

擬似ライフゲームの分類に関する一考察

高田祐輔^{†1} 坂間千秋^{†1}

本研究では、2次元セルオートマトンのライフゲームを変形した「擬似ライフゲーム」について、「誕生」「生存」「死亡」の各遷移規則の適用回数に基づく分類を行う。本研究の結果、従来とは異なる指標に基づく擬似ライフゲームの分類が示され、3×3 トーラス空間における振る舞いに規則性が見られることが実験により確認された。

Classifying two-dimensional Life and its variants

YUSUKE TAKADA^{†1} CHIAKI SAKAMA^{†1}

In this study, we classify the two-dimensional *Game of Life* and its variants based on the number of applications of different transition rules. We show that the proposed method classifies those games in a manner different from the existing one, and we observe some behavioral rules of those games in 3×3 toroidal grids.

1. はじめに

1970年にイギリスの数学者ジョン・コンウェイにより考案された**ライフゲーム**[1]は、生命の誕生や進化、自己組織化を2次元セルオートマトン上で具現したシミュレーションゲームとして知られている。ライフゲームは人工生命の簡易モデルを提供するだけでなく、チューリングマシンと同等の計算能力を持ち[2]、画像生成やアート[3]、暗号化システム[4]など、さまざまな分野に応用されている。一方、オリジナルのライフゲームに対してその遷移規則を変化させた様々なバリエーション（「**擬似ライフゲーム**」と呼ぶ）が考案されており、その振る舞いの定性的な解析 [5,6]や、実問題に適用する研究も行われている[7]。

セルオートマトンの振る舞いを評価する指標としては、ラングトンによって導入された**λパラメータ**[8]が知られている。λパラメータは0から1の値を取り、その値が0に近いほどセルオートマトンは秩序的に振る舞い、1に近いほどカオス的に振る舞う。λパラメータが0と1の中間値を持つセルオートマトンの振る舞いは予測不可能とされ、「カオスの縁」と呼ばれる臨界状態を持つ。複雑な振る舞いを見せるライフゲームはλ=0.273の値を取る。一方、λパラメータでは必ずしもセルオートマトンの振る舞いの複雑さを予測できないということが指摘されており[5,9]、パターン解析のための他の指標が提案されている[10,11]。

本研究では、ライフゲームにおける規則を、「誕生（0から1へ遷移する規則）」、「生存（1の状態を保つ規則）」、「死亡（それ以外）」に分け、擬似ライフゲームにおいて各ルールが適用された回数を分析することで、擬似ライフゲームの分類を行った。本研究の結果、従来とは異なる指標に基づく擬似ライフゲームのクラス分けが示され、3×3 トーラス空間における振る舞いに規則性が見られることが実験により確認された。

2. ライフゲーム

ライフゲームは2次元正方格子空間上で行われ、一つの格子は**セル**と呼ばれる。各セルの近傍には8つのセルが隣接しており（**ムーア近傍**、図1）、各セルは2つの状態のうちいずれかを持つ（0と1、オンとオフ、生と死など）。

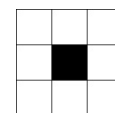


図1 ムーア近傍

ライフゲームにおけるセルの遷移規則を表1に示す。あるセルの次の時刻（世代）の状態はそのセル自身と周囲の8つのセルの現在の時刻における状態により決定される（外部総和型）。この表は、あるセルが状態0のとき、周囲に状態1のセルが3個あれば状態0のセルが状態1に遷移し（誕生）、あるセルが状態1のとき、周囲の状態1のセルが2個あるいは3個のとき状態1を保つが（生存）、それ以外のときは状態0となる（死亡）、ということを表している。

表1 ライフゲームの遷移規則

		周囲の1状態のセルの数								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
セルの状態	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0

上記のライフゲームの遷移規則は23/3と表される。ここで、‘23’は生存に必要な周囲の状態1のセルの数を表し、‘3’は誕生に必要な周囲の状態1のセルの数を表す。以降で考える擬似ライフゲームでもこの記法を使う。例えば、HighLifeと呼ばれる23/36は周囲に2あるいは3個の状態1のセルがあれば状態1のセルは生存し、周囲に3あるいは6個の状態1のセルがあると状態1のセルが誕生する。

^{†1} 和歌山大学大学院システム工学研究科
 Graduate School of Systems Engineering, Wakayama University

3. 擬似ライフゲーム

3.1 擬似ライフゲームの定義

ライフゲームの特徴は、2次元格子のセル空間を持ち、各セルは2状態でムーア近傍を持ち、外部総和型の規則を持つことである。本研究では、これらの性質を保持しつつかつオリジナルのライフゲームと異なる遷移規則を持つセルオートマトンを「擬似ライフゲーム」と呼ぶ。これに対して、オリジナルのライフゲームを「コンウェイのライフゲーム」と呼び、擬似ライフゲームと区別する。

3.2 ライフゲームの規則の分類

擬似ライフゲームは、その振る舞いに基づく以下の分類が知られている[12].

(1) 混沌的なグループ (Chaotic)

コンウェイのライフゲームのような複雑な振る舞いを見せるグループ。

表 2 混沌的なグループ

名称	ルール
2x2	125/36
Amoeba	1358/357
Diamoeba	5678/35678
HighLife (図 2)	23/36
Pseudo life	238/357

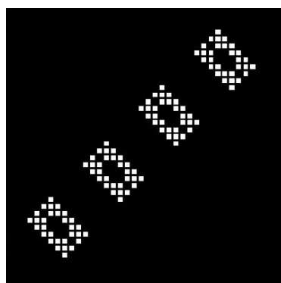


図 2 HighLife

(2) 安定的なグループ (Stable)

ある程度一定の規則的な振る舞いを見せ、最終的には周期的なパターンや安定的な変化に収束するグループ。

表 3 安定的なグループ

名称	ルール
Assimilation (図 3)	4567/345
Day and Night	34678/3678
Long life	5/345
Move(Morley)	245/368
Stains	235678/3678
WalledCities	2345/45678

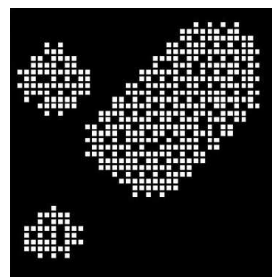


図 3 Assimilation

(3) 爆発的なグループ (Exploding)

セルが激しく誕生と死滅を繰り返し、広がっていくグループ。一部にコンウェイのライフゲームのようなパターンが出現するものや、自己複製を行う(初期配置をコピーする)パターンも存在する。

表 4 爆発的なグループ

名称	ルール
34 Life (図 4)	34/34
Coagulations	235678/378
Coral	45678/3
Gnarl	1/1
Maze	12345/3
Mazetric	1234/3
Replicator	1357/1357
Seeds	-/2
Serviettes(Persian Rug)	-/234



図 4 3-4Life

(4) 拡大的なグループ (Expanding)

誕生したセルは死滅せずに生存を続け、空間がある限り無限に広がっていくグループ。

例) Life Without Death (図 5) ルール:012345678/3

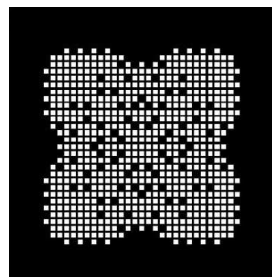


図 5 Life Without Death

3.3 λパラメータ

λパラメータ[8,9]とは、セルオートマトンの解析の定量的な指標の代表例であり、セルの非静止状態の割合を表す。

各セルの取り得る状態数を k 、自身（中央セル）を含めた近傍のセルの数を ρ とすると、近傍の取り得る状態数は $n=k^\rho$ となる。今 k 個の状態のうちある状態を「静止状態」とし、 n 通りの近傍から生じる次世代の中央セルの静止状態の数を n_q とすると、λパラメータは次式で与えられる。

$$\lambda = \frac{k^\rho - n_q}{k^\rho}$$

定義式より $0 \leq \lambda \leq 1$ で、 $n_q = k^\rho$ のとき $\lambda = 0$ となり、任意の近傍から生じる次世代のセルは静止状態であることを示す。一方、 $n_q = 0$ のとき $\lambda = 1$ となり、この場合は静止状態であるセルは存在しない。全ての状態が等しく次状態の出力に現れる場合 $\lambda = 1 - 1/k$ となり、一般にλパラメータが $0 \leq \lambda \leq 1/k$ の範囲にあるセルオートマトンは興味深い振舞いを見せる。コンウェイのライフゲームの場合、静止状態を 0 とすると、 $k^\rho = 2^9$ 、 $n_q = 372$ となり、λパラメータの値は $\lambda = (512 - 372) / 512 = 0.273$ となる。一方、λパラメータはセルの挙動の複雑さに関連する統計量であり、規則の平均的な挙動を反映しているに過ぎないため、必ずしも系全体の複雑さを予測するものではない[9]。

4. 擬似ライフゲームの分析

本章では、擬似ライフゲームの性質を調べる。以下では特に注釈が無い限り、環境は 40×40 正方形格子の上下、左右が連結されたトーラス空間、総セル数は 1600、セルの初期配置はランダムで状態 1 のセルの密度はセル全体の 30%、総ステップ数は 500 となっている。

4.1 規則の適用数

擬似ライフゲームの規則を、「誕生 (0 から 1 へ遷移する規則)」、「生存 (1 の状態を保つ規則)」、「死亡 (それ以外)」に分け、各規則が適用された回数を分析する。それぞれの擬似ライフゲームで実験を 10 回行った。なお、初期配置によって規則の適用数に若干の違いがあるが、適用数の一般的傾向は変わらないことを確認している。

図 6 は、コンウェイのライフゲームにおいて与えられたランダムな初期配置から、適用される規則の適用数の変化をグラフ化したものである。

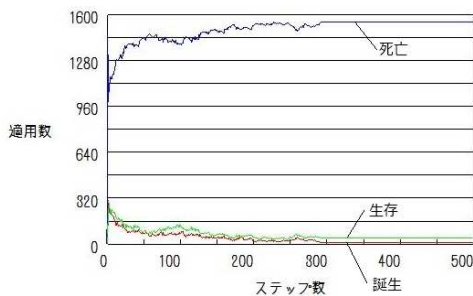


図 6 コンウェイのライフゲームにおける規則の適用数

グラフよりコンウェイのライフゲームの場合、適用される規則の数を比較すると、ステップ数が増えるに従って、「死亡」≫「生存」>「誕生」となっている。複雑な振る舞いを見せるとされる HighLife (23/36) や life1133 (13/3) も、同様の規則の適用数の変化が観察される。

次に、擬似ライフゲームの一例として、「グライダー」を含む多くのパターンが出現するが、密度が高いと爆発的に増殖する遷移規則である「345/3 ライフゲーム」の遷移規則の適用数の変化を図 7 に示す。

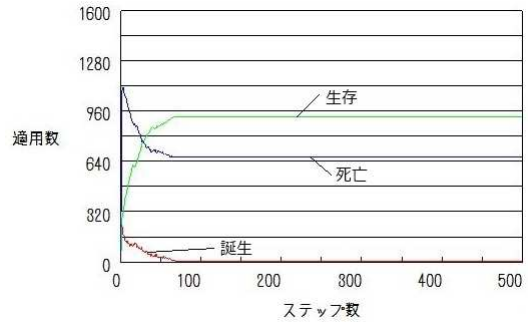


図 7 345/3 ライフゲームにおける規則の適用数

図 7 より、ステップ数が増えるに従って、適用される規則の数は「生存」>「死亡」≫「誕生」となっている。他の擬似ライフゲームでも、適用される規則の数の間にいくつかの特徴が観察された。次節では、これらの特徴によって擬似ライフゲームを分類することを試みる。

4.2 擬似ライフゲームの分類

本節では、現在確認されている規則の適用数の違いによる特徴と、それに基づく擬似ライフゲームの分類を示す。

(1) A グループ

最終的に全ての要素が振動しながらも直線状となり、常に「死亡」≫「誕生」>「生存」となるタイプ。このグループに属する擬似ライフゲームは、爆発的な増殖と死滅を繰り返す、収束しないという傾向がある。

- -/2:Seeds(Exploding)
- 34/34:3-4Life(Exploding) (図 8)
- 1/1:Gnarl(Exploding)
- -/234:Serviettes(Persian Rug)(Exploding)

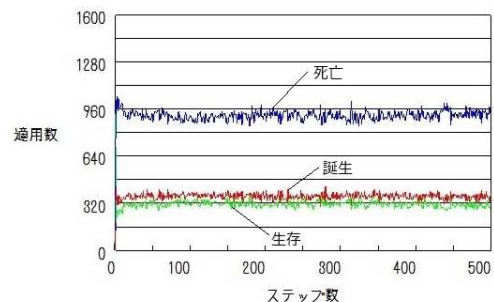


図 8 A グループ (34/34:3-4Life)

(2) B グループ

最終的に「生存」≫「死亡」≫「誕生」の状態へと収束するタイプ。誕生の数はほぼ0となる。このグループに属する擬似ライフゲームは、最終的には一度誕生した後はほとんどの場合死ぬことがないセルと、死んだままのセルの種類に分かれ、固定的な状態に収束する傾向がある。ごく一部のセルは周期的な明滅を繰り返す。

- 012345678/3:Life Without Death(Expanding) (図 9)
- 4567/345:Assimilation(Stable)
- 235678/3678:Stains(Stable)
- 12345/3:Maze(Exploding)
- 345/3:345/3 ライフゲーム

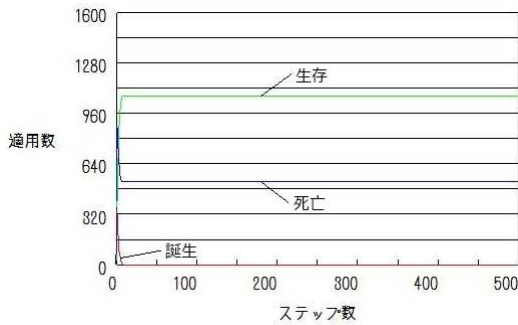


図 9 B グループ (012345678/3:Life Without Death)

(3) C グループ

最終的に「死亡」≫「生存」>「誕生」の状態へと収束するタイプ。コンウェイのライフゲームはこのグループに属し、このグループに属する擬似ライフゲームは、コンウェイのライフゲームのような複雑な振る舞いをする傾向があり、コンウェイのライフゲームに見られるような特徴的なパターンも多く現れる。

- 34678/3678:Day and Night(Stable)
- 245/368:Morley(Move)(Stable)
- 23/36:HighLife(Chaotic) (図 10)
- 13/3:life1113

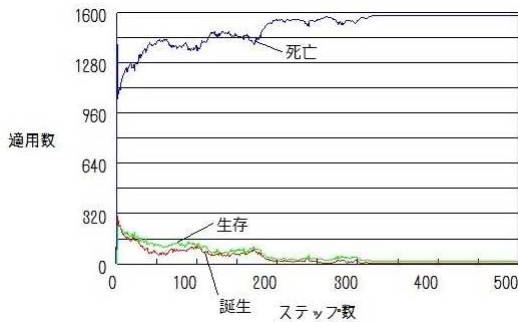


図 10 C グループ (23/36:HighLife)

(4) D グループ

C グループと似ているが、ほぼ常に「死亡」≫「生存」>「誕生」の状態となっている C グループと違い、生存と誕生がほぼ同数で入れ替わりを繰り返すタイプ。このグループに属する擬似ライフゲームも、コンウェイのライフゲームのような複雑な振る舞いをするが、コンウェイのライフゲームに比べて特徴的なパターンの出現数は若干少なめであるという傾向がある。

- 125/36:2x2(Chaotic) (図 11)
- 238/357:Pseudo life(Chaotic)

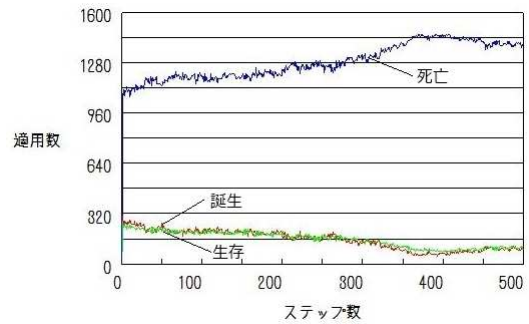


図 11 D グループ (125/36:2x2)

(5) その他

上に述べたグループとは違った特徴を持つ擬似ライフゲームも見つかっている。

- 1234/3:Mazectric(Exploding) (図 12)

「生存」≫「死亡」となる B グループと違い、生存と死亡がほぼ同数となっているが、振る舞いは B グループとほぼ同じとなっている。

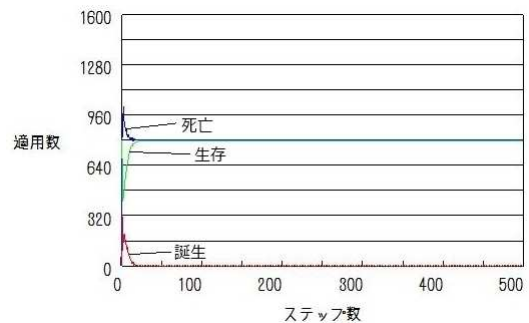


図 12 1234/3:Mazectric

- 45678/3:Coral(Exploding) (図 13)

1 状態のセルが徐々に広がっていき、密度が一定になると、「死亡」>「生存」>「誕生」から「生存」>「死亡」>「誕生」へと変化するタイプ。最終的には B グループと同じ振る舞いをする。

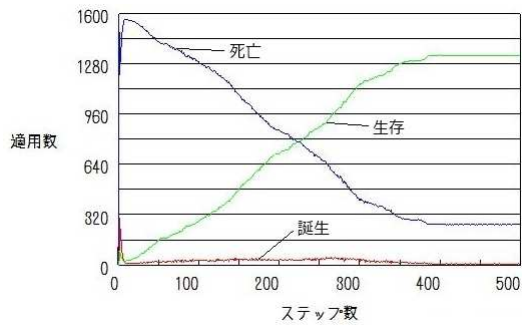


図 13 45678/3:Coral

なお、この他の擬似ライフゲームの中で、 40×40 の格子空間を拡大した場合に上述した以外の特徴を示すものがあったが、それらについてはここでは述べていない。

このように擬似ライフゲームは、規則の適用数において異なる特徴を持ち、3.2 節で紹介したグループ分けとは異なる分類ができることがわかった。両者の分類を比較したものを表 5 に示す[a]。

表 5 擬似ライフゲームの分類の比較

ルール	3.2 節の分類	4.2 節の分類
-/2	Exploding	A グループ
34/34	Exploding	A グループ
1/1	Exploding	A グループ
-/234	Exploding	A グループ
012345678/3	Expanding	B グループ
4567/345	Stable	B グループ
235678/3678	Stable	B グループ
12345/3	Exploding	B グループ
34678/3678	Stable	C グループ
245/368	Stable	C グループ
23/36	Chaotic	C グループ
125/36	Chaotic	D グループ
238/357	Chaotic	D グループ
1234/3	Exploding	その他
45678/3	Exploding	その他

表 5 より、3.2 節で述べた「爆発的なグループ (Exploding)」は、本研究の分類では A グループ、B グループもしくはその他に属し、「安定的なグループ (Stable)」は B グループもしくは C グループ、「混沌的なグループ (Chaotic)」は C グループもしくは D グループ、「拡大的なグループ (Expanding)」は B グループに属していることがわかる。しかし、3.2 節で同じグループに分類されたゲームが 4.2 節の分類では異なるグループに属し、またその逆もいえることから、本研究で提案する分類は、3.2 節の分類とは異なるものであると考えられる。

a) 345/3, 13/3 は 4.2 節の分類ではそれぞれ B, C グループに属するが 3.2 節の分類での所属が示されていないので表 5 には記載していない。

4.3 考察

擬似ライフゲームにおいて適用されるルール（誕生・生存・死亡）の数に違いがあることは前節で述べた。このような違いが出る理由は、ゲームによって適用されるルール（周囲の状態 1 のセルの数）に偏りが出るためと考えられる。実験中の各ステップで、全てのセルの周囲 8 近傍における状態 1 のセルの数をカウントし、500 ステップのゲーム中の周囲に含まれる状態 1 のセルの数の割合を比較したものを表 6 に示す。データは 10 回の実験の平均値である。

表 6 Conway's Life と 345/3 ライフゲームの比較

状態 1 のセルの数	23/3:Conway's Life	345/3 ライフゲーム
0	70.57%	0.57%
1	9.14%	0.61%
2	10.33%	1.55%
3	5.66%	13.89%
4	2.51%	31.58%
5	1.35%	28.83%
6	0.38%	16.93%
7	0.07%	5.76%
8	0.01%	0.28%

表 6 によると、23/3:Conway's Life の場合、周囲に 1 状態のセルが存在しない場合が 7 割を占め、1~2 個含まれる場合と合わせて約 9 割となっている。そのため、適用されるルールは「死亡」≫「生存」>「誕生」となり、適度な密度が保たれるため、複雑な振る舞いを見せると考えられる。

一方、345/3 ライフゲームの場合、周囲に 1 状態のセルが 4~5 個含まれる場合が最も多く 6 割を占め、次いで 3 個や 6 個が多く、これらを合わせると約 9 割となる。そのため、適用されるルールは「生存」≫「死亡」>「誕生」となり、生存し続けるセルが多くなる。このような偏りが、擬似ライフゲームの振る舞いに影響を与えたと考えられる。

5. 3×3 トーラス空間での分析

前章では、 40×40 のトーラス空間における擬似ライフゲームの振る舞いを分析したが、本章では擬似ライフゲームにおける最小空間である 3×3 格子のトーラス空間での振る舞いを分析し、ゲームの局所的振る舞いから大域的振る舞いの予測可能性について検討する。

実験は 3×3 正方格子のトーラス空間において、1 個から 9 個の状態 1 のセルを配置する。 3×3 格子のトーラス空間では、中央セルを含む近傍は 1 通りしか存在しないので、状態 1 のセルの数が等しい任意の状態は同一パターンとみなせる。

3×3 空間上での振る舞いは以下の通りとなる。

- 消滅：全てのセルが状態 0 になる
- 安定：全てのセルがそのままの状態を保持する

- 反転：状態0のセルが状態1に、状態0のセルが状態1に変化
- 密集：全てのセルが状態1になる
- その他[b]

表7にコンウェイのライフゲームと擬似ライフゲームの例を幾つか示す。

表7 3×3セルのトーラス空間での実験結果

状態1の数	23/3	34/34	345/3	238/357
1	消滅	消滅	消滅	消滅
2	消滅	消滅	消滅	消滅
3	密集→消滅	反転→消滅	反転→安定	密集→安定
4	安定	密集→消滅	安定	安定
5	消滅	安定	安定	反転→安定
6	消滅	消滅	安定	消滅
7	消滅	消滅	消滅	反転→消滅
8	消滅	消滅	消滅	消滅
9	消滅	消滅	消滅	安定

実験の結果、3.2節で述べた全ての擬似ライフゲームについて3×3トーラス空間での振る舞いに以下の規則性を発見することができた。

- 状態1のセルの数 n ($1 \leq n \leq 9$) に対して、
- ① n が誕生ルールに存在し、生存ルールに $n-1$ があれば密集
 - ② n が誕生ルールに存在し、②が適用されなければ反転
 - ③ ①,②が適用されなかった n に対して生存ルールに $n-1$ があれば安定
 - ④ ②が適用された n に対して、誕生ルールに①が適用される $9-n$ があれば密集
 - ⑤ ②が適用された n に対して、誕生ルールに②が適用される $9-n$ があれば周期運動（反転を繰り返す）
 - ⑥ ②が適用され④,⑤が適用されなかった n に対して、生存ルールに $9-n-1$ があれば安定
 - ⑦ ①,④で密集後、生存ルールに8があれば安定
 - ⑧ それ以外は消滅

例) 34678/3678:Day and Night の場合

- ① 7,8 に対して、生存ルールに6,7が存在するので密集
- ② 3,6 に対して、生存ルール2,5は存在しないので反転
- ③ 4,5,9 に対して、①,②が適用されず生存ルール3,4,8が存在するので安定
- ④ 3,6 に対して、誕生ルール3,6には①が適用されない
- ⑤ 3,6 に対して、誕生ルール3,6には②が適用されるので周期運動

b) 「その他」の振る舞いは3章で述べた擬似ライフゲームでは確認できていない。

- ⑥ 3,6 に対しては、⑤が適用された
- ⑦ 7,8 に対して、生存ルールに8が存在するので安定
- ⑧ 1,2 は消滅

これらを整理すると、

- 状態1のセルの数が1,2個のときは消滅
 - 状態1のセルの数が3,6個のときは反転後、周期運動
 - 状態1のセルの数が4,5,9個のときは安定
 - 状態1のセルの数が7,8個のときは密集後、安定
- 以上の通り動作することは実験で確認済みである。

他の擬似ライフゲームにおいても、3×3トーラス空間で本規則が適用可能であることが確認されている。現時点では、Aグループは消滅しやすい、Bグループは他グループに比べて安定することが多めであるなどの傾向は見られているが、詳細の分析には至っていない。

6. おわりに

本研究では、異なる遷移規則の適用回数に基づく擬似ライフゲームの分類手法を提案した。また実験の結果、3×3トーラス空間での擬似ライフゲーム振る舞いに規則性を発見することができた。今後の課題としては、①2次元格子空間一般における擬似ライフゲームの振る舞いの規則性の発見と動作予測、②汎用コンピュータのベースとなり得るグライダーのような移動物体を生み出す条件や、複雑な振る舞いを見せる条件の探究、③擬似ライフゲーム分類方法のさらなる分析と評価、④エデンの園配置（前状態を持たないパターン）の出現頻度の比較、などが挙げられる。

参考文献

- 1) Conway, J. H.: The game of life, *Scientific American* 223, p.120-123 (1970).
- 2) ウィリアム・パウンドストーン (有沢誠訳) : ライフゲームの宇宙, 日本評論社 (1990).
- 3) 熊谷武洋: ライフゲームアルゴリズムを応用した動画像制作手法について - プログラミングによる静止画像の動画化, 山口大学教育学部研究論叢, 第55巻第3部 (2005).
- 4) 井上聡: ライフゲームの性質を利用したファイルの暗号化に関する研究, 第22回人工知能学会全国大会 2J2-1 (2008).
- 5) Heudin, J. C.: A new candidate rule for the game of two-dimensional Life, *Complex Systems* 10, pp.367-381 (1996).
- 6) Magnier, C. et al.: Complexity class in the two-dimensional Life cellular automata subspace, *Complex Systems* 11, pp.419-436 (1997).
- 7) Kostakos, V.: Urban encounters: The game of real life, *Proc. CHI'08*, pp.3555-3560, ACM (2008).
- 8) Langton, C.: Computation at the edge of chaos: Phase transitions and emergent computation, *Physica D* 42, pp. 12-37 (1990).
- 9) Schiff, J. L.: セルオートマトン, 共立出版 (2011).
- 10) Li, W., et al.: Transition phenomena in cellular automata rule space, *Physica D* 45, pp.77-94 (1990).
- 11) Wuensche, A.: Classifying cellular automata automatically, *Complexity*, vol. 4, no. 3, pp. 47-66 (1999).
- 12) Wojtowicz, M.: Cellular Automata rules lexicon, http://www.mirekw.com/ca/rullex_life.html