

TSPにおけるアントコロニー・コンサルタント誘導型探索

平沼 雄大^{†1} 榎原 博之^{†1}

概要: アントコロニー最適化は、多くの組合せ最適化問題に適用され、良い解を見出すメタヒューリスティック手法の1つである。そのため、多くの改善が為されアントコロニーシステムなど様々なアルゴリズムが提案されてきている。最近新しく提案されたメタヒューリスティック手法の1つにコンサルタント誘導型探索がある。この手法はコンサルタントと呼ばれる仮想の人間が持つ解をもとに、クライアントと呼ばれる仮想の人間が解を作成するアルゴリズムである。本研究では、コンサルタント誘導型探索におけるコンサルタントが持つ解を作成するためにアントコロニーシステムを利用し、組合せ最適化問題の代表例である巡回セールスマン問題 (TSP) の近似解を求めるアルゴリズムを提案する。最終的に、ベンチマーク問題 (TSPLIB) を用いて計算機実験を行った結果、都市数 1000 程度の問題において誤差率 1 パーセントを切る解を見つけ出した。

Ant Colony Consultant Guided Search for the Traveling Salesperson Problem

Abstract: Ant Colony Optimization is applied to a number of Combinatorial Optimization Problems and is one of the metaheuristic method that has been put out a good solution. Therefore, many improvements have been made, and various algorithms such as Ant Colony System have been proposed. Recently, Consultant Guided Search was proposed as one of metaheuristic methods. This approach is an algorithm that a virtual person called a client creates a solution based on a solution with a virtual person called a consultant. In this research, we propose an algorithm which uses Ant Colony System in order to create a solution with a consultant in Consultant Guided Search, and calculates an approximation solution for the traveling salesperson problem (TSP). Finally, we execute a computer experiment using the benchmark problems (TSPLIB), and our algorithm got a solution of less than 1% error rate for problem instances in a matter of 1000 cities.

1. はじめに

近年、計算機の能力が向上するにつれ、要求される計算量も増加してきている。このような膨大な計算を計算機を使用して行う際、組合せ最適化問題を適用することがある。組合せ最適化問題とは、与えられた制約条件を基に、目的関数の値を評価し、最小もしくは最大になる組合せを求める問題である。

組合せ最適化問題において、求めたい結果が厳密な最適値でなければならない場合も存在するが、一般的にはある程度の精度を持つ近似解でも許容できる場合が多く、その場合短時間で解を得ることができる。組合せ最適化問題では厳密解を求めるための実行時間が問題の規模に対して指数関数的にかかることが知られており、長時間かけて厳密

な値を出すよりも短時間で充分最適解に近い近似解を得ることが重要であり、それに対する解法が数多く研究されている [1]。数ある近似解法の中でも、特にメタヒューリスティック手法は、多くの問題に対して適応できる汎用的な解法であるため、幅広く研究されている [2]。

メタヒューリスティック手法の1つである群知能は、近年最適化問題を解く手法として研究が盛んになっている。中でも蟻の採餌行動を基にしたアントコロニー最適化 [5] は、巡回セールスマン問題、ネットワークルーティング、2次割当問題などの多くの組合せ最適化問題に適用され、有効性が確認されている。アントコロニー最適化は、今まで様々な改良が施され、アントコロニーシステム [6] や Max-Min アントシステム [7] などが提案されている。本研究ではその1つであるアントコロニーシステムを用いる。

最近新しく提案された群知能アルゴリズムに、コンサルタント誘導型探索がある [9][10][11]。このアルゴリズムは、

^{†1} 現在、関西大学大学院 理工学研究科
Presently with Graduate School for Science and Engineering,
Kansai University

コンサルタントからアドバイスを受けて方針を決める人々の行動を模したものである。実際の人の行動は複雑であるが、このアルゴリズムでは1つの規則に従う仮想の人間を用いている。また、人をまとめるリーダー的な役割を担うものは存在せず、全ての人々が独自に行動する。仮想の人間は、コンサルタントとクライアントの両方の役割を担う。コンサルタントは、クライアントの解作成を導くための戦略(解)を構築し、クライアントはコンサルタントの戦略をもとにして解を作成する。

本研究では、組合せ最適化問題の代表例である巡回セールスパーソン問題に対してアントコロニーシステムとコンサルタント誘導型探索を用いることにより、良質な近似解を求めることを目的とする。本研究での提案手法の特徴は、コンサルタント誘導型探索におけるコンサルタントの戦略の構築にアントコロニーシステムの解を利用することである。また、本提案手法にMPI通信による並列化を施し、PCクラスタ上で実験を行い、その有効性を検証する。

2. 巡回セールスパーソン問題

巡回セールスパーソン問題とは、訪問対象となる n 個の都市を一度ずつ訪問して出発した都市に戻る巡回路の中で距離が最小のものを求める問題である [3]。

n 個の都市の集合 $V = \{1, \dots, n\}$ と都市 i と都市 j の間の距離を C_{ij} とすると、目的関数 $f(x)$ を最小化する式は以下のように数式化できる：

$$f(x) = \sum_{k=1}^{n-1} C_{x(k)x(k+1)} + C_{x(n)x(0)} \quad (1)$$

ここで、 $x(k) = i$ は、 k 番目に訪れる都市が i であることを表す。

3. アントコロニーシステム

アントコロニーシステム (Ant Colony System) はメタヒューリスティック手法の1つであるアントコロニー最適化 (Ant Colony Optimization) を拡張したアルゴリズムであり、多くの組合せ最適化問題において有用性を示している [5][6][12][13]。アントコロニー最適化と異なり、フェロモンの更新を蟻が都市を選択することに行う。以下のアルゴリズムに従って解を探索する。

- (1) フェロモン情報を初期化し、複数の蟻をランダムに選択した都市に配置する
 - (2) 各蟻が確率式に従って次の都市を選択する
 - (3) ローカルフェロモンを更新する (Local Pheromone Update)
 - (4) 全ての都市を巡回後、グローバルフェロモンを更新する (Global Pheromone Update)
 - (5) 指定の終了条件になれば、探索を終了する
- 各蟻が次の都市を選択するために使用する式は以下の通

りである：

$$s = \arg \max_{u \in J_k(r)} [\tau(r, u) \cdot \eta(r, u)^\beta], \text{ if } q \leq q_0 \quad (2)$$

$$p_k(r, s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r, s)] \cdot [\eta(r, s)]^\beta}{\sum_{u \in J_k(r)} [\tau(r, u)] \cdot [\eta(r, u)]^\beta} & \text{if } s \in J_k(r) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $\tau(r, u)$ 、 $\eta(r, u)$ はそれぞれ都市 r と都市 u の間のフェロモン量、ヒューリスティクス情報を表す。また、 $q(0 \leq q \leq 1)$ はランダム変数、 $q_0(0 \leq q_0 \leq 1)$ 、 β はパラメータである。

次の都市 s を選択したとき、 $q \geq q_0$ かつ未訪問の都市群 $J_k(r)$ に含まれていれば、確率式 p_k の確率で都市 s に移動することを表す。

フェロモン情報は以下の式によって更新される：

- (1) Local Pheromone Update

$$\tau(r, s) \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau(r, s) + \rho \cdot \tau_0 \quad (4)$$

- (2) Global Pheromone Update

$$\tau(r, s) \leftarrow (1 - \rho) \cdot \tau(r, s) + \rho \cdot \Delta\tau_k(r, s) \quad (5)$$

$$\Delta\tau_k(r, s) = \begin{cases} (L_{gb})^{-1} & \text{if } (r, s) \in \text{globalbesttour} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 τ_0 はフェロモンの初期値、 $\rho(0 < \rho < 1)$ はパラメータ、 L_{gb} はその時点での最良解である。

4. コンサルタント誘導型探索

コンサルタント誘導型探索 (Consultant Guided Search) は最近新しく提案された人同士の間で直接情報を交換することをベースとしたメタヒューリスティック手法の1つである [9][10][11]。人間は方針を決める際に、コンサルタントにアドバイスを受けることがある。本手法は、そのコンサルタントとアドバイスを受ける人間であるクライアントとの関係を基に解を求める。本手法における仮想の人間は、それぞれコンサルタントとクライアントの両方の役割を担う。また、コンサルタントがクライアントに与えるアドバイスは解であり、戦略と呼ばれる。仮想の人間はコンサルタントとクライアントの両方となるので、実際はコンサルタントとして戦略を構築するモードとクライアントとして解を作成するモードに分かれる。それぞれのモードは、サバティカルモード、ノーマルモードと呼ばれる。

まず、コンサルタントはクライアントにアドバイスを与えるために、解である戦略を構築する必要がある。そのため、全ての仮想の人間はサバティカルモードから探索を開始する。サバティカルモードでは、コンサルタントとしてクライアントを導くための独自の解を構築する。解は、各都市間の距離を基に構築される。また、なるべく良い戦略を構築するため、解を複数個作成するまでサバティカル

モードが続く。サバティカルモードが終了すると、ノーマルモードに移行する。ノーマルモードでは、クライアントとしてコンサルタントを選択し、コンサルタントの持つ解をもとに新たな解を作成する。コンサルタントには評判と呼ばれる値があり、それを基にクライアントはコンサルタントを選択する。クライアントが作成した解がコンサルタントのもつ戦略よりも良い場合は、選択されたコンサルタントの評判が高くなり、より選択されやすくなる。コンサルタントの評判は徐々に下がっていき、一定の値を下回った場合、サバティカルモードに移行し戦略の構築をはじめめる。コンサルタント誘導型探索は以下のアルゴリズムに従って解を探索する。

- (1) 仮想の人間を作成し、サバティカルモードに設定する
- (2) もしサバティカルモードなら、各人間が戦略構築式に従って解を作成する
ノーマルモードなら、解作成式に従って解を作成する
- (3) 各人間が解を生成したら、戦略を更新する
サバティカルモードなら、今までよりも良い解の場合は戦略を置き換える
ノーマルモードであり、かつ解が解作成に使用したコンサルタントの戦略よりも良い場合は、コンサルタントの戦略を更新する
- (4) 評判を更新する
- (5) 評判の値が一定の値を下回った場合、サバティカルモードに変更
戦略を決められた回数構築した場合、ノーマルモードに変更
- (6) 指定の終了条件になれば、探索を終了する
サバティカルモードの人間は解を構築する際、基本的には今いる都市との距離が最小となる都市を選択する。また、場合により確率的に次の都市を決める。サバティカルモード時に使用する式は以下のように数式化される：

$$j = \begin{cases} \operatorname{argmin}_{l \in N_i^k} \{d_{il}\} & \text{if } a \leq a_0 \\ J & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

$$p_{ij}^k = \frac{(1/d_{ij})^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} (1/d_{il})^\beta} \quad (8)$$

ここで、 $l \in N_i^k$ は都市 l が人間 k が今いる都市 i の実行可能な近傍に含まれていることを表す。 d_{il} は都市 il 間の距離、 a ($0 \leq a \leq 1$) はランダム変数、 a_0 ($0 \leq a_0 \leq 1$) はパラメータを表す。 J は p_{ij}^k によって得られる確率分布で選択される確率変数、 β はパラメータを表す。

ノーマルモードでは、コンサルタントの戦略をもとに、クライアントが次の都市を選択する。具体的には、自分を含めたノーマルモードであるコンサルタントを、評判をもとにして選択し、選択したコンサルタントがサバティカル

モードで作成した戦略に以下の式に従うことで、新たな解を作成する。

$$j = \begin{cases} v & \text{if } v \neq \text{null} \wedge q \leq q_0 \\ \operatorname{argmin}_{l \in N_i^k} \{d_{il}\} & \text{if } (v = \text{null} \vee q > q_0) \\ & \wedge b \geq b_0 \\ J & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 v はコンサルタントが持つ解の中で、今いる都市と連続している都市を表す。 q, b ($0 \leq q, b \leq 1$) はランダム変数、 q_0, b_0 ($0 \leq q_0, b_0 \leq 1$) はパラメータを表す。

評判は、動的に変動するコンサルタントの評判値とコンサルタントのアドバイスのもと、得られた解によって変更される。評判の更新は以下の式に従う：

$$p_k = \frac{\operatorname{reputation}_k^\alpha \operatorname{result}_k^\gamma}{\sum_{c \in C} \operatorname{reputation}_c^\alpha \operatorname{result}_c^\gamma} \quad (10)$$

ここで、 C はノーマルモードのコンサルタントの集合、 α 及び γ はパラメータを表す。 $\operatorname{reputation}$ はコンサルタントの評判値、 result はコンサルタントの持つ解の逆数を表す。また、評判値 $\operatorname{reputation}$ は以下の式のように徐々に減少する。

$$\operatorname{reputation}_k \leftarrow \operatorname{reputation}_k (1 - r) \quad (11)$$

r は減少レートを表す。

5. 提案手法

5.1 実験システム

本研究で用いる実験環境は、PC クラスタコンソーシアム [4] が配布している MPI 環境構築フリーソフトウェアである SCore を用いて構築されている。これにより、研究室にある 1 台のサーバと、10 台の計算処理用 PC がギガネットイーサスイッチを介して同一 LAN 内で接続されており、互いに MPI 通信を行うことができる (図 1)。

本研究で使用する実験システムの詳細を示す。サーバ 1 台と計算用 PC 10 台で実験を行う。各々の性能を表 1、表 2 に示す。

5.2 提案手法

本研究では、巡回セールスパーソン問題に対して、コンサルタント誘導型探索にアントコロニーシステムから得られた解を用いることにより、より良い近似解を得ることを目的とする。主要な提案手法は、コンサルタントの戦略及びフェロモン情報の引き継ぎである。

コンサルタント誘導型探索におけるコンサルタントの戦略にアントコロニーシステムで求めた解を利用することで、より効果的な探索を可能とする。

フェロモン情報の引き継ぎは、次のアントコロニーシステムにフェロモン情報を再利用することで、広範囲な探

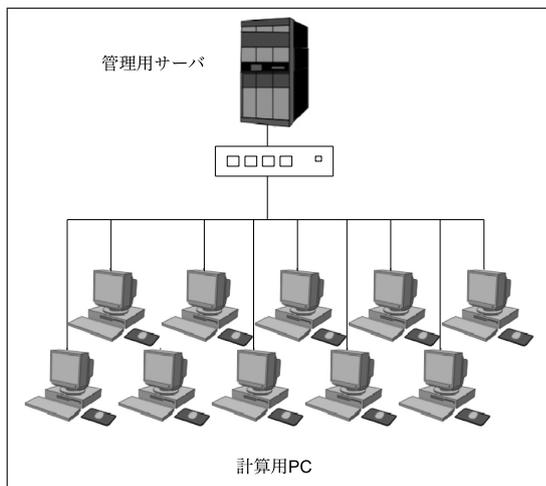


図 1 実験システム

Fig. 1 Experiment system

表 1 サーバの性能

Table 1 Performance of Server

CPU	Intel Xeon X5470 3.33GHz
Memory	4GB
OS	CentOS 5.6
MPI	SCore version 7.0.1

表 2 計算用 PC の性能

Table 2 Performance of Calculating PCs

CPU	Intel Core2Duo E6850 3.00GHz
Memory	4GB
OS	CentOS 5.6
MPI	SCore version 7.0.1

索を可能とする。

以下に、提案手法の特徴について説明を以下に示す。

(1) コンサルタントの戦略

コンサルタント誘導型探索では、クライアントがコンサルタントの戦略を利用して、解を作成する。コンサルタントの戦略の構築式は (7) であり、利用する情報は都市間の距離のみである。そのため、ランダム性が多少入るとはいえ似たような解が多数作成されることが考えられる。この場合、他のアルゴリズムにより求めた解を利用することで、このような事態を避けることができると思われる。

本提案手法では、アントコロニーシステムでの仮想の蟻が、そのままコンサルタント誘導型探索の仮想の人として探索を行う。アントコロニーシステムのフェーズにおいて、各仮想の蟻は常に自身が求めた解の中で最も良い解を保存しておく。このフェーズの終了後、各仮想の蟻とその最も良い解をそのままコンサルタント誘導型探索に引き継ぎ、仮想の蟻は仮想の人間、解はコンサルタントの戦略として探索を開始する。これ

により、クライアントはフェロモンにより間接的に求めた解のアドバイス及び確率的に距離のみを利用した都市の選択を用いるため、多様な解が作成できる。

(2) フェロモン情報の引き継ぎ

本提案手法では、コンサルタント誘導型探索はアントコロニーシステムが収束した後に実行される。アントコロニーシステム終了時では、その時点の最も良い解に含まれる都市間とその他の都市間のフェロモン量の差は大きいと考えられる。従来のコンサルタント誘導型探索では、コンサルタントの戦略の構築、クライアントの解の作成のどちらも基本的に都市と都市の距離を利用する。フェロモンなどの間接的な情報を使用しないため、引き継いでも直接探索には影響しない。しかし、コンサルタント誘導型探索においてもフェロモン情報を随時更新し、この後のアントコロニーシステムに引き継ぐことにより、アントコロニーシステムにおいて前回の探索とは若干異なるが近い範囲を集中的に探索できる。

5.3 並列化

本提案手法では、MPI による並列化を用いる。並列化を利用することにより、複数台の PC が情報を共有し合うことで単体の PC の場合よりも広範囲な探索を行うことができる。

提案手法における計算処理は、まず PC クラスターのシステムを管理するサーバが、接続されている LAN 内の全ての計算用 PC にジョブを投入することで開始される。ジョブは各計算用 PC 1 台につき 1 つが割り当てられ、実行される。管理サーバは、ジョブを計算用 PC に割り当てる作業と、計算が終わった全ての PC から計算結果を回収する作業を行う。計算が開始されると、各計算用 PC は他の全ての計算用 PC に対し、MPI による通信を行うことで情報を共有する。このように、計算はマルチプロセスで実行されるが、解空間は分割されず、共有される情報を除いてそれぞれ独立に計算プロセスが実行される。また、通信は非同期に行われるため、通信処理によって計算プロセスが中断されることはない。PC クラスター全体で計算用 PC が通信・共有する情報の内容は、各 PC が求めた最も良い解である。

本提案手法において、計算用 PC は各々独自のフェロモン情報を保持している。全体のフェロモン情報を更新する際は、作成された解を利用する。通常は、各 PC の蟻が作成した解の中で最も良いものを用いて更新する。しかし、その場合しばらく解が更新されないと最も良い解が構成する経路のフェロモンが著しく上昇し、早期に収束する可能性がある。そこで、時折別の PC の解を用いることで収束を遅らせることで、より多様な範囲が探索可能となる。

図 2 に本提案手法における並列化の略図を示す。

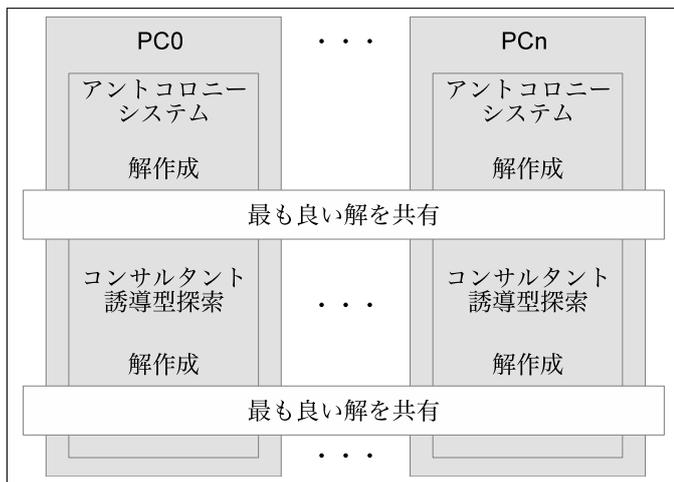


図 2 提案手法における並列化

Fig. 2 Parallellization of the proposed method

5.4 提案アルゴリズム

以下に提案アルゴリズムを示す。

- (1) 仮想の蟻（人間）の生成
 生成する数は 20~30 の間でランダムに決定する。
- (2) フェロモンの初期化
 初期値は $1 / \{(\text{都市数 } N) \times (\text{最近近傍法を用いて生成した解})\}$ とする。
- (3) 探索 1
 このフェーズは、仮想の蟻による探索が、解が指定回数改善されなくなるまで繰り返し実施される。
- (4) ノーマルモードに設定
 通常のコンサルタント誘導型探索では、最初にコンサルタントの戦略を作成する必要があるためサバティカルモードだが、本提案手法では各蟻が求めた解を使用するため、ノーマルモードに設定する。
- (5) 探索 2
 探索 1 フェーズにおいて各仮想の蟻が求めた解の中で、上位仮想の蟻（人間）数分の解を各コンサルタントの戦略として割り当てて、探索を開始する。このフェーズにおいてもフェロモンの更新を行う。仮想の人間による探索が、解が指定回数改善されなくなるまで繰り返し実施される。
- (6) 探索の繰り返し探索 2 を終了した後、探索 1 へ戻る。
 探索 2 の後の探索 1 において、解の改善がなされなかった場合はフェロモンの初期化を行う。
- (7) 終了条件
 終了条件は探索時間によって決定し、あらかじめ設定しておいた時間になると探索を終了し、最終的に最も良い解を出力する。

図 3 に本提案手法のフローチャートを示す。

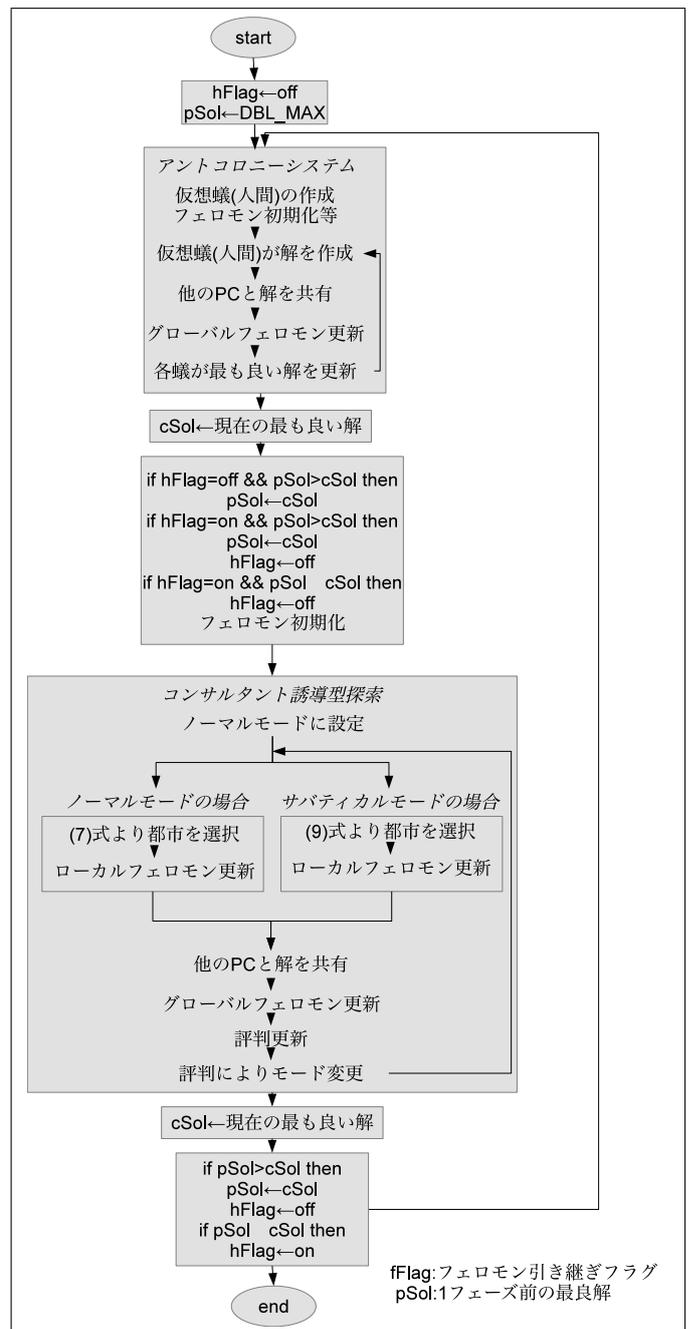


図 3 提案手法のフロー

Fig. 3 Flow of the proposed method

6. 計算機実験

6.1 実験結果

本研究では、巡回セールスマン問題のベンチマーク問題例を配布する TSPLIB[8] より、783 都市、1002 都市、2152 都市の 3 種類の問題を選択して実験を行う。

探索時間は 783 都市、1002 都市が 2 時間、2152 都市が 3 時間である。アントコロニーシステムとコンサルタント誘導型探索の切り替えは、過去に都市数 n 回連続して最良解が更新されなかった場合に行われる。それぞれの問題

表 3 実験結果 [%]
 Table 3 Experimental Results [%]

		rat783	pr1002	u2152
ACS	avg	1.59	1.27	2.42
	min	1.34	1.00	2.14
CGS	avg	2.14	2.22	4.97
	min	1.88	2.14	3.90
ACCGS	avg	1.30	1.11	2.22
	min	0.87	0.75	1.88

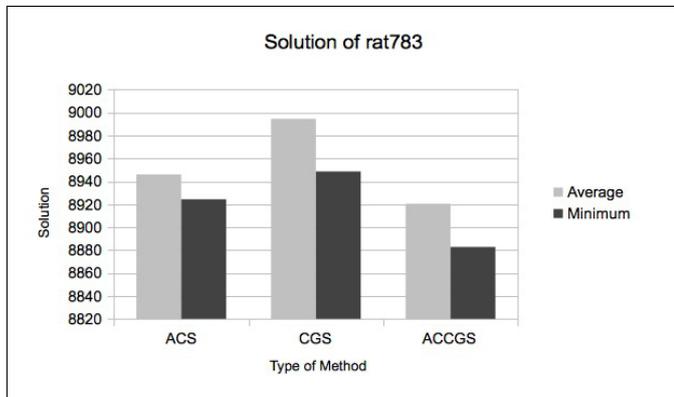


図 4 rat783 の結果
 Fig. 4 Solution of rat783

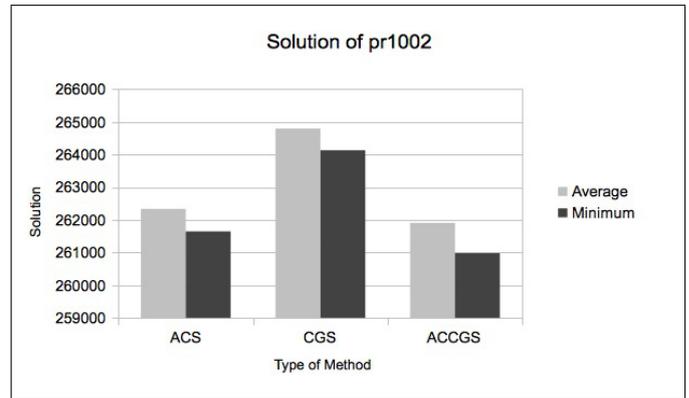


図 5 pr1002 の結果
 Fig. 5 Solution of pr1002

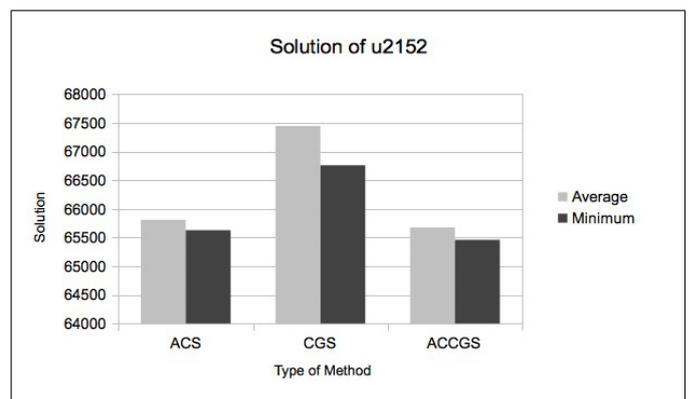


図 6 u2152 の結果
 Fig. 6 Solution of u2152

例に対して 10 回行った実験結果を表 3 に示す。表 3 において、「ACS」はアントコロニーシステム、「CGS」はコンサルタント誘導型探索、「ACCGS」は本提案手法であるアントコロニーコンサルタント誘導型探索を示している。また、「ave」は 10 回の平均、「min」は得られた解の中で最も良い解を示している。値は、各実験において算出した解と TSPLIB に記載されている最適値との誤差を百分率で示したものである。いずれもアルゴリズムも並列化を施した結果である。

図 4, 図 5, 図 6 は表 3 について、各問題ごとにグラフ化したものである。縦軸は解の値を示し、横軸は各アルゴリズムを示す。各アルゴリズムの結果において左が平均値、右が最も良い解を示してしている。

表 3 と図 4, 図 5, 図 6 より、アントコロニーシステムとコンサルタント誘導型探索を組み合わせた提案手法が最も良い解を導出していることが示された。

6.2 考察

結果より、アントコロニーシステムで各蟻が求めた解の中で最も良かった解を、コンサルタント誘導型探索のコンサルタントの戦略に利用するという本提案手法が有用であることが確認できた。

図 4, 図 5, 図 6 より、アントコロニーシステム以上に良い解を見つけることができた。これは、コンサルタントの戦略にアントコロニーシステムで得られた解を用いたこ

とが影響していると考えられる。従来のコンサルタントの戦略は距離のみを利用して構築されるため、似たような解が構築される。ここに、距離とフェロモン情報の 2 つを利用するアントコロニーシステムを導入したことで、コンサルタントの戦略が多様となったため、探索範囲が広がり良い結果が得られたと考えられる。また、フェロモン情報を引き継いだことにより、アントコロニーシステムにおいて前回探索を行った範囲と近い場所を集中的に探索したことでアントコロニーシステム自体の解が良くなり、それが最終的に良い結果に結びついたと考えられる。

7. おわりに

本研究では、MPI 通信を用いた並列環境において、巡回セールスマン問題に対するアントコロニーコンサルタント誘導型探索を提案した。本提案手法では、解の多様性を高めるために、最良解を共有して周期的にアントコロニーシステムのグローバルフェロモンの更新時に使用し、またアントコロニーシステムでの各蟻の最良解をコンサルタント誘導型探索で用い、さらにフェロモンの更新をコンサルタント誘導型探索においても行うことで、良質な解が得られることを計算機実験において検証した。実験結果

より、並列化を行い、コンサルタントの戦略にアントコロニーシステムの解を利用することで良い近似解が得られており、より多様で集中的な探索ができているとわかった。

参考文献

- [1] サディック・M. サイト and ハビブ ヨゼフ: 組合せ最適化アルゴリズムの最新手法 - 基礎から工学応用まで, 丸善 (2002).
- [2] Colin R. Reeves 著、訳:横山隆一、奈良宏一、佐藤晴夫、鈴木昭男、萩本和彦、陳洛南: モダンヒューリスティックス-組合せ最適化の先端手法-, 日刊工業新聞社 (1997).
- [3] 山本芳嗣, 久保幹雄: 巡回セールスマン問題への招待, 朝倉書店 (1997).
- [4] PCCC: PC Cluster Consortium, <http://www.pcluster.org/>.
- [5] Dorigo, M. and Di Caro, G.: Ant colony optimization: a new meta-heuristic, *Evolutionary Computation*, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on, Vol.2(1999).
- [6] Dorigo, M. and Gambardella, L.M.: Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem, *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, Vol.1, No.1, pp.53–66(1997).
- [7] Stützle, T. and Hoos, H.H.: MAX-MIN ant system, *Future generation computer systems*, Vol.16, No.8, pp.889–914(2000).
- [8] TSPLIB: <http://comopt.ifl.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>.
- [9] Iordache, S.: Consultant-guided search: a new meta-heuristic for combinatorial optimization problems, *Proceedings of the 12th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, pp225–232(2010).
- [10] Pop, P.C. and Iordache, S.: A hybrid heuristic approach for solving the generalized traveling salesman problem, *LANZI, Pier L.(Hrsg.): GECCO, ACM*, pp481–488(2011).
- [11] Iordache, S.: Consultant-guided search algorithms for the quadratic assignment problem, *Hybrid Metaheuristics*, pp.148–159(2010).
- [12] Manfrin, M. and Birattari, M. and Stützle, T. and Dorigo, M.: Parallel ant colony optimization for the traveling salesman problem, *Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence*, pp224–234(2006).
- [13] Randall, M. and Lewis, A.: A parallel implementation of ant colony optimization, *Journal of Parallel and Distributed Computing*, Vol.62, No.9, pp1421–1432(2002).