情報価値と意志決定について*

大 須 賀 節 雄**

Abstract

Various organismus in the world receive several kinds of informations from their environments and use them for decision making. However, when an information is shown, some one receives it willingly though the others put it aside as of no use. This fact show that the measure of the value of information must be introduced by taking account of the receiver's inherent criterion. This means that the value of information is evaluated subjectively contrasting with the measure of the amount of information established by Shannon, which is a completely objective concept.

In this paper, the theory of the value of information and accompanied decision making are discussed. Here, a quantity representing the level of knowledge of the receiver that is an expected loss of the average profit due to the lack of sufficient information is introduced, and then the value of information is defined as the difference of a prior and posterior level of knowledge. A few cases concerning the ways to receive informations are discussed.

1. はじめに

生物をはじめとして，世の中の様々な組織体は，外部からいろいろの形で情報，あるいは刺激を受けとって，それを行動に役立てている．与えられる情報の性質やその利用法は，組織ごとに異なることは明らかなようにみえるが，実際には，これら小生物，人間，あるいは企業体などの各種組織が，どのようにして情報を吸収し，それを利用しているかという組織体内の過程に関しては十分解明されていない．こういう事柄を解明することは，情報サービスシステムをいかに構成するかといった，すでに身近かに生じている問題から，将来，電子計算機に学習的な機能を与えて，より高度の機械を実現させるためにも必要なことのように思える．

情報を取り込んで，それを行動に役立てるという観点からすると，組織体に関する上記の問題は，学習の問題として捕えられる．

これまで扱われた多くの学習理論，とくに，ベイズ学習や確率過程論的な学習の問題では，与えられる情報は，母集団からの標本あるいは実験の観測であり，大標本論を前提としている．この立場では，得られる情報をいかに利用するかという点に主眼がおかれており，より高度な知的機械を構成していくために必要な情報選択の問題は扱われていない．

本研究の出発点はここにある．すなわち，本研究の目的は，情報選択の基礎として必要な受け手における情報価値評価の方法を調べることである．情報の価値評価の問題は，多くのむずかしい問題を含んでいるが，以下では，問題を単純化して，数値化された情報の価値評価について考察してみたい．

ところで，情報の価値を論ずるには，まえもっていくつかの考察を行なっておく必要がある．

第1に情報価値とは何かという最も基本的な問題がある．それには同一情報源から発した同一の情報が複数の受け手に与えられたとき，ある受信者には喜んで受け入れられ，他の受信者には意味ないものとして捨てられる場合があるという事実に注目する必要がある．このことは情報の価値の尺度は受け手に固有のものであり，情報源の確率的構造のみでは論じられないことを示す．すなわち，情報理論におけるエントロピーが客観的な情報の尺度であるのに対し，情報価値は主観的な量である．

このことから第2の問題として，受け手の主観とは

* On the Value of Information and Decision Making, by Setsuo Osuga (Institute of Space and Aeronautical Science, University of Tokyo)

** 東京大学・宇宙航空研究所

何か，そして，それはどのように情報価値と関連するかという問題がある．情報を受け手の意志決定に用いられるものとして捕えるなら，それは行動によってもたらされる何らかの価値と関連するがゆえに価値を与えられる．より多くの価値を生み出す決定に役立つ情報にはより大きな価値が与えられるであろう．したがって，本稿では情報価値評価の理論的考察に際し，つぎの前提から出発する．

（1）　情報の価値は受け手，あるいは意志決定者の固有の尺度により評価され，価値の次元を有する．

（2）　受け手の固有の尺度は，つぎの２つの要素を含む．

（ⅰ）　受け手の行動の目的

（ⅱ）　行動における価値追求の際の受け手の態度．

ここで，（ⅰ）は受け手が参加する行動における価値の構造モデルであり，目的関数を形成する．（ⅱ）はこの行動において受け手がとる方針である．たとえば，利益の期待値を最大にするように行動するとか，損失の確率を最小にするとか，あるいは損失を覚悟で利益の最大値を追求するなどの場合が考えられる．しかし，本論文では（ⅱ）に関しては，利益の期待値を最大にする方針を用いる場合のみを扱う（その他の場合も基本的には同様の方針で扱うことができよう）．

2.　情報価値の定義

この節では情報価値の尺度となる量を導入することが目的であるが，まず，つぎのような例を考えてみよう．

E1：独立な分布 $F(x)$，$G(y)$ に従う２つの確率変数 x, y があり，意志決定者Aはこれらの出現値が提示される前にある決定を迫られている．決定 δ を行なったとき，Aは

$$v=(\delta-x)(y-\delta) \qquad (1)$$

なる利益を得るものとする．利益の期待値を最大にするために，Aはいかなる決定を行なえばよいか？　具体的には δ はA社の発表する新製品の価格，x はその製作コスト，y はB社の発表する同種製品の価格とし，販売量がその価格差に比例すると仮定した場合と考えることができる．

$F(x)$，$G(y)$ が既知であれば，この問題は容易に解ける．すなわち，利益期待値は，これらの分布の平均値をそれぞれ θ_x, θ_y とすると，

$$\bar{v}=E(v)=\iint v\,dF(x)\,dG(y)$$

$$=-\delta^2+(\theta_x+\theta_y)\delta-\theta_x\theta_y \qquad (2)$$

となり，最適決定 δ_p および最適利益 $\bar{v}^*$ は

$$\delta_p=(\theta_x+\theta_y)/2 \qquad (3)$$

$$\bar{v}^*=\max_{\delta}\bar{v}=-\delta_p{}^2+(\theta_x+\theta_y)\delta_p-\theta_x\theta_y$$

$$=\left(\frac{\theta_y-\theta_x}{2}\right)^2 \qquad (4)$$

となる．

しかし，Aは $F(x)$，$G(y)$ に関して知識がないとしよう．この状態では，Aは決定を行なうことができず，何らかの情報を必要としている．

この問題を一般化することにより，情報価値評価の尺度を導入しよう．

確率変数ベクトル $\boldsymbol{x}=(x_1, x_2, \cdots x_n)$ があり，これが提示される前に，決定者Aは決定 δ を迫られている．$\boldsymbol{x}$ はベクトル $\boldsymbol{\theta}=(\theta_1, \theta_2, \cdots \theta_m)$ を未知母数とする確率分布 $F(\boldsymbol{x}/\boldsymbol{\theta})$ に従い，Aは決定 δ に対して $v(\delta, \boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta})$ なる価値を得ることができる．この期待値を $E_x(v)=G(\boldsymbol{\theta}, \delta)$ と表わしておく．このときの価値は必ずしも経済的利益である必要はなく．電力，燃料消費量，重量あるいは時間など，決定者が当面している問題の性質により，適切な量を選ぶことができるが，ここでは便宜上，経済的価値としておく．$\boldsymbol{\theta}$ が既知ならば最適な決定 δ_p を得ることができるが，一般にAは，ベクトル $\boldsymbol{\theta}$ に関しては未知で，確率分布として $\boldsymbol{\theta}\in\Omega$ なるある領域内に属する $\boldsymbol{\theta}$ を有する関数族 K $(F(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\theta})\in K,\ \boldsymbol{\theta}\in\Omega)$ を対象として考えなければならない．そこで，未知パラメータ $\boldsymbol{\theta}$ のつくる m 次元のパラメータ空間 S_θ を考えよう．この空間 S_θ 内の各点 $\boldsymbol{\theta}$ に対応して，例 E1 の（3）式の意味での最適決定 δ_p が存在する．δ_p は $\boldsymbol{\theta}$ の関数として与えられ，この関数関係によって，δ_p の値を固定したとき，S_θ 内で同一の決定 δ_p を有するパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の集合は，S_θ 内で一つの超曲面を形成する．これを等決定面と呼ぶことにする（同様に $\boldsymbol{\theta}$ に対応して最適利益が存在し，これも S_θ 内で等利益面を形成する）．この空間 S_θ 内に真の母数 $\boldsymbol{\theta}_T$ が存在するが，決定者Aはこれに関する知識は有していないとする．

つぎに，Aにある情報が与えられたとする．この情報はどのような経路で得られたかによって性質が異なるが，いずれにしろ情報が有効なものと認められるには，それが決定者Aの意志決定に寄与するものでなくてはならない．そこで，一般的に母数 $\boldsymbol{\theta}$ の分布 $p(\boldsymbol{\theta})$ として情報が与えられるものとしよう．決定者が（過去の情報の蓄積により）新しい情報を得る前に先験的

な分布 $p'(\boldsymbol{\theta})$ を有するとき，決定 δ を行なったとする．このときつぎの量を定義する．

$$D=\int_{S_\theta} p'(\boldsymbol{\theta})\,[G(\boldsymbol{\theta},\delta_p)-G(\boldsymbol{\theta},\delta)]\,d\boldsymbol{\theta}$$

$$=\int_{S_\theta} p(\boldsymbol{\theta})\,[G^*(\boldsymbol{\theta})-G(\boldsymbol{\theta},\delta)]\,d\boldsymbol{\theta} \qquad (5)$$

ここで，δ_p は $\boldsymbol{\theta}$ に対応する最適決定であり，したがって

$$G(\boldsymbol{\theta},\delta_p)=G(\boldsymbol{\theta},\delta_p(\boldsymbol{\theta}))=G^*(\boldsymbol{\theta}) \qquad (6)$$

である．$G^*(\boldsymbol{\theta})-G(\boldsymbol{\theta},\delta)$ は真の母数が $\boldsymbol{\theta}$ であるとき，最適決定 δ_p を用いる代わりに，決定 δ を用いたための $\boldsymbol{x}$ の分布に関する期待利益の損失分であり，したがって，(5)式は期待利益損失の $\boldsymbol{\theta}$ の分布に関する期待値を示す．決定 δ はこの損失期待値を最小にするように選ぶのが妥当である．このときの最小期待損失を D^* とすると

$$D^*=\min_{\delta} D=\min_{\delta}\int_{S_\theta} p'(\boldsymbol{\theta})\,[G^*(\boldsymbol{\theta})-G(\boldsymbol{\theta},\delta)]\,d\boldsymbol{\theta}$$

$$=\int_{S_\theta} p'(\boldsymbol{\theta})\,[G^*(\boldsymbol{\theta})-G(\boldsymbol{\theta},\delta^*)]\,d\boldsymbol{\theta} \qquad (7)$$

から最適決定 δ^* が求められる．この D^* なる量は，問題に対する決定者の理解の程度に依存する量であり，これが小なるほど，理解の程度が増す．この意味で，これを決定者の知識レベルと呼ぶ（あるいはDそのものを知識レベルと呼ぶこともある）．決定者Aが知識レベル D_1^*（決定 δ_1^*）にあるとき，新しい情報を受けて母数 $\boldsymbol{\theta}$ の分布が $p''(\boldsymbol{\theta})$ に変化したとすると，新しい知識レベルが

$$D_2^*=\int_{S_\theta} p''(\boldsymbol{\theta})\,[G^*(\boldsymbol{\theta})-G(\boldsymbol{\theta},\delta_2^*)]\,d\boldsymbol{\theta} \qquad (8)$$

となる．知識レベルは価値の尺度で測られており，これが情報を得ることによって変化することになるから，新しく得られた情報は，この差に等しい価値を生み出したと考えられる．これを理論的な情報の価値と定義する．情報価値をVと表わすことにすると

$$V=-(D_2^*-D_1^*) \qquad (9)$$

である（後に述べるように，実用的にはこの定義が多少修正される必要がある）．

知識レベル D^* および情報価値Vは，決定者の目的関数 G の形に依存している．関数 G の形が単純な場合，S_θ 内の空間 Ω における積分を直接行なうことができるが，Gの形が複雑になると，等決定面の形状がいくつかの面の接続したような複雑なものになることがある．この場合には座標変換を行なって，等決定面とこれに直交する新座標系を用い，積分をまず等決定面に沿って行なった後，決定 δ_p の値について行なうのが便利である．

決定者の選ぶ決定を δ，ある一つの等決定面に固有の決定値を δ_p としたとき，この等決定面上で

$$G(\boldsymbol{\theta},\delta)=G(\boldsymbol{\theta},\delta_p)-H(\boldsymbol{\theta},\Delta) \qquad (10)$$

$$\Delta=\delta_p-\delta \qquad (11)$$

と表わしておく．等決定面内の座標系 $\boldsymbol{\theta}_p=(\theta_{p_1},\theta_{p_2},\cdots\theta_{p_{m-1}})$ について

$$J(\delta,\delta_p)=\int_{\Omega_\delta} p(\boldsymbol{\theta}_p)\,H(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)\,d\boldsymbol{\theta}_p \qquad (12)$$

Ω_δ：等決定面全領域

を求める．すると

$$D=\int_{\Phi} J(\delta,\delta_p)\,d\delta_p \qquad (13)$$

Φ：δ_pの許容領域

となり，$G(\boldsymbol{\theta},\delta)$（したがって，$H(\boldsymbol{\theta},\Delta)$ および $J(\delta,\delta_p)$）が δ について，一次微分可能なら，最適決定 δ^* は

$$\frac{dD}{d\delta}=\frac{d}{d\delta}\int_{\Phi} J(\delta,\delta_p)\,d\delta_p=0 \qquad (14)$$

より求められる．

3. 情報評価の例

前節で定義した情報価値を導入することにより，受け手固有の尺度による情報評価が可能になる．目的関数が決まり，(7)および(9)式の形が決まれば，以後情報価値は $\boldsymbol{\theta}$ の分布に関して，受け手の有している知識 $p(\boldsymbol{\theta})$ と入手情報との関係によって決まる．

情報入手により $p(\boldsymbol{\theta})$ がどのように変化するかは，情報の性質に依存し，常に同一の取扱いができるわけではない．意志決定者は決定に役立つ情報を，広い範囲にわたって入手しようと努力するであろうし，このようにして集められた情報は，必ずしも同じ性質のものばかりとは限らないからである．たとえば，母集団からの標本値が示される場合と，母集団の確率構造を示すパラメータの値，あるいはその取り得る範囲が直接提示される場合とでは，明らかに事情が異なっている．このような少なくとも2種類の情報が存在することを示すために，たとえば E1 の例の製品コストの分布を考えてみよう．この分布の形は，コストの実現値から逐次推定することも可能であると同時に，製品の製造工程を詳細に分析することにより，その確率構造自身を解明することも可能である．そして，これら性質の異なる情報が，まざって受け手に与えられた際，

受け手はこれを正しく評価しなくてはならない．前者は従来の統計的決定論で多く扱われている問題で，適当な統計量を導入することにより，情報入手前および後の分布，すなわち，事前および事後分布が一定の関係で結ばれる．したがって，情報価値の予測が可能であり，かつ，逐次推定により，真の母数に収束することが保証されているので，価値評価の必要性は比較的少ない．他方，後者のようにパラメータ $\boldsymbol{\theta}$ の存在する範囲や，あるいは $p(\boldsymbol{\theta})$ の分布を支配するパラメータ ψ（したがって，分布形 $p(\boldsymbol{\theta}/\psi)$）が統計的にでなく直接に示される場合，あるいはもっと一般的に情報源の確率構造を示す量が，直接的に示された場合には，情報入手前後の分布 $p(\boldsymbol{\theta})$ の関連が明確でなく，その情報の内容に従って情報価値を求めなければならない．受け手の知識レベルが高いときには，情報価値の負になるもの，すなわち，意味がないと判定される情報もありうる．この意味で情報価値評価の必要性は大きい．

以下では代表的な場合として，まず，(1) $\boldsymbol{\theta}$ の存在範囲のみを示す情報の価値評価の例を示し，ついで，(2) $p(\boldsymbol{\theta})$ を支配する母数を示す情報の場合を簡単な例で示す．とくに後者の場合，標本を用いてベイズ決定過程を適用した場合の評価を行なってみる．このように各種の情報が価値という同一次元の量で表現されるから，たとえば，(1) のような形式の情報が，標本 n 個分の観測に等価であるなどのような比較も可能になる．

3.1 $\boldsymbol{\theta}$ の領域 Ω が与えられる場合

S_{θ} 空間内で，真の母数 $\boldsymbol{\theta}_T$ が含まれる領域の境界のみが提示されるとしよう．この際，母数の分布 $p(\boldsymbol{\theta})$ については，何ら情報はないものとする．このとき情報の受け手は，真の値 $\boldsymbol{\theta}_T$ がこの領域内で一様な確率で存在すると考えざるを得ない．すなわち

$$p(\boldsymbol{\theta})=\begin{cases}1/\mu_{\Omega} & \boldsymbol{\theta}\in\Omega\\ 0 & \boldsymbol{\theta}\notin\Omega\end{cases} \tag{15}$$

μ_{Ω}：Ω の体積

とすると

$$D=\frac{1}{\mu_{\Omega}}\int_{\Omega}[G^*(\boldsymbol{\theta})-G(\boldsymbol{\theta},\delta)]d\boldsymbol{\theta} \tag{16}$$

が得られる．前にあげた例 E 1 の場合を考えてみよう．2つの分布 $F(x), G(y)$ は全く独立なものとし，したがって，その平均値 θ_x, θ_y も第三者により，独立にその値の範囲が提示されたとしよう．この値の範囲が

$$\alpha_1<\theta_x\leq\alpha_2 \qquad \beta_1<\theta_y\leq\beta_2 \tag{17}$$

であることを決定者は知っているとすると，このときの知識レベル D^* は

$$\begin{aligned}D^*&=\min_{\delta} D\\ &=\min_{\delta}\frac{1}{\alpha\beta}\int_{\Omega}\left[\left(\frac{\theta_y-\theta_x}{2}\right)^2-(\delta-\theta_x)(\theta_y-\delta)\right]\\ &\quad\times d\theta_x d\theta_y\\ &=\frac{1}{48}[\alpha^2+\beta^2]\end{aligned} \tag{18}$$

$$\delta^*=(\alpha_1+\alpha_2+\beta_1+\beta_2)/4 \tag{19}$$

ただし，$\alpha=\alpha_2-\alpha_1$, $\beta=\beta_2-\beta_1$

となる．この問題の等決定面は $\delta_p=(\theta_x+\theta_y)/2$ であるから，δ^* はこの領域の中心部を通る等決定面の有する決定値に等しくなる．

この例のように，目的関数が最単純な凹関数であるときは，等決定面も平行で等密度の直線群になり，領域の形状が単純ならば，最適決定の所在も容易に予想がつくが，一般には，等決定面の形が複雑であり，情報の価値は指定された領域の大きさのみでなく，その位置にも依存することが，つぎの例から明らかになる．

E 2：競争入札の問題

A社がB社と競争入札をしようとしている．A社の入札価格を δ，B社の価格を y，Aの製品コストを x とする．決定 δ により得られる利益は

$$v=\begin{cases}\delta-x & \text{if} \quad \delta\leq y \ (\text{便宜上 } \delta=y \text{ を含める})\\ 0 & \text{if} \quad \delta>y\end{cases} \tag{20}$$

である．いま，x および y がそれぞれ

$$f(x)=\lambda_1 u(x-\theta_x)e^{-\lambda_1(x-\theta_x)} \tag{21-a}$$

$$g(y)=\lambda_2 u(y-\theta_y)e^{-\lambda_2(y-\theta_y)} \tag{21-b}$$

$u(x)$：ヘビサイド単位ステップ関数

なる分布に従い，θ_x および θ_y が未知なるとき，決定 δ に利用される情報の価値および最適決定を求めてみよう．ここで λ_1, λ_2 は既知とする．

母数 θ_x, θ_y が与えられたときの期待利益は

$$\begin{aligned}G(\boldsymbol{\theta},\delta)&=\int_{-\infty}^{\infty}(\delta-x)\lambda_1 e^{-\lambda_1(x-\theta_x)}u(x-\theta_x)dx\\ &\quad\times\int_{\delta}^{\infty}\lambda_2 e^{-\lambda_2(y-\theta_y)}u(y-\theta_y)dy\\ &=\left(\delta-\theta_x-\frac{1}{\lambda_1}\right)\\ &\quad\times\int_{\delta}^{\infty}\lambda_2 e^{-\lambda_2(y-\theta_y)}u(y-\theta_y)dy\\ &=\begin{cases}\delta-\theta_x-1/\lambda_1 & \delta\leq\theta_2\\ (\delta-\theta_x-1/\lambda_1)e^{-\lambda_2(\delta-\theta_y)} & \delta>\theta_2\end{cases}\end{aligned} \tag{22}$$

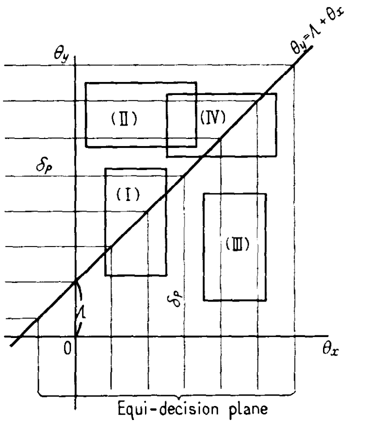

Fig. 1 Equi-decision planes and several cases of parameter regions in S_θ.

このときの決定および最大利益は $\Lambda=\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}$ とおくと

$$\delta_p=\begin{cases}\theta_y & \Lambda+\theta_x\leq\theta_y\\ \Lambda+\theta_x & \Lambda+\theta_x>\theta_y\end{cases}\tag{23}$$

$$G^*(\boldsymbol{\theta})=\begin{cases}\theta_y-\theta_x-1/\lambda_1 & \Lambda+\theta_x\leq\theta_y\\ \dfrac{1}{\lambda_2}e^{-\lambda_2(\Lambda+\theta_x-\theta_y)} & \Lambda+\theta_x>\theta_y\end{cases}\tag{24}$$

であり，等決定面は**第1図**に示されるように，2次元 S_θ 空間内で2種類の異なった面の接続した形になる*. この例では，問題の性質から，$\theta_x\geq0$, $\theta_y\geq0$ であるが，この制約は本質的なものではない.

第三者から何らかの情報が与えられたとき，それが定める領域がどの範囲を含むかにより情報価値は異なってくる. 代表的なものとして，図で（I）と示された場合を求めてみる.

Case（I）

決定者は決定 δ を選んだものとし，(10) 式および (12) 式のように，$H(\boldsymbol{\theta},\Delta)$ および $J(\delta,\delta_p)$ を定義する. いま**第2図**において等決定面の1つ，ADBC に沿って $H(\boldsymbol{\theta},\Delta)$ を積分するものとし，また，δ に等しい決定値を有する等決定面を adc とする. $H(\boldsymbol{\theta},\Delta)$ は同一等決定面上でも，つぎのように領域ごとに異なった値をとる.

（1） $\Lambda+\theta_x\geq\theta_y$

$$\left(\delta_p=\Lambda+\theta_{xp},\ G^*(\boldsymbol{\theta})=\frac{1}{\lambda_2}e^{-\lambda_2(\delta_p-\theta_{yp})}\right)$$

θ_{xp} および θ_{yp} は等決定面上の θ_x,θ_y を示す.

（i） $\delta=\delta_p+\Delta\geq\theta_{yp}$ （領域 AD）

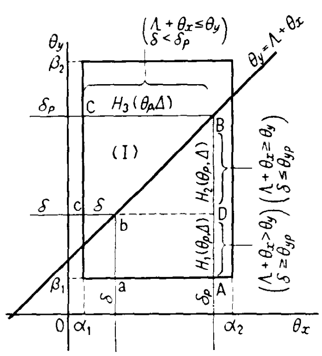

Fig. 2 An example of integral region and integrand.

$$H_1(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)=-\left[\left(\frac{1}{\lambda_2}+\Delta\right)e^{-\lambda_2\Delta}-\frac{1}{\lambda_2}\right]e^{-\lambda_2(\delta_p-\theta_{yp})}\tag{25}$$

（ii） $\delta=\delta_p+\Delta<\theta_{yp}$ （領域 DB）

$$H_2(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)=-\frac{1}{\lambda_2}[1-e^{-\lambda_2(\delta_p-\theta_{yp})}]+\Delta\tag{26}$$

（2） $\Lambda+\theta_x<\theta_y$ $(\delta_p=\theta_{yp},\ G^*(\boldsymbol{\theta})=\theta_{yp}-\theta_{xp}-1/\lambda_1)$

（i） $\Delta=\delta-\delta_p<0$

$$H_3(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)=-\Delta\tag{27}$$

（ii） $\Delta=\delta-\delta_p>0$

$$H_4(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)=-\Delta e^{-\lambda_2\Delta}+\left(\delta_p-\theta_{xp}-\frac{1}{\lambda_1}\right)(1-e^{-\lambda_2\Delta})\tag{28}$$

これより

（1） $\Lambda+\alpha_1<\delta_p\leq\Lambda+\alpha_2$

$$J(\delta_p)=\begin{cases}\displaystyle\int_{\beta_1}^{\delta}H_1(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)\,d\theta_{yp}+\int_{\delta}^{\delta_p}H_2(\theta_p,\Delta)\,d\theta_{yp}\\ \displaystyle\quad+\int_{\alpha_1}^{\delta_p-\Lambda}H_3(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)\,d\theta_{xp}=J_1(\delta_p)\\ \hfill\delta<\delta_p\\ \displaystyle\int_{\beta_1}^{\delta_p}H_1(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)\,d\theta_{yp}\\ \displaystyle\quad+\int_{\alpha_1}^{\delta_p-\Lambda}H_4(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)\,d\theta_{xp}=J_2(\delta_p)\\ \hfill\delta>\delta_p\end{cases}\tag{29}$$

（2） $\Lambda+\alpha_2<\delta_p<\beta_2$

$$J(\delta_p)=\begin{cases}\displaystyle\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}H_3(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)\,d\theta_{xp}=J_3(\delta_p) & \delta<\delta_p\\ \displaystyle\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}H_4(\boldsymbol{\theta}_p,\Delta)\,d\theta_{xp}=J_4(\delta_p) & \delta>\delta_p\end{cases}\tag{30}$$

が得られ，結局，受け手の知識レベルDは

$$\alpha\beta D=\begin{cases}\displaystyle\int_{\Lambda+\alpha_1}^{\delta}J_2(\delta_p)\,d\delta_p+\int_{\delta}^{\Lambda+\alpha_2}J_1(\delta_p)\,d\delta_p \\ \displaystyle\quad+\int_{\Lambda+\alpha_2}^{\beta_2}J_3(\delta_p)\,d\delta_p, \quad \beta_1<\delta<\Lambda+\alpha_2 \\ \displaystyle\int_{\Lambda+\alpha_1}^{\Lambda+\alpha_2}J_2(\delta_p)\,d\delta_p+\int_{\Lambda+\alpha_2}^{\delta}J_4(\delta_p)\,d\delta_p \\ \displaystyle\quad+\int_{\delta}^{\beta_2}J_3(\delta_p)\,d\delta_p, \quad \Lambda+\alpha_2<\delta<\beta_2\end{cases}$$

$$=\frac{\alpha}{\lambda_2}\left(\delta-\bar{\alpha}-\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{-\lambda_2(\delta-\beta_1)}$$

$$-\frac{1}{\lambda_2{}^3}[e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_1-\beta_1)}-e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_2-\beta_1)}]$$

$$+\frac{1}{6}[(\delta-\alpha_1-\Lambda)^3-(\delta-\alpha_3-\Lambda)^3]$$

$$+\frac{\alpha}{2}(\delta-\beta_2)^2 \tag{31}$$

ただし，

$$\left.\begin{array}{l}\alpha=\alpha_2-\alpha_1, \quad \beta=\beta_2-\beta_1\} \\ \bar{\alpha}=(\alpha_1+\alpha_2)/2, \quad \bar{\beta}=(\beta_1+\beta_2)/2\end{array}\right\} \tag{32}$$

であり，最適決定 δ^* は $dD/d\delta=0$ より

$$\alpha[(\delta^*-\Lambda-\bar{\alpha})e^{-\lambda_2(\delta^*-\beta_1)}$$

$$-(\delta^*-\Lambda-\bar{\alpha})-(\delta^*-\beta_2)]=0 \tag{33}$$

を満足する δ^* として得られる．

同様にして（II），（III）および（IV）の各場合について結果のみ示すと

Case（II）

$$\alpha\beta D=\frac{\alpha}{\lambda_2}\left(\delta-\bar{\alpha}-\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{-\lambda_2(\delta-\beta_1)}$$

$$-\frac{\alpha}{\lambda_2}\left(\delta-\bar{\alpha}-\frac{1}{\lambda_1}\right)+\frac{\alpha}{2}(\delta-\beta_2)^2$$

$$+\frac{\alpha}{2}(\delta-\beta_1)\left[\left(\beta_1-\bar{\alpha}-\frac{1}{\lambda_1}\right)+\left(\delta-\bar{\alpha}-\frac{1}{\lambda_1}\right)\right] \tag{34}$$

$$(\Lambda-\delta^*+\bar{\alpha})e^{-\lambda_2(\delta^*-\beta_1)}$$

$$-(\delta^*-\Lambda-\bar{\alpha})-(\beta_2-\delta)=0 \tag{35}$$

Case（III）

$$\alpha\beta D=\frac{\alpha}{\lambda_2}\left(\delta-\bar{\alpha}-\frac{1}{\lambda_1}\right)[e^{-\lambda_2(\delta-\beta_2)}-e^{-\lambda_2(\delta-\beta_1)}]$$

$$+\frac{1}{\lambda_2{}^3}[e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_2-\beta_2)}-e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_1-\beta_1)}$$

$$-e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_1-\beta_2)}+e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_1-\beta_2)}] \tag{36}$$

$$\delta^*-\Lambda-\bar{\alpha}=0 \tag{37}$$

Case（IV）

$$\alpha\beta D=\begin{cases}\displaystyle\frac{\alpha}{\lambda_2}\left(\delta-\bar{\alpha}-\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{-\lambda_2(\delta-\beta_1)} \\ \displaystyle\quad-\frac{1}{\lambda_2{}^3}[e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_2-\beta_2)}-e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_2-\beta_1)}] \\ \displaystyle\quad-\frac{\alpha}{\lambda_2}\left(\delta-\bar{\alpha}-\frac{1}{\lambda_1}\right) \\ \displaystyle\quad+\frac{1}{6}\left[\left(\delta-\alpha_1-\frac{1}{\lambda_1}\right)^3-\left(\beta_1-\alpha_1-\frac{1}{\lambda_1}\right)^3\right. \\ \displaystyle\quad+3\frac{\delta-\beta_1}{\lambda_2{}^3}-\frac{1}{6}(\delta-\beta_2)^3 \\ \displaystyle\quad+\frac{(\delta-\beta_2)^3}{2}\left(\delta-\alpha_1-\frac{1}{\lambda_1}\right) \\ \displaystyle-\frac{\delta-\beta_2}{2}\left[\frac{1}{\lambda_2{}^3}+\left(\delta-\alpha_2-\frac{1}{\lambda_1}\right)^2\right] \\ \quad\beta_1<\delta\leq\beta_2 \\ \displaystyle\frac{\alpha}{\lambda_2}\left(\delta-\bar{\alpha}-\frac{1}{\lambda_1}\right)[e^{-\lambda_2(\delta-\beta_1)}-e^{-\lambda_2(\delta-\beta_2)}] \\ \displaystyle\quad-\frac{1}{\lambda_2{}^3}[e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_2-\beta_2)}-e^{-\lambda_2(\Lambda+\alpha_2-\beta_1)}] \\ \displaystyle\quad+\frac{1}{6}\left[\left(\beta_2-\alpha_1-\frac{1}{\lambda_1}\right)^3-\left(\beta_1-\alpha_1-\frac{1}{\lambda_1}\right)^3\right. \\ \displaystyle\quad\left.+\frac{3\beta}{\lambda_2{}^3}\right] \\ \quad\beta_2<\delta<\Lambda+\alpha_2\end{cases} \tag{38}$$

最適決定は $\beta_1\leq\delta\leq\beta_2$ の範囲内に

$$(\delta^*-\bar{\alpha}-\Lambda)e^{-\lambda_2(\delta-\beta_2)}-[2\delta-(\Lambda+\bar{\alpha}+\beta_2)]=0 \tag{39}$$

を満たすものがあればその根であり，この範囲内に根がなければ $\beta_2<\delta<\Lambda+\alpha_2$ 内にあって

$$\delta^*=\bar{\alpha}+\Lambda \tag{40}$$

となる．

情報が与えられて知識レベルが $D_1{}^*$ から $D_2{}^*$ に変化したとすると，情報価値が

$$V=D_1{}^*-D_2{}^* \tag{41}$$

として与えられる．

3.2 分布の母数が与えられる場合

受け手にとって，θ の分布の形が既知であるが，その母数 ϕ が未知であるとする．これを $p(\theta/\phi)$ とし，情報入手前のものを $p(\theta/\phi')$，入手後のものを $p(\theta/\phi'')$ とすると，知識レベルは（7）式より

$$D_1{}^*=\min_{\delta}\int_{\Omega}p(\theta/\phi')[G^*(\theta)-G(\theta,\delta)d\theta]$$

$$=\int_{\Omega}p(\theta/\phi')[G^*(\theta)-G(\theta,\delta_1{}^*)]d\theta \tag{42}$$

$$D_2{}^*=\min_{\delta}\int_{\Omega}p(\theta/\phi'')[G^*(\theta)-G(\theta,\delta)]d\theta$$

$$=\int_{\Omega}p(\theta/\phi'')[G^*(\theta)-G(\theta,\delta_2{}^*)]d\theta \tag{43}$$

であり，ϕ'' 情報の価値が(9)式より求まる．

E1 の場合について，θ の分布を2次元正規分布と仮定したときの計算を行なってみる．$\theta=(\theta_x,\theta_y)$ の平均および分散を，それぞれ $\mu=(\mu_x,\mu_y)$, $\sigma^2=(\sigma_x^2,\sigma_y^2)$ とし，相関係数を γ とすると

$$p(\theta|\mu,\sigma,\gamma)=\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^2\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\gamma^2}}\exp\left[-\frac{1}{2(1-\gamma^2)}\times\left\{\frac{(\theta_x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2}-\frac{(\theta_x-\mu_x)(\theta_y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y}+\frac{(\theta_y-\mu_y)^3}{\sigma_y^2}\right\}\right] \tag{44}$$

であり，(2)式とともに(42)式に代入すると

$$\begin{aligned}D=&\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^2\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\gamma^2}}\times\left[\frac{(\theta_y-\theta_x)^2}{2}-(\theta_y-\delta)(\delta-\theta_x)\right]\\&\times\exp\left[-\frac{1}{2(1-\gamma^2)}\left\{\frac{(\theta_x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2}-\frac{(\theta_x-\mu_x)(\theta_y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y}+\frac{(\theta_y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2}\right\}\right]d\theta_x d\theta_y\\=&\frac{1}{4}(\sigma_x^2+\sigma_y^2+\mu_x^2+\mu_y^2)+\frac{1}{2}(\gamma\sigma_x\sigma_y+\mu_x\mu_y)-\delta(\mu_x+\mu_y)+\delta^2\end{aligned} \tag{45}$$

となる．これから

$$\delta^*=(\mu_x+\mu_y)/2 \tag{46}$$

$$D^*=(\sigma_x^2+\sigma_y^2+2\gamma\sigma_x\sigma_y)/4 \tag{47}$$

が得られる．$\phi''=(\mu_x'',\mu_y'',\sigma_x'',\sigma_y'',\gamma'')$ が直接与えられる場合には，(47)式を(9)式に代入して，Vを求めることになる．

情報が母集団からの標本である場合は，この特別な例とみなされるが，標本値という原情報が，統計的処理を受けて分布の母数に変換される．ベイズ決定過程の場合を例にとると，観測値 $\boldsymbol{x}$ が与えられたとき，事前分布 $p'(\theta)$ と事後分布 $p''(\theta)$ の間には

$$p''(\theta|\boldsymbol{x})=\frac{p'(\theta)f(\boldsymbol{x}|\theta)}{\int p'(\theta)f(\boldsymbol{x}|\theta)d\theta} \tag{48}$$

の関係がある．ここに $f(\boldsymbol{x}|\theta)$ は θ を固定したときの $\boldsymbol{x}$ の likelihood function である．この関係を(43)式の $p(\theta|\phi'')$ の代わりに用いると

$$\begin{aligned}D_2^*=&\min_{\delta}\int p''(\theta|\boldsymbol{x})[G^*(\theta)-G(\theta,\delta)]d\theta\\=&\left[\int p'(\theta)f(\boldsymbol{x}|\theta)d\theta\right]^{-1}\times\int p'(\theta)f(\boldsymbol{x}|\theta)[G^*(\theta)-G(\theta,\delta_2^*)]d\theta\end{aligned} \tag{49}$$

となる．母数が直接与えられる場合と異なって，この場合情報を実際に入手する以前に，その情報価値を予測しうる．このことは価値が情報内容に依存せず，情報の個数にのみ依存することを意味する．前と同様E1 の場合の計算を行なってみる．確率変数 x,y の分布は独立で，それぞれ平均 θ_x, θ_y, 分散が ν_x^2, ν_y^2 の正規分布をなすものとし，母数 θ_x,θ_y の分布は(44)式で与えられるものとする．ただし，簡単のため $\gamma=0$ とする．すなわち

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\nu_x}\exp\left\{-\frac{(x-\theta_x)^2}{2\nu_x^2}\right\} \tag{50-a}$$

$$g(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\nu_y}\exp\left\{-\frac{(y-\theta_y)^2}{2\nu_y^2}\right\} \tag{50-b}$$

$$p(\theta)=\frac{1}{(\sqrt{2\pi})^2\sigma_x\sigma_y}\times\exp\left\{-\frac{(\theta_x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}-\frac{(\theta_y-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}\right\} \tag{51}$$

この場合，x について m 個，y について n 個の観測値を得たものとすると，事後分布もやはり正規分布をなし，その平均および分散をそれぞれ μ_{xm}, μ_{yn}, σ_{xm}^2, σ_{yn}^2 とすると

$$\mu_{xm}=\frac{m\bar{x}_m\cdot\nu_x^{-2}+\mu_x\cdot\sigma_x^{-2}}{m\nu_x^{-2}+\sigma_x^{-2}}$$

$$\mu_{yn}=\frac{n\bar{y}_n\cdot\nu_y^{-2}+\mu_y\cdot\sigma_y^{-2}}{n\nu_y^{-2}+\sigma_y^{-2}}$$

$$\sigma_{xm}^2=\frac{1}{m\nu_x^{-2}+\sigma_x^{-2}},\quad \sigma_{yn}^2=\frac{1}{n\nu_y^{-2}+\sigma_y^{-2}} \tag{52}$$

ただし，$\bar{x}_m=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}x_i$, $\bar{y}_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$

となる．これより情報を得た後の知識レベルを D_{mn}^* と表わすと

$$\begin{aligned}D_{mn}^*=&\min_{\delta}\int_{S_\theta}\frac{1}{(\sqrt{2\pi})\sigma_{xm}\sigma_{yn}}\times\left[\left(\frac{\theta_y-\theta_x}{2}\right)^2-(\theta_y-\delta)(\delta-\theta_x)\right]\\&\times\exp\left\{-\frac{(\theta_x-\mu_{xm})^2}{2\sigma_{xm}^2}-\frac{(\theta_y-\mu_{yn})^2}{2\sigma_{yn}^2}\right\}\Bigg]\times d\theta_x d\theta_y\\=&\min_{\delta}\left[\frac{1}{4}(\sigma_{xm}^2+\sigma_{yn}^2+\mu_{xm}^2+\mu_{yn}^2)+\frac{1}{2}\mu_{xm}\mu_{yn}-(\mu_{xm}+\mu_{yn})\delta+\delta^2\right]\end{aligned}$$

$$=\frac{1}{4}(\sigma_{xm}{}^2+\sigma_{yn}{}^2)$$

$$=\frac{1}{4}\left[\frac{\nu_x{}^2\sigma_x{}^2}{\nu_x{}^2+m\sigma_x{}^2}+\frac{\nu_y{}^2\sigma_y{}^2}{\nu_y{}^2+n\sigma_y{}^2}\right] \tag{53}$$

$$\delta_{mn}{}^*=\frac{1}{2}(\mu_{xm}+\mu_{yn})$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{\sigma_x{}^2 m\bar{x}_m+\mu_x\nu_x{}^2}{\nu_x{}^2+m\sigma_x{}^2}+\frac{\sigma_y{}^2 n\bar{y}_n+\mu_y\nu_y{}^2}{\nu_y{}^2+n\sigma_y{}^2}\right] \tag{54}$$

と得られ，これよりxに関してm個目，yに関してn個目の情報の価値が

$$V_{m\cdot}=D_{m-1,n}{}^*-D_{mn}{}^*$$

$$=\frac{\sigma_x{}^4\nu_x{}^2}{4[(m-1)\sigma_x{}^2+\nu_x{}^2][m\sigma_x{}^2+\nu_x{}^2]} \tag{55}$$

$$V_{\cdot n}=D_{m,n-1}{}^*-D_{mn}{}^*$$

$$=\frac{\sigma_y{}^4\nu_y{}^2}{4[(n-1)\sigma_y{}^2+\nu_y{}^2][n\sigma_y{}^2+\nu_y{}^2]} \tag{56}$$

$$V_{mn}=D_{m-1,n-1}{}^*-D_{mn}{}^*=V_{m\cdot}+V_{\cdot n} \tag{57}$$

として与えられる．

すでに述べたように，この種の情報の価値は，情報内容によらないのであるから，個々の情報の価値が負になることはない．したがって，受け手は安心して情報を利用できるが，このことは価値評価が不用であることを意味するものでない．(57)式にもみられるように，個々の情報の価値は情報個数とともに単調に減少する．したがって，情報価値評価は観測の打切り時の決定，いわゆる，終点制御の問題に有効となる．知識レベルの下限は $D^*=0$ であり，ここに達するには無限個の観測値が必要であるが，$D^*=\varepsilon$ で十分なものとして観測を終了するものとする．これにより m, n のいずれかまたは両方が有限な数で終了する．とくに，xおよびyの観測に要するコスト比を $1:k$ とすると，$m+nk$ を最小にするように m, n を求めることにより，最良の情報収集活動が決められる．また，このように情報を価値により表わしておくと，母数が直接に提示されたときの情報価値と，等価な価値を有する標本個数が求まり，一般の情報が標本何個分に相当するかという比較をすることもできる．

4. 情報価値関数の性質

情報の価値を論ずるために，これまで受け手の知識レベルを表わす量 D^* を導入し，その差をもって定義した．関数 D^* は情報の受け手が有している目的関数 $G(\boldsymbol{\theta},\delta)$ に依存し，G が状況によって様々な形をとることが予想されるので，関数 D^* の一般的性質はまだ明らかでない．しかし，このように定義した知識レベルおよび情報価値評価関数は，単に情報の価値空間への変換ということのみでなく，同時に決定者の困惑の程度，およびそれを減少する程度をも表わしていることが示される．また S_θ 内の領域 Ω を限定する情報の場合，Ω の S_θ 内の体積 μ_Ω を減少させる情報が，必ずしも情報価値を有するとは限らないことが示される．その他の性質，たとえば，変数 $\boldsymbol{\theta}$ の成分 θ_i に関する情報が別個に与えられたときの加法性などは，これまでの例にもみたとおり，$G(\boldsymbol{\theta},\delta)$ の形に依存し，一般的にはなりたっていない．

4.1 決定者の困惑度

意志決定者が情報を必要とするのは，可能性のある決定の範囲が，多数要素を含む集合を形成しているからである．決定者は，この中からただ1つの決定を選ばなければならないのであるから，可能な決定値の分布は，決定者の困惑の程度を示していると考えられる．可能な決定値の分布は，$\boldsymbol{\theta}$ の分布 $p(\boldsymbol{\theta})$ が与えられたとき，S_θ 空間内でこの関数を等決定面に沿って積分することによって得られる．決定δの分布密度を $f(\delta)$ とすると

$$f(\delta)=\int_{\Omega_\delta}p(\boldsymbol{\theta}_p)\,d\boldsymbol{\theta}_p \tag{58}$$

である．決定者の困惑の程度は積率のような，この関数から誘導される量の関数を指標として有するであろう．しかし，これだけでは指標となる関数の形を決めることができないが，先に定義した関数Dは，まさにこの関係を示すものであるといえるのである．このことは，指標関数を決める根拠として $G(\boldsymbol{\theta},\delta)$ を用い，積率の重み付き関数を導いている(7)式の定義から理解されよう．これをさらに明確にするために，E1の例についてこの関係を示してみよう．

決定を δ とし，D を求めるために，まず，$p(\boldsymbol{\theta})\cdot[G^*(\boldsymbol{\theta})-G(\boldsymbol{\theta}\delta)]$ を特定の等決定面 δ_p に沿って積分し，後に δ_p について積分するものとする．$G^*(\boldsymbol{\theta})=(\theta_y-\theta_x)^2/4$ であり，等決定面 δ_p 上では $\delta_p=(\theta_x+\theta_y)/2$ を考慮して

$$G(\boldsymbol{\theta},\delta)=(\theta_y-\delta)(\delta-\theta_x)$$
$$=(\theta_y-\theta_x)^2/4-(\delta-\delta_p)^2$$
$$=G^*(\boldsymbol{\theta})-(\delta-\delta_p)^2 \tag{59}$$

となるから

$$D=\int_\Omega p(\theta)(\delta-\delta_p)^2 d\boldsymbol{\theta}$$
$$=\int_\Phi(\delta-\delta_p)^2 f(\delta_p)\,d\delta_p \tag{60}$$

が得られる．δ_p の分布 $f(\delta_p)$ の平均値を m_δ，分散を $\sigma_\delta{}^2$ とすると

$$D^* = \min_{\delta} D = \sigma_\delta{}^2 \tag{61}$$

$$\delta^* = m_\delta \tag{62}$$

が得られる．すなわち，知識レベルは可能な決定の分布の分散に等しく，最適決定はその平均値に等しい．この結果からも明らかなように，知識レベルは決定者の困惑度を示す少なくとも一つの手段になると考えられる．上記の結果は，目的関数 $G(\boldsymbol{\theta},\delta)$ がこの例のように，δ に関して最単純凹関数であるときにのみなりたつことで，一般にはもっと高次の積率を含む複雑な関係となる．このことは目的関数の形によって δ の分布関数も複雑な形をとり，単純に分布 $f(\delta)$ の分散のみによって困惑度を測るわけにはゆかなくなることと理解できる．

4.2 Ω の体積と情報価値の関係

情報が第三者により提示される場合，とくに，S_θ 空間内の領域 Ω を規定する形で，情報が得られる場合については **3.1** で述べた．その際，Ω の体積が同じであっても，S_θ 空間内の位置によって知識レベルが異なる可能性のあることを示した．このことは新しい情報が領域をさらに限定するようなものであっても，情報価値は負になること，すなわち決定者の困惑を増すことになる場合があることをも意味している．このような例をE1の場合について示そう．**第3図**において情報の得られる以前の領域を $A+B$ とし，情報が得られた後の領域を A のみとする．このときの事前および事後の知識レベル $D_1{}^*$，および $D_2{}^*$ はそれぞれ $5a^2/24$ および $8a^2/24$ であり，情報を得た後の困惑度が増している．

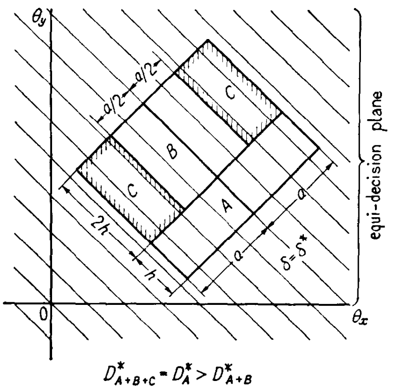

Fig. 3 An example of artificial region generating pseudo information value.

このことは実用上からは，(9)式で述べた情報の価値の定義を多少変更する必要のあることを意味している．すなわち，S_θ 空間内の事前領域を Ω_1，事後領域を Ω_2，事前知識レベルを $D_1{}^*$，事後知識レベルを $D_2{}^*$ としたとき，実用的情報価値 v_p をつぎのように定義する．

$$v_p = \begin{cases} = D_1{}^* - D_2{}^* & \text{if } D_1{}^* > D_2{}^* \\ = 0 & \text{if } D_1{}^* \leq D_2{}^* \text{ and } \Omega_2 \subset \Omega_1 \\ \text{評価不要（棄却）} & \text{if } \Omega_1 \subset \Omega_2 \end{cases} \tag{63}$$

一方，このような便宜的な情報価値評価の方法は，作為的に見掛けの情報価値を増大させうる危険性を有している．第3図において，事前領域が $A+B+C$ であったとし，情報提供者は，事後領域を A としうる情報を有していたとする（この情報の情報価値は0であることが，容易に確かめられる）．しかし，彼は作為的に事後領域を $A+B$ にするように情報を構成することによって，情報価値を増大させることができ，しかも，これは必ずしも虚偽とはいえない．一方，情報の受け手にはこれを防ぐ手段がない．このことは情報価値評価の方法に含まれる欠点である．これが方法論的な不備に基づくものか，あるいは本質的で不可避な問題であるかの検討は，今後に残されている．

5. むすび

組織体としての人間，あるいは人間によって構成される組織に関して，最も興味ある現象の一つは，これらが同一入力（情報）に対して，個々の組織内では，それぞれに最適あるいは準最適ともいえる行動をとりながら，しかも，異なった反応を示すことにある．このような現象は，各組織がそれぞれ固有の目的を有し，それを基準にして，入力情報を評価していることに一つの理由を見い出せる．本稿はこの問題を解明するために，目的関数が与えられた際の情報価値評価の方法に関する一つの試みを示したものである．受け手の情報価値評価の方法を与えることは，学習系の構成，教育法の体系的考察など，数多くの応用が期待される．本稿で定義した評価方法は，情報を価値の単位で測りうると同時に，決定者の困惑度ともいえる決定値集合の分布と密接な関係を持つ点において，われわれの直観と一致する反面，第三者により情報が与えられる場合に，作為的に情報価値を増大しうるという難点がある．この問題については，これが評価方法によるものか，あるいは不可避な問題なのかどうかを調べる必要

がある．また，情報価値の基礎として定義した知識レベル関数については，まだその性質が十分調べられておらず，今後の研究が必要である．

謝 辞

本稿作成に際しては，東京大学宇宙航空研究所穂坂衛教授に，各種ご教示をいただき，また，東京医科歯科大学佐藤俊輔氏を始め情報およびシステム科学研究グループ（仮称）のメンバーの方々に討議していただいた．ここに厚く感謝する次第である．

参考文献

1) R. A. Howard: Information Value Theory, IEEE Trans., Vol. SSC-2, No. 1 (Aug. 1966).
2) R. A. Howard: Value of Information Lotteries, IEEE Trans., Vol. SSC-3, No. 1 (June 1967).
3) R. A. Howard: The Foundations of Decision Analysis. IEEE Trans., Vol. SSC-4, No. 3 (Sept. 1968).
4) S. Kullback: Information Theory and Statistics, Dover Publications (1968)
5) T. T. Lin: Bayesian Approach to the Optimization of Adaptive Systems. IEEE Trans. Vol. SSC-3, No. 2 (Nov. 1967)
6) Y. T. Chien & K. S. Fu: On Bagesion Learning and Stochastic Approximation, IEEE Trans., Vol. SSC-3, No. 1 (June 1967).
7) E. L. Lehmann: Testing Statistical Hypothesis, John Wiley (1959).
8) Y. Sawaragi, Y. Sunahara and T. Nakamizo: Statistical Decision Theory in Adaptive Control Systems. Academic Press (1967).

（昭和 44 年 9 月 29 日受付）