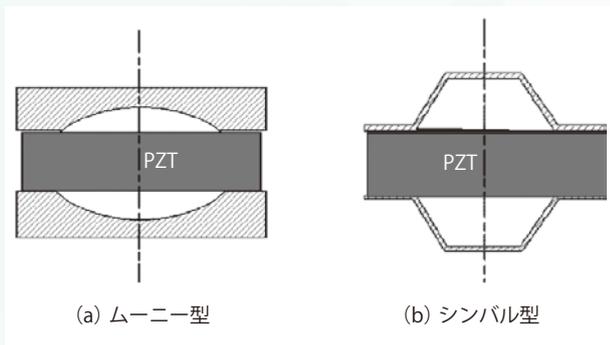


図-6 従来より提案されているアクチュエータ

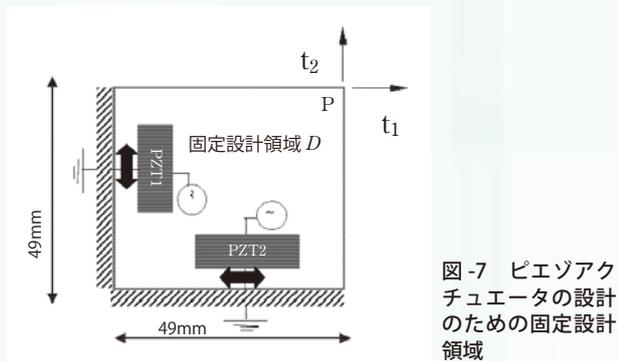


図-7 ピエゾアクチュエータの設計のための固定設計領域

イスの境界に電荷を与えると弾性変形を生じ、逆に境界に荷重を負荷すると電圧が生じるデバイスで、センサやアクチュエータに広く利用されている。しかしながら、この piezo 電気デバイスの変位量は通常非常に小さく、印加電圧が数百ボルトであっても、数マイクロの変位しか得られない。さらに、piezo 電気デバイスの変形方向も、伸張・圧縮の単純なものだけで、より複雑な変形を得ることは難しい。

これに対して、変位量を増加させたり、変位方向を所要の方向に変更可能とするデバイスとして、piezo 電気デバイスと柔軟構造物で構成されるアクチュエータが提案されている。このアクチュエータには、図-6 に示したように、従来よりムニー型やシンバル型などの非常に単純なものが提案されているが、この形状設計は試行錯誤により得られたもので、目的の性能を持つアクチュエータの形状設計は容易ではない。ここでは、このようなアクチュエータの構造設計にトポロジ最適化を適用した事例<sup>3)</sup>について示す。

図-7 に piezo アクチュエータ設計のための設計領域を示す。図に示したように、piezo 電気デバイ

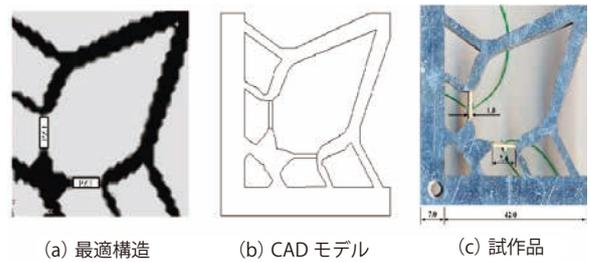


図-8 ピエゾアクチュエータの最適化結果

ス1(PZT1)を印加した場合に、点Pが $t_1$ 方向に変形し、piezo 電気デバイス2(PZT2)を印加した場合に、点Pが $t_2$ 方向に変形する最適構造を求める。

図-8 に最適化結果を示す。ここでは、正規化された密度を用いたトポロジ最適化の方法により最適構造を求めた。図-8(a)は最適構造、図-8(b)は最適構造から作成したCADモデル、図-8(c)はCADモデルより作成した試作品である。図-8(a)より、グレースケールのない明瞭な構造が得られていることが分かる。また、図-8(c)の性能を実験により評価したが、所望の変形が得られていることが分かった。

## 高機能を持つ電磁波デバイス設計への展開

最後に、電磁波デバイス設計への展開として、トポロジ最適化を金属パッチアンテナの構造設計に適用した事例を示す。パッチアンテナとは、誘電体ブロックと、そのブロックを挟み込むように貼り付けられたグラウンドプレーンと金属パッチの2枚の金属で構成されるマイクロストリップアンテナで、軽量、狭い受信周波数帯域、広い指向性から、携帯電話や全地球測位システムなどさまざまな電磁波デバイスのアンテナとして利用されている。パッチアンテナの性能は、構成部品たる誘電体ブロックと金属パッチの形状に大きく左右され、高性能なアンテナを設計するためには、それらの形状設計の充実がきわめて重要である。ここでは、この金属パッチの構造最適化を図った結果<sup>4)</sup>を示す。

図-9 にパッチアンテナ設計のための設計領域を

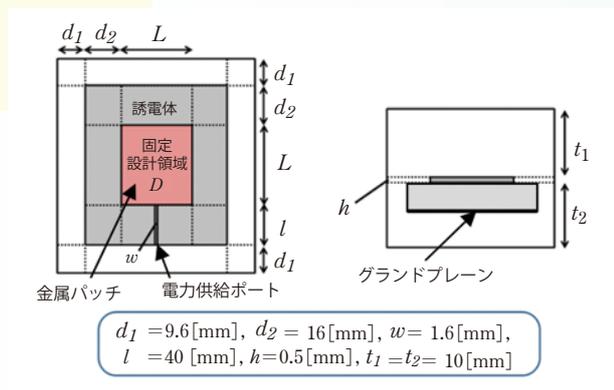


図-9 パッチアンテナの設計のための固定設計領域

示す。図に示したように、解析空間の中央に誘電体ブロックを配置し、その上面に金属パッチの固定設計領域を、下面にはグランドプレーンを設定している。固定設計領域と同じ面にあるマイクロストリップラインの端には電力供給ポートを設定し、アンテナの放射電力量の最大化を目的に、アンテナより戻る電力量を示すリターンロスの最小化を行った。

図-10に5.0GHzのリターンロスを最小化した場合の最適化結果を示す。なお、ここでは、正規化された密度を用いたトポロジ最適化の方法により最適構造を求めた。図-10(a)は最適構造、図-10(b)は最適構造から作成した試作品である。また、図-10(c)は、最適構造と試作品のリターンロスの周波数応答を示している。図-10(a)より、この場合も、グレースケールのない明瞭な構造が得られていることが分かる。図-10(c)より、最適構造(simulationと表記)も、試作品(experimentalと表記)も5.0GHzで最小値を持つリターンロスの周波数応答を示し、所望の性能を持つことが分かる。

## まとめ

ここでは、新しい付加価値を持つ革新的なモノづくりを可能とする設計技術として、トポロジ最適化による構造創成設計法の考え方とその適用事例を示した。事例からも分かるように、トポロジ最適化により、人間の試行錯誤では得られない高性能な設計案が得られ、新しい付加価値を持つ革新的な製品開発

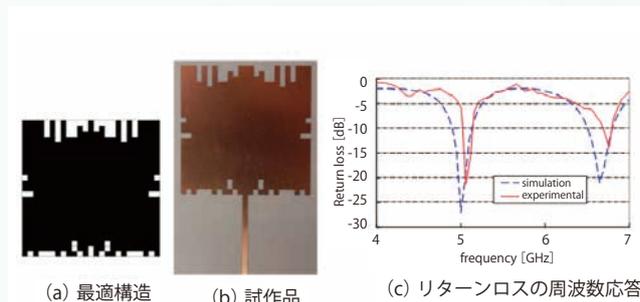


図-10 パッチアンテナの最適化結果

に広く利用できる可能性を持っている。今後のさらなる発展を期待する。

## 参考文献

- 1) Bendsoe, M. P. and Kikuchi, N. : Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, pp.197-224 (1988).
- 2) Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S. and Takezawa, A. : A Topology Optimization Method Based on the Level Set Method Incorporating a Fictitious Interface Energy, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.199, pp.2876-2891(2010).
- 3) Carbonari, R. C., Silva, E. C. N., Nader, G. and Nishiwaki, S. : Experimental and Numerical Characterization of Multi-actuated Piezoelectric Device Designs Using Topology Optimization, SPIE's 12th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials, San Diego, CA, USA (Mar. 6-10, 2005).
- 4) Ohkado, M., Tsukamoto, S., Nomura, T., Izui, K. and Nishiwaki, S. : Structural Optimization for Metallic Patch Antenna using Transition Boundary Condition Method, the 6th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS), TS016-2517 (Sep. 10-14, 2012).

(2012年10月9日受付)

謝辞 本稿のピエゾアクチュエータの事例はサンパウロ大学のSilva教授との共同研究の成果で、電磁波デバイスの事例は(株)豊田中央研究所の大門真氏との共同研究の成果である。この場を借りて謝辞を申し上げる。

■ 西脇眞二 shinji@prec.kyoto-u.ac.jp

1988年(株)豊田中央研究所入社, 1998年ミシガン大学機械工学・応用力学学科博士課程修了, Ph.D., 2002年(株)豊田中央研究所退社, 同年京都大学大学院工学研究科助教授, 2007年同大学准教授, 2009年同大学教授。専門は最適設計。