

# 超並列ブラソフコードによる 宇宙プラズマの第一原理シミュレーション

梅田 隆行<sup>†1</sup> 伊藤 陽介<sup>†1</sup> 深沢 圭一郎<sup>†2</sup>

宇宙空間を満たす無衝突プラズマの第一原理ブラソフシミュレーションについて述べる。ブラソフシミュレーションでは、位置及び速度で与えられる超多次元位相空間における荷電粒子の分布関数の時間発展を、運動論方程式により直接解き進めている。4次元以上の空間を扱うシミュレーションでは、ノードあたり、あるいはコアあたりに使用できるメモリ容量の制限から、数値解法や性能チューニングにおいて様々な工夫が必要である。本論文では、ブラソフシミュレーション手法に関して、既存の手法のデザインコンセプトや未解決問題について述べる。また国内の超並列計算機において行った、新たに開発した5次元ブラソフコードの性能評価の結果について紹介する。さらに、様々なCPUでのチューニング方法について議論する。

## First-Principle Simulations of Space Plasma with the Massively-Parallel Vlasov Code

TAKAYUKI UMEDA<sup>†1</sup> YOSUKE ITO<sup>†1</sup> KEIICHIRO FUKAZAWA<sup>†2</sup>

This paper gives numerical techniques for Vlasov code, which is a first-principle simulation method for collisionless space plasma. The Vlasov code solves the time development of phase-space distribution functions of charged particles in hyper-dimensions based on fully kinetic equations. Since the distribution functions are defined in more than four dimensions, the Vlasov code requires high-resolution and high-performance numerical schemes which should work in limited computational memory per node or per core. In this paper, concepts for designing numerical schemes for Vlasov code and their unsolved issues are described. Results of benchmark tests of new five-dimensional parallel Vlasov code on massively-parallel computer systems in Japan are reported. Performance tuning on various scalar CPUs is also discussed.

### 1. はじめに

我々が住む宇宙の99.99%以上の体積はプラズマと呼ばれる電離気体で占められている。宇宙空間に存在するプラズマの大部分は密度が非常に小さく無衝突状態にあり、宇宙プラズマ（無衝突プラズマ）を理解することは、宇宙の本質的な理解につながる。

我々が住む地球周辺の宇宙環境は、太陽から放出された高速のプラズマ流である太陽風及び太陽風が運ぶ惑星間空間磁場（太陽の固有磁場）と、地球の固有磁場との相互作用によって複雑な磁気圏構造を形成している。プラズマ放出現象をはじめとする太陽の様々な変動により、人工衛星の故障や宇宙飛行士の被曝に繋がる地球磁気圏の環境変動が引き起こされ、これを宇宙天気と呼ぶ。近年の国際宇宙ステーションでの活動や人工衛星打ち上げなど、日本においても宇宙利用が現実的になってきており、宇宙天気の情報・予測に繋がる宇宙プラズマ研究は非常に重要である。

地球磁気圏内には、プラズマの密度や温度などの物理パラメータが異なる様々な領域が生じる。その領域間の境界層で現れる不安定性（平衡状態の破れ）は、磁気圏の変動に大きな影響を与えていると考えられている。グローバル

磁気圏構造に対して、境界層不安定性は中間（メゾ）スケール現象と呼ばれる。これらのグローバル及び中間スケールの現象は、ブラソフ（無衝突ボルツマン）方程式の0次・1次・2次のモーメントを取ることによって求められる磁気流体学（MHD）方程式によって記述される。しかし、近年の科学衛星による高精度な「その場」観測では、中間スケールの不安定性は、MHD方程式で記述できる物理過程と粒子の運動論方程式によって記述できる物理過程が結合していることを示唆している。これらのマルチスケールの磁気圏変動である宇宙天気を真に理解するためには、全てのスケールをシームレスに扱える運動論方程式（第一原理）によるシミュレーションが本質的である。

プラズマの運動論シミュレーションには2つの手法がある。1つは、プラズマ粒子であるイオンや電子などの個々の荷電粒子の運動を、ニュートン-ローレンツ方程式により解き進めるPIC（Particle-In-Cell）法である。格子（Cell）上に定義された電磁場中を粒子が動きまわることから、このように呼ばれている。宇宙空間に存在する膨大な数の荷電粒子を有限の計算機資源で扱うことは不可能であるため、ある程度まとまった数の荷電粒子の集団を1つの“超”粒子として扱う。PIC法はその数値解法の完成度が高く、プラズマ科学分野では広く用いられている。しかし、超粒子として扱うことにより熱雑音が大きくなること、電荷密度や電流密度などの荷電粒子の運動に起因する場の量を格子

<sup>†1</sup> 名古屋大学太陽地球環境研究所  
Solar-Terrestrial Environment Laboratory, Nagoya University

<sup>†2</sup> 九州大学情報基盤研究開発センター  
Research Institute for Information and Technology, Kyushu University

上に割り振る際に生じる高波数モードが数値誤差として蓄積すること、さらに並列化の際に負荷のバランス（各プロセス内の粒子数の均一性）を保つために特殊なデータの分割が必要になることなどの欠点がある。

一方もう1つの手法であるブラソフ法は、位置-速度位相空間に定義されたプラズマ粒子の分布関数の発展を、ブラソフ方程式により直接解き進める方法である。格子上に定義された分布関数は熱雑音を持たず、また流体シミュレーションと同様に並列計算も容易である。しかし、ブラソフ方程式は実空間3次元及び速度空間3次元の計6次元を扱う方程式であり、コンピュータで解くには膨大なリソースを必要とする。このため、その手法の開発はあまり進んでいない。実際、ここ数年のHPCプロジェクトによる計算機環境の飛躍的に向上によって手法の開発が進み、実空間2次元及び速度空間3次元の5次元テストシミュレーションがようやく実行できるようになった段階である。

本研究の最終的な目的は、プラズマシミュレーションとしては「次々々」世代の技術にあたる6次元第一原理ブラソフシミュレーション手法を世界に先駆けて確立し、プラズマ科学に基づいた宇宙天気の実現に貢献することにある。そのために、本研究では、5次元問題を扱うブラソフコードの開発ならびに、現存する超並列計算機上での性能評価を目的とする。

## 2. 計算手法の概要

### 2.1 基礎方程式

無衝突プラズマの振る舞いは、以下のブラソフ（無衝突ボルツマン）方程式によって記述される。

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{r}} + \frac{q_s}{m_s} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (1)$$

ここで  $\vec{E}$ 、 $\vec{B}$ 、 $\vec{r}$  と  $\vec{v}$  はそれぞれ電場、磁場、位置、速度を表す。また、 $f_s(\vec{r}, \vec{v}, t)$  は位置-速度位相空間におけるプラズマ粒子の分布関数であり、 $s$  はイオンや電子など種類を示す。 $q_s$  と  $m_s$  はそれぞれ電荷と質量を表す。

プラズマ粒子の分布関数は、電磁場によって変形する。電磁場の時空間発展は以下のマクスウェル方程式によって記述される。

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

ここで  $\vec{J}$  は電流密度、 $\rho$  は電荷密度、 $\mu_0$  は真空中の透磁

率、 $\epsilon_0$  は真空中の誘電率、 $c$  は光速を示す。ブラソフ方程式(1)を速度空間で積分すると、以下の電荷保存則が得られる。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (3)$$

電磁場を変化させるための電流密度  $\vec{J}$  はプラズマの運動によって生じるが、これはブラソフ方程式(1)の第二項にある実空間の流束  $\vec{v} f_s$  を速度空間で積分することによって求め、電流密度  $\vec{J}$  が電荷保存則(3)を満足する限り、ポアソン方程式(2.3)は自動的に満たされる。

以上の方程式は、ブラソフコードにおいて解いているプラズマ粒子の運動論方程式であり、無衝突プラズマの第一原理と呼ぶ。

### 2.2 演算子分離法と保存型解法

ブラソフ方程式は4次元以上の「超次元」を扱う方程式であり、そのままの形で多次元数値積分を行うのは非常に困難であるため、演算子分離（operator splitting）法が古くから用いられてきた[1]。過去の研究では、各次元それぞれを1次元移流方程式に分解する方法が採用されていたが、本研究では、以下のように実空間移流、速度空間移流、速度空間回転の3つの物理的な演算子に分離する手法を開発した[2]。

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{r}} = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \frac{q_s}{m_s} \vec{E} \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \frac{q_s}{m_s} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (4.3)$$

この演算子分離は、PIC法においてニュートン-ローレンス式（荷電粒子の運動方程式）を時間2次精度で解く手法として広く用いられている Boris アルゴリズム[3]に基づいている。

式(4.1)及び(4.2)は多次元の移流方程式であり、 $\vec{v}$  及び  $\vec{E}$  がそれぞれ  $\vec{r}$  及び  $\vec{v}$  に依存しない線形方程式である。ブラソフ方程式の数値積分では、古くからセミラグランジュ法が採用されてきた。即ち、格子点上に与えられている分布関数の値を更新する際に、次の時刻にある点にくるべき分布関数の値の座標をバックトレースし、隣接する格子点より値を内挿している。2000年代前半までは、スプライン補間やCIP（Constraint Interpolation Profile）法などの高次補間法を用いたセミラグランジュ法が用いられ、実空間1次元、速度空間1次元の、2次元位相空間シミュレーションが主流であった。

本研究をはじめとする近年の研究では保存型セミラグランジュ法を採用し、超次元シミュレーションに成功している。これは、保存則であるブラソフ方程式において、プラズマの数密度の保存を数値的に保証し、数値誤差を軽

減しようとするものである。PIC シミュレーションでは、電荷保存則(3)を厳密に満たすことによって数値誤差の軽減を行っており、ブラソフシミュレーションでは保存型解法を用いることにより、式(3)が自動的に満たされる。そのため、保存型解法を採用するメリットは大きい。また式(4.1)及び(4.2)の多次元の線形移流方程式を解く上で、計算精度を上げることは非常に重要であるが、2次精度以上の手法を用いた際に現れる数値振動を抑制するためのリミッタを保存型解法に導入するのは比較的容易である。

本研究では、演算子分離による数値拡散を抑制するために、多次元の線形移流方程式に対する演算子非分離 (unsplitting) 法を新たに開発している[2]。また本研究では、無振動性及び正値性を保証するリミッタを新たに開発し、数値振動の抑制を行っている[4][5]。ここで無振動スキームとは、ある区間において新たな極値 (極大, 極小) を生じず、既に存在する極地を (できるだけ) 減衰させないスキームであり、ENO 法はこれに該当するが、TVD 法は極地を鈍らせるために該当しない。本研究で用いている保存型無振動スキームでは、流束を計算する点に対して風上3点、風下2点を使用して区間プロファイルの形状を推定し、極地を検出する (図1参照)。数値流束は3次多項式[4]または4次多項式[5]を用いてラグランジュ補間より求め、極値に合わせたリミッタにより流束に制限を掛けている。本研究で行ったベンチマークテスト及び最近の5次元シミュレーションでは、5次多項式を用いた補間をテスト的に採用しているが、この手法は未だ開発途上である。

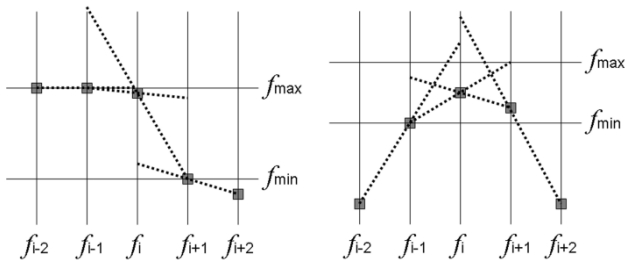


図1 区間プロファイルにおける極大, 極小の検出[4].

Figure 1 Detection of local extrema in a piece-wise profile [4].

式(4.3)は荷電粒子の速度が磁力線により運動エネルギーを保ったまま変化する回転方程式を表す。直交座標系における回転方程式は剛体回転問題と等価であり、線形移流問題と同様に、数値計算において最も基本的であるが、計算精度が重要となる問題である。本研究で採用している back-substitution 法[6]では、Boris アルゴリズム[3]に基づいて速度空間での粒子の軌道をバックトレースし、 $v_x, v_y, v_z$  方向それぞれの演算子を分離して回転運動を解いている。剛体回転問題では、系の外側 (速度空間では速度が速い成分) になればなるほど移動量が大きくなり、クーラン条件の影響を受けやすくなる点に注意が必要であり、今後、陰

解法や演算子非分離法の開発が必要である。

以上のように、ブラソフ方程式の数値解法は未だ発展途上である。この大きな原因は、ブラソフコードで扱う次元が多いためであり、開発やデバッグのために大容量の共有メモリ環境が必要となるからである。

一方、マックスウェル方程式(2.1)及び(2.2)は、FDTD (Finite Difference Time Domain) 法と呼ばれる電磁場解析法を用いて解く。FDTD 法では、Yee 格子[7]と呼ばれる staggered 格子を用いており、式(2.4)が自動的に満たされるように物理量が配置されている。また leap-frog アルゴリズムに基づいて電場と磁場を半タイムステップずらしており、時空間精度は2次である。

ブラソフシミュレーションでは非常に多くのメモリを必要とするため、並列計算が必須となる。ブラソフコードで使用する物理量は全て格子点上で与えられており、並列化においては領域分割法が有効である。図2は実空間2次元及び速度空間3次元を使用するブラソフコードにおける並列化の概念を示す。我々の目は4次元以上の空間を認識できないが、2次元実空間の各格子上に3次元速度空間 (速度分布関数) が定義されていると考えると分かりやすい。本研究では図2のように実空間 ( $x-y$  平面) においてのみ領域分割を行い、速度空間の領域分割は行わない[8]。これは、電荷密度や電流密度などのモーメント量を計算する際に必要な速度空間の積分において、各実空間でのリダクション処理を行わないようにするためである。またオプションとして、プロセスエレメント (PE) 毎に OpenMP によるスレッド並列化も許可している。

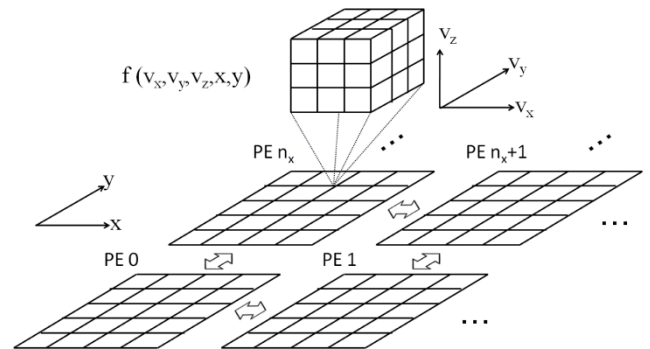


図2 5次元ブラソフコードにおける空間領域分割[8].

Figure 2 The domain decomposition in the configuration space for the five-dimensional Vlasov code [8].

### 3. 性能評価

#### 3.1 ベンチマーク条件及び計測システム

4次元以上の超多次元問題のシミュレーションには非常に多くのメモリ容量を必要とするため、コアあたりあるいはノードあたりのメモリ容量を適切に設定する必要がある。現存する計算機上で実際にシミュレーションを実行する際

には、 $30^3$ — $60^3$  程度の速度空間を使用している。コアあたりのメモリ容量は 1GB—4GB を想定しており、速度空間の格子数と実空間の解像度を固定したまま、実空間の格子数（計算領域）を増やす、弱いスケールリングにより実際の計算を行っており、性能測定においてもこれを採用する。本研究では、コアあたりの格子数を実空間では  $40 \times 20$ 、速度空間では  $30 \times 30 \times 30$  に設定する。これはメモリ容量で約 1GB であり、実際の計算で使用している格子数とほぼ同じである。

本研究で使用した超並列計算機システムは以下のとおりである。東京大学の Hitachi HA8000 は T2K 仕様のシステムであり、ノードあたり Opteron 8356 (2.3GHz, 4 コア) を 4CPU、メモリを 32GB 搭載している。ノード間は Myrinet-10G が 4 リンクで接続されている (40Gbps)。東京大学の Fujitsu FX10 は京コンピュータの後継機種であり、ノードあたり SPARC64IXfx (1.848GHz, 16 コア) を 1CPU、メモリを 32GB 搭載している。ノード間は Tofu と呼ばれる 6 次元メッシュトラスが 4 リンクで接続されている (160Gbps)。名古屋大学の Fujitsu HX600 は T2K 仕様のシステムであり、ノードあたり Opteron 8380 (2.5GHz, 4 コア) を 4CPU、メモリを 64GB 搭載している。ノード間は DDR Infiniband が 4 リンクで接続されている (64Gbps)。名古屋大学及び JAXA の Fujitsu FX1 は京コンピュータのプロト機種であり、ノードあたり SPARC64VII (2.5GHz, 4 コア) を 1CPU、メモリを 32GB (JAXA は 16GB) 搭載している。ノード間は DDR Infiniband で接続されている (16Gbps)。九州大学の Fujitsu RX200S6 は、ノードあたり Xeon X5670 (2.93GHz, 6 コア) を 2CPU、メモリを 48GB 搭載している。ノード間は QDR Infiniband で接続されている (40Gbps)。名古屋大学太陽地球環境研究所の DELL PowerEdge R815 は、ノードあたり Opteron 6174 (2.2GHz, 12 コア) を 4CPU、メモリを 96GB 搭載している。ノード間は QDR Infiniband で接続されている (40Gbps)。

### 3.2 ベンチマーク結果

1 コアあたり 1GB にメモリ使用量を固定したときの、5 次元ブラソフコードの弱いスケールリング性能を図 3 及び図 4 に示す。図 3 はコア数に対する実効速度を表し、図 4 はコア数に対する実効並列化率を表す。どのシステムにおいても（ただし、東京大学 T2K (HA8000) を除く）、性能がほぼスケールしていることが分かる。Infiniband 規格以上のインターコネクタにおいては、実効並列化率が 90% 近くまたはそれ以上となった。R815 の 2304 コア使用時、FX10 の 3072 コア及び 12032 コア使用時に性能が低下しているが、これは、システムの全コアを用いたときに生じる現象であった。東京大学 T2K においては、4096 コア以上を使用したときに極端に性能が落ちた。これは、Myrinet-10G インターコネクタの通信性能の限界に達したのではないかと考えられる。

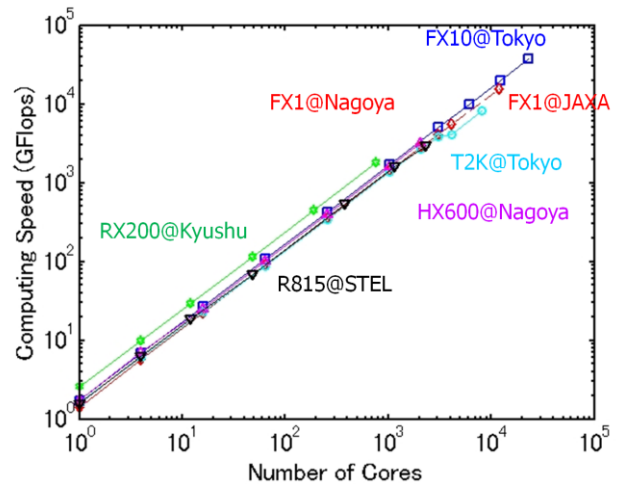


図 3 1GB/core 使用時の 5 次元ブラソフコードの弱いスケールリング性能。コア数に対する実効速度。

Figure 3 Weak-scaling performance of the 5-dimensional Vlasov code with 1GB/core. Computational speed as a function of the number of cores.

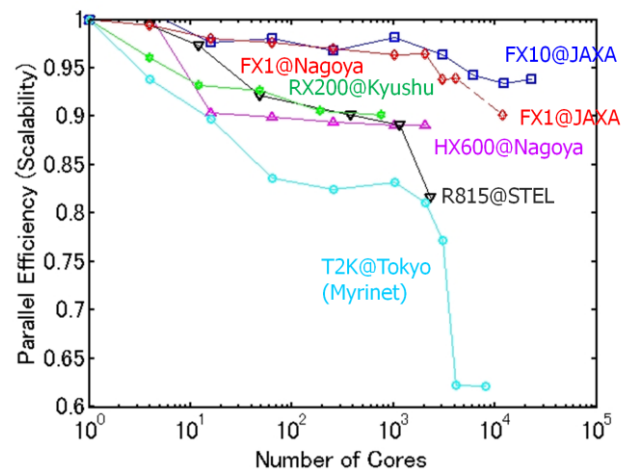


図 4 1GB/core 使用時の 5 次元ブラソフコードの弱いスケールリング性能。コア数に対する実効並列化率。

Figure 4 Weak-scaling performance of the 5-dimensional Vlasov code with 1GB/core. Scalability as a function of the number of core.

### 3.3 性能チューニング

様々な計算機においてベンチマークテスト及びチューニングを行った結果、どのシステムにおいても有効であった項目について、本節では記述する。

ループ内にある組み込み関数を別のループに分割することで性能が上がった例があった。コンパイラ提供各社で、組み込み関数の最適化やインライン展開の仕様が異なるようであり、組み込み関数をループの外に出すことで、ループ内の別の計算の最適化が促進される場合があるようである。また組み込み関数を多用しているプログラムにおいて



は、組み込み関数の最適化（インライン展開の強化など）をコンパイラ提供元に要求することは非常に重要であると言える。

分割したループ間でデータを渡す際に用いる作業配列は、2次元以下では速度がほとんど低下しなかったが、3次元以上にした場合では速度が大幅に低下した。

異なるサブルーチン間でデータを渡す際に、Fortran の common 文や module を用いるよりも引数で渡した方が、性能が向上した。

## 4. おわりに

### (1) まとめ

ブラソフコードは、宇宙空間に広く存在する無衝突プラズマの第一原理シミュレーション手法である。プラズマは位置-速度位相空間における分布関数として定義され、超多次元関数として与えられる。ブラソフシミュレーションは計算負荷が非常に高く、その手法の開発やデバッグが困難であるため、計算手法は未だ発展途上にある。本研究では2次元実空間及び3次元速度空間を扱う5次元ブラソフコードを新たに開発し、国内の様々な超並列計算機において性能評価及びチューニングを行った。開発したコードは、10000 コア以上の並列計算においても実効効率 10%以上、実効並列化率 80%以上の高い性能を得た。

本研究で開発した5次元ブラソフコードは、磁気リコネクション（磁化プラズマ中の磁力線のつなぎ変え）[9]、ケルビン-ヘルムホルツ不安定性[10]ならびに、イオンジャイロ半径オーダーの大きさの小天体と太陽風との相互作用[11][12]等、現存する計算機上における超多次元物理アプリケーションとしての実用化に成功している数少ない例の一つである。

### (2) エクサスケールコンピュータへの提言

エクサスケールコンピュータのアプリケーションに関する宇宙研究関連分野の検討（エクサ白書）[13]において、ボルツマンシミュレーション、ブラソフシミュレーション、輻射流体シミュレーションなどの6次元シミュレーションが挙げられている。しかし、これらの超多次元問題を扱ったシミュレーションの例は少なく、超多次元問題において、実際に用いることができるコアあたりあるいはノードあたりのメモリ容量が、各次元のループ長に密接に関連している点についてはほとんど議論されていない。例えば5次元問題の場合では、 $30^5$  格子点数の計算には約 1GB のメモリ容量が必要となるため、OS 領域を除いてコアあたり 1GB のメモリ容量を確保できる計算機上での動作が可能である。一方6次元問題の場合では、 $30^6$  格子点数の計算には約 30GB のメモリ容量が必要となるため、ノードあたりのメモリ容量は OS 領域を除いて 30GB 以上必要である。さらに、ノードあたりのコア数が 30 以上の計算機において、ループ長が 30 未満のコードに単純なスレッド並列は適用で

きないため、2 つ以上のループにスレッド並列を適用できるような新しいスレッド並列規格が必要となる。

**謝辞** 本研究は、科学研究費補助金・若手研究(B) No.23740367 によりサポートを受けている。ベンチマークテストに使用したスーパーコンピュータシステムの計算リソースは、名古屋大学太陽地球環境研究所計算機利用共同研究、名古屋大学 HPC 連携研究プロジェクト、東京大学大規模 HPC チャレンジ、九州大学先端的計算科学研究プロジェクト及び、学際大規模共同利用・共同研究(JHPCN)により提供された。

## 参考文献

1. Cheng, C. Z., Knorr, G.: The integration of the Vlasov equation in configuration space, *J. Comput. Phys.*, Vol.22, No.3, 330—351 (1976).
2. Umeda, T., Togano, K., Ogino, T.: Two-dimensional full-electromagnetic Vlasov code with conservative scheme and its application to magnetic reconnection, *Comput. Phys. Commun.*, Vol.180, No.3, 365—374 (2009).
3. Boris, J. P.: Relativistic plasma simulation-optimization of a hybrid code, *Proc. Fourth Conf. Num. Sim. Plasmas*, ed. by J. P. Boris and R. A. Shanny, pp.3—67, Naval Research Laboratory, Washington D. C. (Nov. 1970).
4. Umeda, T.: A conservative and non-oscillatory scheme for Vlasov code simulations, *Earth Planets Space*, Vol.60, No.7, 773—779 (2008).
5. Umeda, T., Nariyuki, Y., Kariya, D.: A non-oscillatory and conservative semi-Lagrangian scheme with fourth-degree polynomial interpolation for solving the Vlasov equation, *Comput. Phys. Commun.*, Vol.183, No.5, 1094—1100 (2012).
6. Schmitz, H., R. Grauer, R.: Comparison of time splitting and backsubstitution methods for integrating Vlasov's equation with magnetic fields, *Comput. Phys. Commun.*, Vol.175, No.2, 86—92 (2006).
7. Yee, K. S., Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media, *IEEE Trans. Antenn. Propagat.*, No.14, No.3, 302—307 (1966).
8. Umeda, T., Fukazawa, K., Nariyuki, Y., Ogino, T.: A scalable full electromagnetic Vlasov solver for cross-scale coupling in space plasma, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, Vol.40, No.5, 1421—1428 (2012).
9. Umeda, T., Togano, K., Ogino, T.: Structures of diffusion regions in collisionless magnetic reconnection, *Phys. Plasmas*, Vol.17, No.5, 052103(6pp.) (2010).
10. Umeda, T., Miwa, J., Matsumoto, Y., Nakamura, T. K. M., Togano, K., Fukazawa, K., Shinohara, I.: Full electromagnetic Vlasov code simulation of the Kelvin-Helmholtz instability, *Phys. Plasmas*, Vol.17, No.5, 052311(10pp.) (2010).
11. Umeda, T., Kimura, T., Togano, K., Fukazawa, K., Matsumoto, Y., Miyoshi, T., Terada, N., Nakamura, T. K. M., Ogino, T.: Vlasov simulation of the interaction between the solar wind and a dielectric body, *Phys. Plasmas*, Vol.18, No.1, 012908(7pp.) (2011).
12. Umeda, T.: Effect of ion cyclotron motion on the structure of wakes: A Vlasov simulation, *Earth Planets Space*, Vol.64, No.2, 231—236 (2012).
13. 計算科学ロードマップ白書  
<http://open-supercomputer.org/wp-content/uploads/2012/03/science-roadmap.pdf>