Vol.2012-GI-28 No.5
2012/7/13

可能パターン完全探索によるminesweeperのsolver生成

大森 瑛智[1,a)]　井上 真郷[1,b)]

概要：
Minesweeperは一人用のパズルゲームであり，プレイヤーが全ての情報を得られる訳ではないという，不完全情報ゲームである．つまり，地雷が設置されていないと分かる安全なマスが常に存在する訳ではなく，勝利できるか否かは運によるところが大きい．ルールが単純であり，多くの人に親しまれている一方，最適戦略，および達成可能な勝率の上限は未だに分かっていない．これは，地雷の有無を判断するのに，難しい場面では，地雷が設置されていたとして矛盾しない全パターンを列挙する必要がある，つまりNP完全問題となっていることに由来する．我々は本研究で，1) 二体探索法により，問題が簡単な場合に高速に安全なマスを発見する方法，2) 地雷設置可能な全パターンを効率よく列挙し，地雷設置確率を算出する方法，および3) 安全なマスがなく，地雷設置確率が最小のマスが複数ある場合の選択方法，の三つを組み合わせた手法を開発したので提案する．本手法は，16×30マス，地雷99個の標準ゲームで勝率49.4%を達成できた．

キーワード：マインスイーパー，不完全情報ゲーム，　完全列挙

Minesweeper Solver with Complete Enumeration of All Possible Patterns

OMORI Eichi[1,a)]　INOUE Masato[1,b)]

Abstract:
Minesweeper is a puzzle game of incomplete information for one person. In this game, mine-free squares are sometimes unknowable from open information, thus, winning is not always guaranteed. The rule of the game is quite simple and many people are familiar with this game. On the other hand, the optimal strategy and the upper limit of the winning rate are not known so far. This is because this game needs the complete enumeration of all possible mine-filled square patterns in some difficult situations, which implies this game is NP-complete and so, indeed, it is. In this research, we developed a novel solver combining following three methods; 1) two-body search method which can find mine-free square quickly in easy situations, 2) the method which can calculate the mine-filled probability efficiently by the complete enumeration, and 3) the selecting method among two or more mine-filled squares having the same smallest mine-filled probability. This solver achieved the winning rate of 49.4% for the standard minefield of 16×30 squares containing 99 mines.

Keywords: minesweeper, game of incomplete information, complete enumeration

1. はじめに

パーソナルコンピュータやスマートフォンの普及により，息抜きや移動の時間に手軽にコンピュータゲームができるようになった．特に手軽なゲームとしてminesweeperやフリーセルといった一人用のパズルゲームが挙げられる．minesweeperは一人用の不完全情報ゲームで，Microsoft Windows OSにゲームアプリとして標準搭載されていおり，他のプラットフォーム向けにも開発されている．

[1] 早稲田大学大学院先進理工学研究科 電気・情報生命専攻
3-4-1, Okubo, Shinjuku-ku, Tokyo 169–8555, Japan
[a)] omori.eichi@suou.waseda.jp
[b)] masato.inoue@eb.waseda.ac.jp

現在公開されている minesweeper の solver において，確実に地雷が設置されているマスがわからない場合に，どのように行動をすればよいかはほとんど研究されておらず，達成可能上限も未知である．そのため本研究では，Windows の上級サイズと同じフィールドサイズ (縦 16 マス，横 30 マスの計 480 マス)，地雷数 (99 個) において，地雷の全設置可能パターンを全列挙し，その中で最も地雷の設置確率が低いマスを選択した．また，地雷の設置確率が 0%ではないが最も低いマスが複数ある場合に，どのようにマスを開くと良いか考案した．以上の手法を用いて探索を行った場合，平均値として 49.4%の勝率を得られたことを 6 章に示す．

2. minesweeper のルール

ゲーム画面には正方形のマスが敷き詰められたフィールドが存在し，フィールド内の一定数のマスには地雷が見えない状態で設置されている．ゲーム開始時，全てのマスは伏せられた状態であり，プレーヤーはこれを開けていく．地雷が設置されていないマスを全て開けることがこのゲームの勝利条件である．地雷が設置されたマスを一つでも開けた時点でゲームオーバーとなる．

地雷が設置されていないマスを開けると，その周囲にいくつ地雷が設置されているかという情報を得ることができる．これ以外にフィールド全体にいくつ地雷が設置されているかという情報も得ることができる．プレーヤーはこれらの情報をヒントにし，開こうとするマスに地雷が設置されているか否かを判断する．

開始時に開く最初のますは周囲に一つも地雷のないマスであることとした．

3. solver 作成上の問題点

minesweeper を攻略するとき，地雷の設置パターンを全て求めることができれば地雷を避ける最善な選択が可能であるが，その組み合わせの数の多さが問題である．

ここで，Microsoft Windows に搭載されている minesweeper の上級を例に挙げる．上級でのフィールドは，縦 16 マス，横 30 マスの計 480 マスから構成され，ここに地雷が 99 個設置されている．各マスには地雷があるかないかの 2 通りの状態が存在し，このとき地雷の設置パターンは 10^{105} 弱となる．この全ての設置パターンを全列挙することは現実的な時間では困難であり，minesweeper での全設置パターンを列挙することが NP-完全問題であるということはすでに示されている．[Richard Kaye,2000]

上記の例はマスを 1 つも開けていない状況であるが，中盤のある程度マスを開け情報を所持している状態であれど，実用的な時間で解けない程のパターン数とることが多い．そこで，本研究では所持している情報からいかに効率よく minesweeper を解くかということを考える．

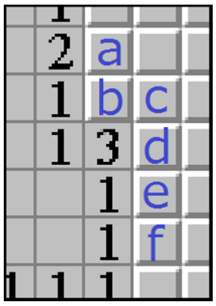

図 1　盤面の一例

4. 所持する情報

プレーヤーがどういう情報をどういった形で所持するか示す．プレーヤーは，

- フィールド内のマスの数
- フィールド内に設置された地雷の数
- 開いたマスの周囲に設置された地雷の数

を知ることができる．マスを開くことで得る情報は，マスの集合とそこに設置された地雷の個数を所持する．

例 1　**図 1** に minesweeper の盤面の例の一部を示す．窪んだマスはプレーヤーが開いたもので，これらの中で数字が表示されていないマスは周囲の地雷が 0 個であることを示す．字が表示されているマスに隣接するマスを，a〜g までのアルファベットで識別する．このとき得られる情報を，

- マス {a,b} に地雷が 1 個
- マス {b} に地雷が 1 個
- マス {b,c,d,e} に地雷が 3 個
- マス {d,e,f} に地雷が 1 個

といった形で所持する．

5. 手法

5.1 二体探索

第 3 章で述べたとおり，地雷の設置パターンが多い段階で全パターンを探索するのは好ましくない．そこで地雷の設置可能パターンを全列挙することなく，地雷が設置されているマスかどうかを判断することを試みる．

二体探索ではまず，所持する情報を 2 つずつ比較し可能な限り情報を分割することで新たに情報を得る．

例 2　図 1 の盤面を考える．このとき得られる情報は例 1 で示した通りであり，この段階で確定するのはマス {b} に地雷が設置されているということのみである．ここで情報を比較し分割すると，新たに

- マス {a} に地雷が 0 個
- マス {c,d,e} に地雷が 2 個

という情報が得られる．これによりマス {a} に地雷はないとわかる．

次に情報を 2 つずつ比較し地雷が設置されているか否か

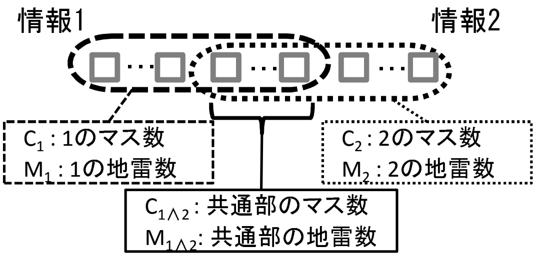

図 2 比較要素

調べる．まず直感的に理解するために例 3 を示す．

例 3 図 1 の盤面を考える．例 1 と例 2 で得られた情報から次の 2 つに注目する．

- マス {c,d,e} に地雷が 2 個
- マス {d,e,f} に地雷が 1 個

マス {d,e} に地雷が 2 個設置されていることはないためマス {c} には地雷が設置されている．そうするとマス {d,e} には 1 個地雷が設置されていることになり，マス {f} に地雷はない判断される．

以上を一般化する．2 つの情報をそれぞれ情報 1，情報 2 と区別する．情報 1 にあるマスの数を C_1，地雷の数を M_1，情報 2 にあるマスの数を C_2，地雷の数を M_2 とする．(**図 2**) このとき共通部のマスの数を $C_{1\cap 2}$，地雷の数を $M_{1\cap 2}$ とすると，式 1〜式 3 を得る．

$$0 \;\leq\; M_{1\cap 2} \;\leq\; C_{1\cap 2} \tag{1}$$

$$0 \;\leq\; M_1 - M_{1\cap 2} \;\leq\; C_1 - C_{1\cap 2} \tag{2}$$

$$0 \;\leq\; M_2 - M_{1\cap 2} \;\leq\; C_2 - C_{1\cap 2} \tag{3}$$

式 2 と式 3 を $M_{1\cap 2}$ の範囲の式に変形する．

$$-C_1 + C_{1\cap 2} + M_1 \;\leq\; M_{1\cap 2} \;\leq\; M_1 \tag{4}$$

$$-C_2 + C_{1\cap 2} + M_2 \;\leq\; M_{1\cap 2} \;\leq\; M_2 \tag{5}$$

式 1，式 4，式 5 を全て満たすことが求められるので，$M_{1\cap 2}$ の範囲は，

$$\max(0\,,\,-C_1 + C_{1\cap 2} + M_1\,,\,-C_2 + C_{1\cap 2} + M_2) \\ \leq\; M_{1\cap 2} \;\leq \\ \min(C_{1\cap 2}\,,\,M_1,\,M_2) \tag{6}$$

となる．

例 3 ではこれが $1 \leq M_{1\cap 2} \;\leq 1$ となり，新たな情報を得ることができる．これを再度分割処理をすることでマス {c} とマス {f} が確定する．

5.2 二体探索で解けない盤面

二体探索では確定しないが，得られた情報に矛盾しないように地雷の隠し方を全通り求めることで確定に至る盤面がある．具体例として例 4 を示す．

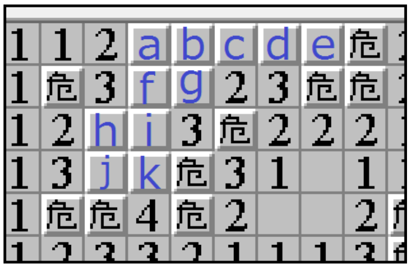

図 3 盤面の一例

表 1 3 の全パターン

パターン	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k
1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
3	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
4	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
5	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
6	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1

例 4 **図 3** の盤面を考える．“危” は二体探索によりすでに地雷が設置されていると推測されていることを示す．このとき二体探索後に所持する情報は，

- マス {a,f} に地雷が 1 個
- マス {a,f,h,i} に地雷が 2 個
- マス {b,c,d,g} に地雷が 1 個
- マス {c,d,e} に地雷が 1 個
- マス {h,j} に地雷が 1 個
- マス {f,g,i,k} に地雷が 1 個
- マス {j,k} に地雷が 1 個
- マス {h,i} に地雷が 1 個

である．ここで所持する情報に矛盾しないように地雷の設置パターンを考えると**表 1** の 6 通りになる．表中の “1” は地雷，“0” は地雷ではないことを表している．マス {a} は全てのパターンで 1 なので必ず地雷が設置されている．マス {f} とマス {g} は全てのパターンで 0 なので地雷ではないことが分かる．

5.3 全通り探索

フィールド全体の地雷の設置パターンの全通りを列挙するのは難しいため，必要最低限の領域で地雷の設置パターンを列挙する．必要最低限の領域とは，ある 1 つのマスに地雷を設置すると，それに応じ地雷の設置の仕方に影響が出るマスの集まりであり，それぞれをクラスタと呼ぶ．単一の情報からなる領域での全通りは，後にパターン数とその中で各マスに地雷が隠されている回数が必要になるので，これは組み合わせ数から求める．具体例を例 5 に示す．

例 5 **図 4** の盤面を考える．実線 (▬▬) で囲ってある領域にどのように地雷を設置されても，点線 (▬ ▬) で囲った領域の地雷の設置パターンには影響が出ない．そのため実線 (▬▬) で囲った領域と点線 (▬ ▬) で

Vol.2012-GI-28 No.5
2012/7/13

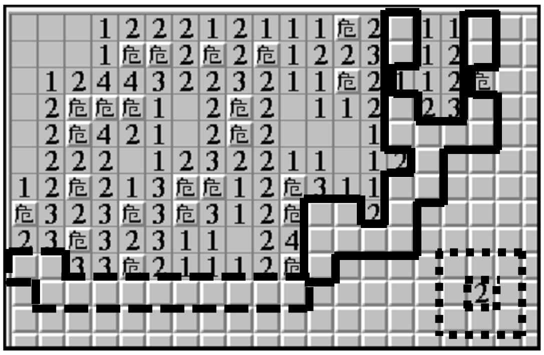

図 4 盤面の一例

囲った領域は別々に全通りを探索する．

点線 (■■■■■) で囲まれた領域は単一の情報からなる．パターン数は $\binom{8}{2}$ 通りあり，その中でそれぞれのマスに $\binom{7}{1}$ 個のパターンで地雷が設置されている．

今後，図 4 の線で囲まれた全ての領域を『情報を持つ領域』，それ以外でかつ開いていない『領域を情報を持たない領域』と表現する．

5.4 情報を持つ領域での全通り

5.3 で探索した各クラスタごとの全通りの情報から，情報を持つ領域内での地雷の設置パターン数と，各マスについて地雷が設置されるパターン数を求める．

例 6 図 4 で 3 つのクラスタに分割した．よってこの領域のパターン数は，各クラスタのパターン数の積の数通りある．また，クラスタ 1 のあるマスの地雷の出現回数は，{(クラスタ 1 の全通り内で設置されていた回数)×(クラスタ 2 のパターン数)×(クラスタ 3 のパターン数)} 回として求めることができる．

求めたパターンはそこに含まれる地雷数でまとめ，残りの地雷数を超える場合は破棄する．このとき，残りの地雷数と比較することで地雷が隠されているか否かが確定する可能性がある．

例 7 表 1 で，残り地雷個数が 4 個という情報があったとする．すると，パターン 3,6 は消去されるので，パターン 1,2,4,5 からマス {b} とマス {e} は地雷の設置されていないマスであると判断できる．また，情報を持たない領域があれば，その領域のマス全てに地雷がないこともわかる．

5.5 地雷が設置されている確率

前節までに確定しない場合，地雷か否かが不確かなマスを開き情報を得る必要がある．この時，全てのマスで地雷の設置されている確率を求める．

5.5.1 情報を持つ領域の確率

情報を持つ領域でのパターン数と各マスでの地雷の出現回数は 5.4 で求めたので，そこに情報を持たない領域のパターン数も考慮する．これは情報を持たない領域のマス数とそこに含まれる地雷数の組み合わせ数で求める．

表 2 問題設定

地雷数	パターン数	あるマスに地雷が隠されている回数
6	2	1
7	7	4
8	14	9

例 8 次の状況で，情報を持つ領域のあるマスに地雷が含まれる確率を求める．

- 残り地雷数:18 個
- 情報を持たない領域:21 マス
- 情報を持つ領域の全通り探索結果:**表 2**

情報を持たない領域のパターン数は，情報を持つ領域の地雷数に応じる．地雷数 6 のときは $\binom{21}{12}$ 通りあることになる．よって，あるマスが地雷である確率は，

$$\frac{1\times\binom{21}{12}\ +\ 4\times\binom{21}{11}\ +\ 9\times\binom{21}{10}}{2\times\binom{21}{12}\ +\ 7\times\binom{21}{11}\ +\ 14\times\binom{21}{10}}$$

となる．

5.5.2 情報を持たない領域の確率

情報を持たない領域内の地雷数を領域内の全マス数で割る．地雷数は，(残りの地雷個数)−(情報を持つ領域にある地雷数の期待値) で求める．

例 9 例 8 の問題設定のとき，情報を持たない領域の各マスに地雷が隠されている確率は，

$$\frac{18-\left(\dfrac{6\times 2\times\binom{21}{12}\ +\ 7\times 7\times\binom{21}{11}\ +\ 8\times 14\times\binom{21}{10}}{2\times\binom{21}{12}\ +\ 7\times\binom{21}{11}\ +\ 14\times\binom{21}{10}}\right)}{21}$$

となる．

5.6 選択する盤面での開き方

地雷の設置確率が 0%ではないが最も低いマスが複数ある時の盤面を『選択する盤面』とし，その開き方を考える．この時，開くことで周囲に地雷が設置されているか否かが確定するような開き方が望ましい．例えば，**図 5** で情報を持たない領域の確率が一番低いとき，**図 6** のように開けば実線で囲った領域に地雷は設置されていない．また，開いたマスが 6 という数字であれば実線で囲った領域は全て地雷である．周囲のマスが 1 つも開いていないマスを開けるときは，有効な数字は “0” か “周囲にあり得る地雷数の最大値” である．このように有効な数字は 2 つあるため，マスを開いたときにでる可能性のある数字が少ないマスを選ぶことで，有効なマスを開ける可能性が高まる．

例 10 周囲のマスが 1 つも開いていないマスを開けるときは，出得る数字は 0〜8 の 9 個あるため有効である確率は $\frac{2}{9}$ となる．角であれば出得る数字は 0〜3 の 4 個であるため有効である確率は $\frac{2}{4}$ である．図 6 のとき，開けたマスには 1〜6 の 6 個であるため有効である確

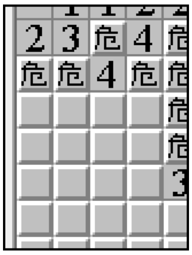

図 5　開く前

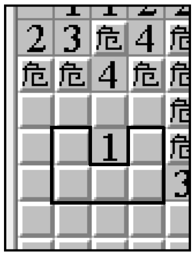

図 6　開いた後

率は $\frac{2}{6}$ となる．そのため，出得る数字の種類が少ないマスを選ぶことで次に繋がる可能性が高くなる．

5.7　メモリ・時間の制約

求める全パターン数が膨大であると，メモリの不足，もしくは計算時間が長くなり，探索が終わらない．そのため何らかの対策を講じる必要がある．これらの状況になる前に確率を求めていて，そのとき最も地雷の設置率が低かったマスを開いていない場合はそのマスを開く．そのマスが開いているとき，あるいは確率を求めていなかったときは，ランダムに開くこととする．

計算時間は適当な閾値を設ける．

5.8　フローチャート

本手法のフローチャートを**図 7** に示す．

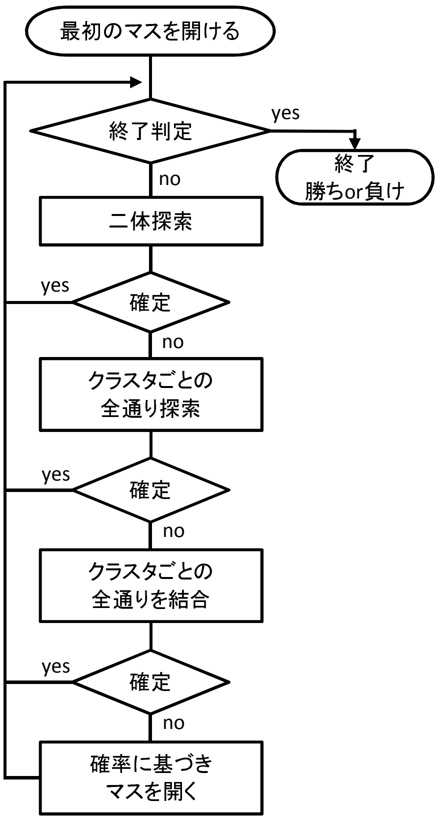

図 7　フローチャート

表 3　出現する盤面のまとめ

安全な盤面	地雷の設置確率が 0%であるマスを 1 つ以上含む
危険な盤面	地雷の設置確率が 0%であるマスを 1 つも含まない ※選択する盤面：地雷の設置確率が最も低いマスが複数ある

表 4　各状況の発生率

安全な盤面のみで勝利する割合	14.1%
危険な盤面が出現する割合	85.9%
選択する盤面が出現する割合 (危険な盤面が出現する内の 12.6%)	10.8%
時間の制約により終了	0.08%
メモリの制約により終了	0.02%

6.　実験結果・考察

6.1　実験条件

実験で使用する minesweeper のフィールドサイズは 480 マス (16×30)，設置する地雷は 99 個をランダムに配置する．一手目は周囲に 1 つも地雷の無いのマスを開く．

実行環境

CPU　Intel(R) Core(TM)2 Quad 2.83GHz

メモリ　4.00GB

OS　Windows 7 Enterprise

開発言語　C#

6.2　結果

6.2.1　各状況の発生率

ここで『安全な盤面』を地雷の設置確率が 0%であるマスを少なくとも 1 つ含む盤面,『危険な盤面』を地雷の設置確率が 0%であるマスを 1 つも含まない盤面とする．発生する盤面を**表 3** にまとめる．本実験では以下の項目の発生率を調べる．

- 安全な盤面のみで勝利する割合
- 危険な盤面が出現する割合
- 選択する盤面が出現する割合
- 各制約により全パターンを求めきれず終了した割合

本実験では独立に 10,000 回試行を行った．地雷の設置確率が 0%のマスが一つでもあれば開くこととした．全通り探索では全クラスタでの全通りを探索したのちに，地雷が設置されているかどうかを判定した．最も地雷の設置率が低いマスが複数ある場合，複数のマスの中から一つをランダムに選ぶこととした．各状況の発生率を**表 4** に示す．

選択する盤面が約 11%出現し，この状況におけるマスの開き方により最終的な勝率に数%の影響を与えることが分かる．

6.2.2　選択する盤面での開き方の検証

選択する盤面として，情報を持たない領域の地雷の設置確率が最も低い盤面を考える．開くマスの数によって有効

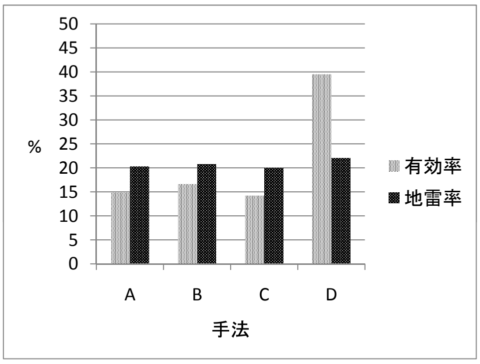

図 8　序盤

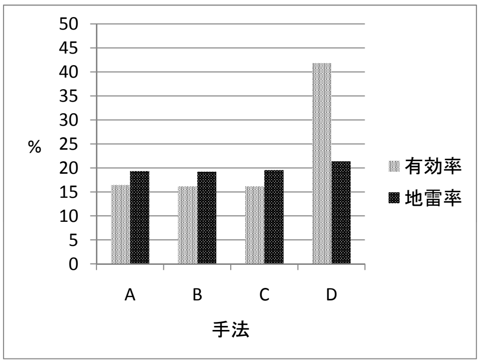

図 9　中盤（前）

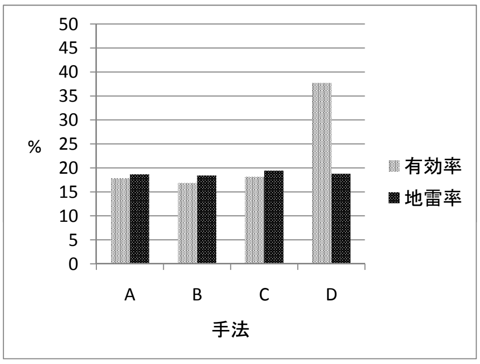

図 10　中盤（後）

な開き方に違いが出るかを検証するために，情報を持たないマスが 480〜420 個の時を序盤，419〜240 個の時を中盤 (前)，239〜60 個の時を中盤 (後)，59〜0 個の時を終盤というように 4 つに分類しそれぞれ 100 パターン用意した．検証する開き方は次の 4 つである．

《A》　ランダムに開く

《B》　情報を持つ領域に隣接するマスを開く

《C》　情報を持つ領域に隣接しないマスを開く

《D》　出得る数字が最も少ないマスを開く

各開き方で 100 回ずつマスを開き，有効かどうか検証した．

各開き方の有効率と地雷率の比較を**図 8**〜**図 11** に示す．ここで有効率とは，マスを開いたことで得た情報によりる，新たに地雷の有無が確定するマスの出現割合である．

手法 D は全ての状況で一番有効率が高く，また地雷を開ける確率よりも有効である確率のほうが大きかった．

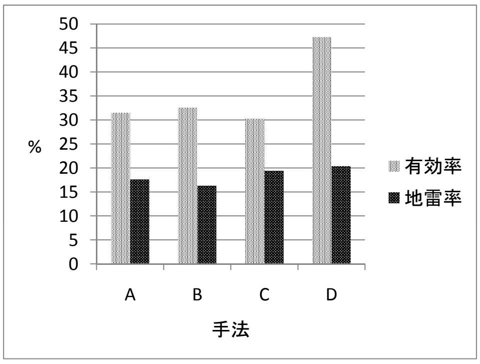

図 11　終盤

表 5　実験結果

方法	勝率 [%]	中止した回数	
		メモリの制約	時間の制約
出得る数字が最も少ないマスを開く	49.4	0	6
ランダムに開く	48.6	2	8

6.2.3　勝率

6.2.2 の結果より，選択する盤面での開き方を“出得る数字が最も少ないマスを開く”方法とし，勝率と各制約による中止回数を**表 5** に示す．比較用に“ランダムに開く”方法での結果も示す．各手法とも試行回数は 10,000 回，制限時間は 5 分，メモリの上限を利用可能メモリの 95%とした．

表 5 の結果をみると勝率に関してはわずかながら“出得る数字が最も少ないマスを開く”方法のほうが高い．

制約に関してはランダムに開いたほうが多くなった．これは，選択する盤面において有効はないマスを開いたため新たに探索するパターン数が増加したためと考えられる．

7.　おわりに

本研究では，minesweeper の設置可能パターンを全列挙し，地雷が設置されているか不明なマスを選ぶ際に最も地雷の設置確率が低いマスを選択する手法を提案した．また，地雷の設置確率が 0%ではないが最も低いマスが複数存在する場合の良い開き方についても考案し検証した．

独立に 10,000 回問題を作成し探索を行う試行で，フィールドサイズ 480 マス (16×30)・地雷 99 個の設定で勝率の平均として 49.4%を得た．

この数値は，既存の研究では考慮されていなかった定量的な solver の評価指標として使用出来ると考えられる．

この確率値をさらに向上させるにはどのようにすれば良いか，また，より少ない計算資源でも実行できるにはどのようにすれば良いかは，今後の課題である．

参考文献

[1]　Richard Kaye, Minesweeper is NP-complete, Mathematical Intelligencer (Springer Verlag, New York) Volume 22 number 2, pp. 9-15,　2000.