# ノンパラメトリックベイジアンT過程アルゴリズムによる 時間的構造変化を考慮した遺伝子発現ネットワーク推定

宮下 弘樹<sup>1,a)</sup> 中村拓磨<sup>1,b)</sup> 井田安俊<sup>1,c)</sup> 鈴木知彦<sup>1</sup> 松本 隆<sup>1,d)</sup> 鏑木崇史<sup>2,e)</sup>

概要:本稿では,ノンパラメトリック・ベイズ的枠組みの一つである T 過程を回帰モデルに用いることに より,時間的に構造が変化するダイナミックベイジアンネットワークを推定することを目的とする.特に, 実データとして Drosophila melanogaster の遺伝子発現データを用い,生命現象に内在すると考えられる 非線形性の依存関係および各成長段階をおける依存関係の変化を考慮した上での遺伝子発現ネットワーク 推定を主題とする.全体の推定アルゴリズムを構築するにあたり,リバーシブルジャンプマルコフ連鎖モ ンテカルロ法 (RJMCMC)の枠組みによる実装を採用している.

キーワード:バイオインフォマティクス,機械学習,ノンパラメトリックベイジアンモデル,ベイジアン ネットワーク

## Nonparametric Bayesian T-Process Algorithm for Heterogeneous Gene Regulatory Network

HIROKI MIYASHITA<sup>1,a)</sup> TAKUMA NAKAMURA<sup>1,b)</sup> YASUTOSHI IDA<sup>1,c)</sup> TOMOHIKO SUZUKI<sup>1</sup> TAKASHI MATSUMOTO<sup>1,d)</sup> TAKASHI KABURAGI<sup>2,e)</sup>

**Abstract:** A nonparametric Bayesian model is employed to estimate gene regulatory networks of *Drosophila* melanogaster. A T-process-based algorithm is expected to capture nonlinear dynamics in the life phenomenon and reconstruct the gene regulatory interactions with consideration of the actual timing of morphogenic transitions. The whole algorithm is implemented by a reversible jump Markov Chain Monte Carlo.

Keywords: Bioinformatics , Machine Learning , Nonparametric Bayes , Bayesian Network

## 1. はじめに

時間的に構造が変化する遺伝子発現ネットワークの推定 には,以下の2つの対象が含まれていると見なせる.

- 遺伝子発現ネットワーク構造推定
- 構造変化が起きる時刻の推定
- 1
   早稲田大学 先進理工学研究科 電気・情報生命専攻

   Waseda University, Tokyo, Japan

   2
   学習院大学 計算機センター
- <sup>2</sup> 学習院大学 計算機センター Gakushuin University, Tokyo, Japan
- <sup>a)</sup> miyashita10@matsumoto.eb.waseda.ac.jp
- $^{\rm b)}$  nakamura10@matsumoto.eb.waseda.ac.jp
- <sup>c)</sup> ida11@matsumoto.eb.waseda.ac.jp
- $^{\rm d)}$  takashi@matsumoto.elec.waseda.ac.jp
- $^{\rm e)}$ takashi.kaburagi@gakushuin.ac.jp

これら2つの対象を独立な問題として扱うことは難し く,従来の時間依存性を考慮しない遺伝子発現ネットワー ク推定問題へのアプローチと比較して,更なる工夫を必要 とする.この問題に対していくつかの先行研究が存在す る.Robinson et al.は離散化した時系列データをベイジ アン-ディリクレメトリックを用いて推定するアルゴリズ ムを提案した[1].より成功しているアルゴリズムとして, Dondelinger et al.は連続値データに対してリバーシブル ジャンプマルコフ連鎖モンテカルロ法を適用した[2].こ の先行研究では,データの離散化は必要なく,また,遺伝 子間の依存関係には線形性を仮定している.依存関係の線 形性という仮定は,モデルの構築を比較的容易にする上, まずまずの成果を上げることに成功している.そのため先 行研究では良く用いられる傾向がある.しかし,生命現象 に内在することが指摘される非線形性のダイナミクスを的 確に捉えることが出来るか疑問が残る.本稿では,ノンパ ラメトリックベイジアン手法を用いることで非線形性を考 慮したより柔軟なモデルを提案する.なお,本稿における 「ネットワーク」とはすべてベイジアンネットワークを意 味することを先に断っておきたい.

## 2. 定式化

### 2.1 構造変化点の定義

Dondelinger et al. [2] の定式化に従い,構造変化点は観 測値列の中から選ばれるものとする.1つの構造変化点に より観測値列は2つのセグメントに区分され,それぞれ のセグメントごとにネットワークが存在するとする.ある ノード*i*と*j*の依存関係が,*j*から*i*に流れるリンクで表現 される時,ノード*i*は*j*を親ノードに持つと見なす.ノー ド*i*を子ノードとする h 番目のセグメントにおけるベイジ アンネットワークを $M_i^h = \{j_1, j_2, \cdots\}$ と表現する.

#### 2.2 事前分布

 $c_i を J -$ ドiの観測値列上の構造変化点数,  $p \in J -$ ド数とする.更に,  $s_i^h \in M_i^h$ におけるJ - ドiの親J - ド数とする.すなわち,  $s_i^h = |M_i^h|$ が成立する.提案手法では,  $c_i$ 及び $s_i^h$ の事前分布には切断ポアソン分布を用いる. すなわち,  $c_i$ の事前分布は平均値  $\lambda$  と最大値  $\bar{c}$ を決めることで

$$P(c_i|\lambda) \propto \frac{\lambda^{c_i}}{c_i!} \frac{1}{\sum_{m=0}^{\bar{c}} \frac{\lambda^m}{m!}}$$
(1)

と表現される .  $c_i$  が与えられた上での構造変化点位置  $\zeta_i$  の 条件付き確率は,観測値列の長さ Nを用いて

$$P(\zeta_i|\lambda) = 1/\binom{N-c_i-2}{c_i}$$
(2)

 $s_i^h$ の事前分布も平均値  $\Lambda$  及び最大値  $\overline{s}$ を用いて同様に記述 される. $\lambda, \Lambda$ の事前分布には,ガンマ分布を採用している.

#### 2.3 ノンパラメトリックベイジアン回帰モデル

Kikuchi et al. は遺伝子発現ネットワーク推定問題にノンパラメトリックベイジアン手法を用いている [3].マウスの時計遺伝子間の依存関係が非線形性の性質を保持しているとの考察から,回帰モデルにガウス過程を用いた.

ガウス過程をベイジアンネットワーク推定に適用する手順 は以下の通りである.ベイジアンネットワーク $M_i^h$ におけ るノードiの観測値数を $T_i^h$ ,観測値列を $\mathbf{y}_i^h$ と定義する. $\mathbf{y}_i^h$ は親ノード $\{j_1, j_2, \cdots, j_{s_i^h}\}$ の観測値 $\mathbf{x}_{i,j}^h = \left(x_j^1, \cdots, x_j^{T_i^h}\right)$ によって決まる.ガウス過程においては, $\mathbf{x}_{i,j}^h$ から共分散 行列を以下の様に計算する.

$$K_{i}^{h} = \begin{pmatrix} k_{1,1} & \cdots & k_{1,T_{i}^{h}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{T_{i}^{h},1} & \cdots & k_{T_{i}^{h},T_{i}^{h}} \end{pmatrix}$$
(3)

ここで, $k_{p,q}$ は共分散関数であり,例として以下の式で表わされる.

$$k_{p,q} = \left(1 + \frac{\epsilon}{2\delta} \sum_{j \in M_i^h} |x_j^p - x_j^q|^2\right)^{-\delta} + exp\left(\frac{-2sin^2\left(\sum_{j \in M_i^h} |x_j^p - x_j^q|\right)}{l^2}\right)$$

$$(4)$$

共分散関数の選択には任意性があり,共分散行列(3)が半 正定値性を満たすことを条件に,様々な候補が考えられる. 式(4)では,右辺第1項からRQ共分散関数とサイン関数 を用いた共分散関数を採用している.学習アルゴリズムの 複雑化を避けるため,ハイパーパラメータ $\epsilon, \delta, l$ の値は固 定とする.ガウス過程は確率過程の1つであるため,共分 散行列にはノイズの存在が仮定される.従って,単位行列 Iとスケールに関するハイパーパラメータ $\alpha, \beta$ を用いて, 共分散関数は

$$C_i^h = \alpha^{-1} K_i^h + \beta^{-1} I \tag{5}$$

と再定義される.ガウス過程における観測値  $\mathbf{y}_h^i$ の尤度は ガウス分布の形状を有しており,以下の様に記述される.

$$f(\mathbf{y}_i^h) = \frac{1}{|\mathbf{C}_i^h|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{y}_i^h \mathbf{C}_i^{h-1} \mathbf{y}_i^h\right)$$
(6)

 $y_h^i \ge C_i^h$ のベクトルには1時刻のズレが生じることに注意されたい.これはグラフィカルモデルとしてダイナミックベイジアンネットワークを仮定しているからである.子ノード iの時刻 t における観測値は,時刻 t-1における親ノード jの観測値を入力にすることで求められる.尤度の式(6)をt分布に書き直すことで,ガウス過程はT過程に変更される.この場合の尤度は自由度  $\nu$ を用いて以下の様に表現される.

$$f(\mathbf{y}_{i}^{h}) = \frac{\Gamma\left(\frac{T_{i}^{h}}{2} + \frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \frac{|\mathbf{C}_{i}^{h-1}|^{\frac{1}{2}}}{(\pi\nu)^{\frac{T_{i}^{h}}{2}}} \left(1 + \frac{\mathbf{y}_{i}^{h}\mathbf{C}_{i}^{h-1}\mathbf{y}_{i}^{h}}{\nu}\right)^{-\left(\frac{T_{i}^{h}}{2} + \frac{\nu}{2}\right)}$$
(7)

#### 2.4 事後分布

2.2 及び 2.3 より事後分布はベイズの定理を用いて以下 の様に導出される.

$$P(c_{i},\zeta_{i},\mathbf{s}_{i},\mathbf{M}_{i}|\mathbf{y}_{i}) \propto \left(\sum_{m=0}^{\bar{s}} \frac{\Lambda^{m}}{m!}\right)^{-(c_{i}+1)} \lambda^{c_{i}} \frac{(N-2c_{i}-2)!}{(N-c_{i}-2)!} \prod_{h=1}^{c_{i}+1} \Lambda^{s_{i}^{h}} \frac{(p-s_{i}^{h})!}{p!} \times \frac{\Gamma\left(\frac{T_{i}^{h}}{2}+\frac{\nu}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \frac{|\mathbf{C}_{i}^{h-1}|^{\frac{1}{2}}}{(\pi\nu)^{\frac{T_{i}^{h}}{2}}} \left(1+\frac{\mathbf{y}_{i}^{h}\mathbf{C}_{i}^{h-1}\mathbf{y}_{i}}{\nu}\right)^{-\left(\frac{T_{i}^{h}}{2}+\frac{\nu}{2}\right)} \tag{8}$$

 RJMCMC によるダイナミックベイジアンネット ワーク推定

リバーシブルジャンプマルコフ連鎖モンテカルロ法を用 いることで,構造変化点推定とダイナミックベイジアン ネットワーク推定を同時に行うことができる[2].このア ルゴリズムでは,(i)構造変化点追加操作,(ii)構造変化点 削除操作,(iii)構造変化点位置移動操作,そして(iv)各ダ イナミックベイジアンネットワークの回帰操作の4つをイ テレーションごとに繰り返す.それぞれの操作は現在の構 造変化点数 c<sub>i</sub>を基に,イテレーションごとに確率的に選択 される.それぞれの選択確率は以下の通り定義する.

構造変化点追加操作の選択確率

$$b_{c_i} = \frac{1}{4} min\left(1, \frac{P_{\bar{c}}(c_i+1)}{P_{\bar{c}}(c_i)}\right)$$
(9)

構造変化点削除操作の選択確率

$$d_{c_i} = \frac{1}{4} min\left(1, \frac{P_{\bar{c}}(c_i - 1)}{P_{\bar{c}}(c_i)}\right)$$
(10)

構造変化点位置移動操作の選択確率

$$p_{c_i} = \frac{1}{2} \left( b_{c_i} + d_{c_i} \right) \tag{11}$$

各ダイナミックベイジアンネットワークの回帰操作の選 択確率

$$\pi_{c_i} = 1 - (b_{c_i} + d_{c_i} + p_{c_i}) \tag{12}$$

2.5.1 構造変化点追加操作

 $\zeta_i = (\zeta_i^1, \dots, \zeta_i^{c_i})$ をノード *i* の観測値列上の構造変化点 位置とする.  $\zeta$  以外の観測値列から新しい構造変化点候補  $\zeta_i^{new}$ をランダムに1つ選ぶ.  $\zeta_i^+$ を $\zeta_i^+ = \{\zeta_i^{new}\} \cup \zeta_i$ と定 義する. すると  $\zeta_i^+$ の条件付き確率は

$$q(\zeta_{i}^{+}|\zeta_{i}) = \frac{1}{N-3-c_{i}-x_{i}}$$
(13)

と書き表わすことができる.ここで  $x_i$  は構造変化点を置 くことのできない観測点の数である.同様に, $\zeta_i$ の条件付 き確率は以下の様になる.

$$q\left(\zeta_i|\zeta_i^+\right) = \frac{1}{c_i+1} \tag{14}$$

 $\zeta_i^{new}$ は既存のセグメント  $h \ge 2$ つの新しいセグメントに 分割することになる.このとき,1つのセグメントにおけ るダイナミックベイジアンネットワークはそのまま継承さ れるが、もう一方のセグメントのダイナミックベイジアン ネットワークは新規に生成される.構造変化点追加操作に おける受容確率  $\alpha_{c_i,c_{i+1}}$ は,式(8),(9),(10),(13),(14) を用いて以下の様に計算される.

$$\alpha_{c_i,c_i+1}(\zeta_i,\zeta_i^+) = \\ \min\left(1,r_{c_i,c_i+1}(\zeta_i,\zeta_i^+) = \frac{P(c_i+1,\zeta_i^+,\mathbf{s}_i^+,\mathbf{M}_i^+|\mathbf{y}_i)}{P(c_i,\zeta_i,\mathbf{s}_i,\mathbf{M}_i|\mathbf{y}_i)} \frac{d_{c_i+1}}{b_{c_i}} \frac{q(\zeta_i|\zeta_i^+)}{q(\zeta_i^+|\zeta_i)}\right) 15 \right)$$

アルゴリズムの流れを以下に示す.

1. 
$$\zeta_i^{new}$$
をサンプリング .  $\zeta_i^{new}$ が所属するセグ  
メントは $h_L, h_R$  に区分される .  
2. 既存のセグメント h における  $s_i^h$ を用いて  
 $\Lambda$ を更新 .  
3. 更新された  $\Lambda$  を用いて新規ネットワークを生成  
4. 3 で生成されたネットワークを  $h_L, h_R$  の  
いずれかに所属される .  
5. 4 で選択されなかったセグメントに既存のセグ  
メント h のネットワークを所属される .  
6. 式 (15)を用いて  $\alpha_{c_i,c_{i+1}}(\zeta_i, \zeta_i^+)$ を計算 .  
7.  $u \sim U_{[0,1]}$ をサンプリング .  
8.  $u \leq \alpha_{c_i,c_{i+1}}(\zeta_i, \zeta_i^+)$ なら  $\zeta_i^{new}$ を受容 . そうで  
なければ  $\zeta_i^{new}$ を棄却 , ネットワークを元に戻す .  
9. 終了 .

2.5.2 構造変化点削除操作

この操作では,既存の構造変化点の中から1点を選び, 削除する.すなわち, $\zeta_i$ からランダムに $\zeta_i^h$ をサンプリン グする.

$$\zeta_i^h \sim U_{\{\zeta_i\}} \tag{16}$$

次に,  $\zeta_i^h$  に接触する 2 つのセグメントの内, ランダムに 1 つを選び, これを新しいセグメントとしダイナミックベイ ジアンネットワークを引き継ぐ.もう一方のセグメントは 消去する.この操作の受容確率は,以下の式で表わされる.

$$\alpha_{c_i+1,c_i}(\zeta_i^+,\zeta_i) = \min\left(1, r_{c_i,c_i+1}(\zeta_i,\zeta_i^+)\right) \qquad (17)$$

注意すべきは,式(17)において $c_i+1$ は,操作前の既存の 構造変化点数を意味していることである.

2.5.3 構造変化点位置移動操作

この操作では,既存の構造変化点を1つ選び,その位置 を移動させる.まず, $\zeta_i$ からランダムに $\zeta_i^h$ をサンプリン グする.

$$\zeta_i^h \sim U_{\{\zeta_i\}} \tag{18}$$

次に, $\zeta_i^h$ の新しい位置を以下の範囲内でランダムに決める.

$$\left[\zeta_{i}^{h} - \frac{W}{2}, \zeta_{i}^{h} + \frac{W}{2}\right] \cap \left[\zeta_{i}^{h-1} + 2, \zeta_{i}^{h+1} - 2\right]$$
(19)

ただし,Wは $\zeta_i^h$ の行動範囲を決めるパラメータである. ここで, $\zeta_i^{h^*}$ を $\zeta_i^h$ の新しい位置, $\zeta_i^*$ を $\zeta_i^{h^*}$ を含む新しい 構造変化点集合とする. $\zeta_i^*$ 及び $\zeta_i$ の条件付き確率は以下 の通り計算される.

$$q\left(\zeta_i^*|\zeta_i\right) = \frac{1}{c_i W - e} \tag{20}$$

$$q\left(\zeta_i|\zeta_i^*\right) = \frac{1}{c_i W - e^*} \tag{21}$$

ここで *e*,*e*\* は,隣り合う構造変化点との距離が *W*/2 以下であるために,新しい構造変化点位置として選択すること

ができない観測点の数である.この操作における受容確率 は以下の通りになる.

$$\alpha_{c_i}(\zeta_i, \zeta_i^*) = \\ \min\left(1, r_{c_i, c_i+1}(\zeta_i, \zeta_i^*) = \frac{P(c_i, \zeta_i^*, \mathbf{s}_i, \mathbf{M}_i | \mathbf{y}_i)}{P(c_i, \zeta_i, \mathbf{s}_i, \mathbf{M}_i | \mathbf{y}_i)} \frac{q(\zeta_i | \zeta_i^*)}{q(\zeta_i^* | \zeta_i)}\right)$$
(22)

2.5.4 各ダイナミックベイジアンネットワークの回帰操作 この操作では,さらに細かい2つの操作が分解される. 対象のダイナミックベイジアンネットワーク $M_i^h$ に新しく 親ノードを追加する操作(親ノード追加操作)と既存の親 ノードを削除する操作(親ノード削除操作)である.各イテ レーションではこれらのどちらかのみ実行する.それぞれ の操作が選択される確率 $b_{s_i^h}, d_{s_i^h}$ は以下の通りである.

$$b_{s_{i}^{h}} = \frac{1}{2}min\left(1, \frac{P_{\bar{s}}(s_{i}^{h}+1)}{P_{\bar{s}}(s_{i}^{h})}\right)$$
(23)

$$d_{s_{i}^{h}} = \frac{1}{2}min\left(1, \frac{P_{\bar{s}}(s_{i}^{h}-1)}{P_{\bar{s}}(s_{i}^{h})}\right) \tag{24}$$

 $P(\cdot)$ には切断ポアソン分布を用いる.いずれかの操作に よって  $\mathbf{s}_i^h 
ightarrow \mathbf{s}_i^{h*}, \mathbf{M}_i^h 
ightarrow \mathbf{M}_i^{h*}$ がなされた場合の受容確率 は以下の通りである.

$$\begin{split} \alpha_{s_i^h, s_i^{h*}}(\mathbf{M}_i^h, \mathbf{M}_i^{h*}) = \\ \min \left( 1, r_{s_i^h, s_i^{h*}}(\mathbf{M}_i^h, \mathbf{M}_i^{h*}) = \frac{P(c_i, \zeta_i, \mathbf{s}_i^{h*}, \mathbf{M}_i^{h*} | \mathbf{y}_i^h)}{P(c_i, \zeta_i, \mathbf{s}_i^h, \mathbf{M}_i^{h} | \mathbf{y}_i^h)} \right) \end{split}$$

この操作は多少複雑であるため,アルゴリズムを以下に まとめる.これを全てのセグメントのダイナミックベイジ アンネットワークに対して行う.

1. 式 (23), (24) を用いて  $b_{s_i^h}, d_{s_i^h}$  を計算する. 2.  $u \sim U_{[0,1]}$  をサンプリング. 3.  $u \leq b_{s_i^h}$  ならば 5 へ. そうでなければ 4 へ 4.  $u > b_{s_i^h}$  かつ  $u \leq b_{s_i^h} + d_{s_i^h}$  ならば 6 へ. そうでなければ 10 へ 5. 新規に親ノードを 1 つ追加. 6. 既存の親ノードを 1 つ削除. 7. 式 (25) を用いて  $\alpha_{s_i^h, s_i^{h*}}$  ( $\mathbf{M}_i^h, \mathbf{M}_i^{h*}$ ) を計算する 8.  $u \sim U_{[0,1]}$  をサンプリング. 9.  $u \leq \alpha_{s_i^h, s_i^{h*}}$  ( $\mathbf{M}_i^h, \mathbf{M}_i^{h*}$ ) ならば  $s_i^{h*}$  及び  $\mathbf{M}_i^{h*}$  を 受容.そうでなければ棄却,ネットワークを元に 戻す. 10. 終了.

## 3. 実験

3.1 ノイズ付加人工データによる実験

提案手法を人工データに対して適用する.特に,T過程及 びガウス過程ベースの2つのアルゴリズム(TP-TVDBN, GP-TVDBN)を用意し,その性能差の検証を目的とする.



図 1 生成した人工データ.実際の構造変化点を青線で示している.

Fig. 1 Synthetic data.Blue lines indicate the actual positions of change points.



- 図 2 ノード間の依存関係を構造変化点によって区分されるダイナ ミックベイジアンネットワークごとに示した.黒矢印は線形, 赤矢印は非線形の依存関係を示す.上段左:1時刻目から30 時刻目までのダイナミックベイジアンネットワーク.上段右: 31時刻目から56時刻目まで.下段:57時刻目から80時刻 目まで.
- Fig. 2 Interactions between five synthetic data through 80 time points. Black arrows indicate linear interactions, whereas red arrows correspond to nonlinear interactions.

評価指標には, ROC (area under the curve) 及び BER (balanced error rate) を用いる.

本実験では、ノード数は5個、それぞれのノードが80時 刻の観測点を持つ人工データを生成した(図1).それぞれ のノードを子ノードとするダイナミックベイジアンネット ワークは少なくとも1つの構造変化点を持ち、それは31時 刻目および57時刻目の観測点に限られる.ノード間の依 存関係は線形および非線形のいずれかを含む.本実験にお ける非線形依存関係は、自然対数、平方根、三角関数が該 当する.また、推定問題をより難解にするために、各ノー ドの各観測値には分散0.2の正規ノイズを付加している. 各ダイナミックベイジアンネットワークにおける依存関係 を図2に示す.

本実験では以下の共分散関数を使用する.

$$k_{p,q} = \xi \left( 1 + \frac{\epsilon}{2\delta} \sum_{j \in M_i^h} |x_j^p - x_j^q|^2 \right)^{-\delta} + \eta \sum_{j \in M_i^h} x_j^p x_j^q$$
(26)



- 図 3 構造変化点位置推定結果.TP-TVDBN(赤線)及び GP-TVDBN(青線) アルゴリズムにより得られた事後分布を示
   す.実際の構造変化点を点線で示している.
- Fig. 3 Change points in the synthetic data. Posterior probabilities inferred by TP-TVDBN (red line) and GP-TVDBN (blue line). Dashed lines indicate the actual positions of change points.
- 表 1 それぞれのダイナミックベイジアンネットワークにおける AUC の比較.

Table 1 AUC values of each dynamic Bayesian network.

	NET1	NET2	NET3	allINT
TP-TVDBN	0.952	0.868	0.919	0.909
GP-TVDBN	0.889	0.886	0.882	0.900

表 2 それぞれのダイナミックベイジアンネットワークにおける BER の比較.

Table 2 BER values of each dynamic Bayesian network.

	NET1	NET2	NET3	allINT
TP-TVDBN	0.099	0.083	0.092	0.108
GP-TVDBN	0.183	0.083	0.063	0.132

共分散関数のスケールに関するハイパーパラメータ $\xi$ ,  $\eta$  はそれぞれ 1.0, 0.5 に固定する.

構造変化点位置推定の結果を図 3 に示す.それぞれの 観測点において,少なくとも1つのノードが構造変化点 を持つ確率を表わしている.31時刻目の観測点において TP-TVDBN による推定結果が GP-TVDBN を上回ってい ることが見て取れる.ただ,いずれのアルゴリズムも正し い構造変化点を正確に捉えつつ,その他の観測点における 誤検出を免れている.従って,ノンパラメトリックベイズ モデルをベースとしたネットワーク構造変化点推定アルゴ リズムの有効性が示されたと言える.

表 1 に各ダイナミックベイジアンネットワーク (NET1, 2,3) 及び全時刻を通してすべての依存関係 (allINT) につ いて計算した AUC の値を示す.同様に,表 2 には BER の値を示す.表 2 において,閾値は BER が最小になるよ うに自動的に選択される.表1及び表2を見ると,全体的 に TP-TVDBN の結果が GP-TVDBN のそれを上回る傾 向が分かる.



図 4 Drosophila melanogster 遺伝子発現データ. 青線は生物的な 形態変化が生じた時点を示している.

Fig. 4 Drosophila melanogaster gene expression data. Blue lines indicate the morphogenesis transitions.



- 図 5 構造変化点位置推定結果.提案手法(上段)及び先行研究[2](下 段)のアルゴリズムにより得られた事後分布を示す.点線は生 物的な形態変化が生じた時点を示している.
- Fig. 5 Change points during morphogenesis in Drosophila melanogaster. Top panel : posterior probability inferred by TP-TVDBN. Bottom panel: the result by HetDBN. Dashed lines indicate the morphogenesis transitions.

## 3.2 Drosophila melanogaster 遺伝子発現データによる 実験

本項では,提案手法を Drosophila melanogaster 遺伝子発 現データ [6] に対して適用する.このデータセットは 4028 個の遺伝子発現データが各 67 時刻観測されているが,本 実験では特に筋肉の発達を司ると言われている 11 個の遺 伝子を対象にする (図 4).比較対象として,ダイナミック ベイジアンネットワークの依存関係の回帰問題に線形モデ ルを用いたものを採用する (HetDBN)[2].

この実験には式(4)の共分散関数を用いる.構造変化点 推定の結果を図5に示す.3回の形態変化に伴う,遺伝子 IPSJ SIG Technical Report

#### 表 3 全 67 時刻の事後分布の実現値の平均値. 及び中央値

Table 3Average and median value of the posterior probability<br/>among 67 time points.

	平均值	中央値
TP-TVDBN	0.0713	0.0211
HetDBN	0.285	0.215

#### 表 4 適合率,再現率,F値の比較(閾値=表3の平均値).

 
 Table 4
 Precision , Recall and F-measure. Their thresholds were determined according to their averages.

	適合率	再現率	F 値
TP-TVDBN	0.231	1.0	0.375
HetDBN	0.136	1.0	0.240



- 図 6 提案手法により推定された,成長初期段階における遺伝子発現 ネットワーク(閾値=0.25)
- Fig. 6 Reconstructed network for the morphological phase of an embryo using TP-TVDBN method (thr = 0.25).

間の依存関係の変化が捉えられている事が分かる.特に, 提案手法は先行研究と比較しても True-Negative(本来の構 造変化点以外の誤検出を避けること)の性能が良いことが 分かる.これを定量的に確認するため,F値による比較を 実施する.その際に用いる閾値として,全67時刻におけ る事後分布の実現値の平均を取る(表3).恣意的に決める 場合に比べて,公平性を欠かないと思われる.また,実際 の構造変化点から2点隣の観測値に0.15以上の事後分布 の実現値が存在した場合,それは正しい構造変化点として 認めるものとする.

表 4 を見ると,適合率及び F 値の比較において先行研 究[2]を大きく上回っていることが分かる.表3において, 事後分布の実現値の平均値に約4倍の差があることを考慮 すれば,提案アルゴリズムがいかに True-Negative の性能 が良いかが定量的にはっきり分かる.

#### 4. まとめ

時間的に構造が変化する遺伝子発現ネットワークの推定 に,T過程を適用することで,遺伝子間の非線形性の依存 関係を捉え得る新しい手法を提案した.人工データを用い た実験では,ネットワーク構造推定結果の評価を AUC 及 び BER の 2 つの指標を用いて示し,軒並み良好な結果を 得ることができた.同様に,Drosophila melanogaster 遺伝 子発現データを用いた実験では,先行研究 [2] の実験結果 との比較を定量的に行い,提案手法の優位性を示した.た だ,T過程の問題点として,共分散関数の設定の仕方に よってアルゴリズムの性能が大きく左右されることが挙げ られる.従って今後は,データセットの性質ごとに適切な 共分散関数を選択する方法の確立を目指したい.

#### 参考文献

- J. W. Robinson and A. J. Hartemink, Learning Non-Stationary Dynamic Bayesian networks.: *Journal of Machine Learning Research* (2010).
- [2] F. Dondelinger, S. Lebre, and D. Husmeier.: Nonhomogeneous dynamic Bayesian networks with Bayesian regularization for inferring gene regulatory networks with gradually time-varying structure, *Machine Learning* (2012).
- [3] T. Kikuchi, T. Suzuki, Y. Nakada, T. Kaburagi, T. Matsumoto, T. Kimiwada and K. Wada.: Gene Regulatory Network Prediction using a Dynamic Gaussian Process: MCMC approach, *IEICE Technical Report Neurocomputing* (2011).
- [4] M. Grzegorczyk and D. Husmeier.: Bayesian regularization of non-homogeneous dynamic Bayesian networks by globally coupling interaction parameters, *Proceedings of the 15th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics (AISTATS)*, US (2012)
- [5] Yi. Jia and J. Huan.: Constructing non-stationary Dynamic Bayesian Networks with a flexible lag choosing mechanism, *BMC bioinformatics* (2010)
- [6] M. N. Arbeitman., E. E. M. Furlong, F. Imam, E. Johnson, B. H. Null, B. S. Baker, M. A. Krasnow, M. P. Scott, R. W. Davis and K. P. White.: Gene Expression During the Life Cycle of *Drosophila melanogaster*, *Science* (2002).
- [7] J.M. Wang, D. J. Fleet and A. Hertzmann.: Gaussian Process Dynamical Models, Advances in Neural Information Processing Systems (NIPS)(2005).
- [8] C. Andrieu, P. Djuri'c, and A. Doucet.: Joint Bayesian model selection and estimation of noisy sinusoids via reversible jump MCMC, *IEEE Trans. On Signal Process*ing(1999)
- [9] S. Lébre.: Stochastic process analysis for Genomics and Dynamic Bayesian Networks inference, PhD Thesis, Universitè d' Evry-Val-d' Essonne, France (2007).
- [10] P. Green.: Reversible jump Markov chain Monte Carlo computation and Bayesian model determination, Biometrika(1995).
- [11] C. E. Rasmussen and C. K. I. Williams.: Gaussian Process for Machine Learning, Adaptive Computation and Machine Learning, MIT Press (2005).
- [12] D. J. C. MacKay, Introduction to Gaussian Processes, In C.M. Bishop, Neural Networks and Machine Learning (1998).