Vol.2012-HPC-134 No.10
2012/6/1

相関を利用した自動チューニング数理手法

須田 礼仁[1,a)]

概要：本稿では，性能相関を利用した自動チューニングの数理手法を論ずる．まず性能相関の類型として，相関条件の実験結果のみでターゲット条件の性能が推定できる直接的相関と，相関情報をいくら集積してもターゲット条件の性能に未知性が残る間接的相関の 2 種類を提案する．また，それぞれに関して基本的な数理モデルを示し，相関情報をターゲット条件のチューニングに利用する「活用」と，ターゲット条件での活用を想定して相関条件で実験を行う「探索」の手法を示す．また，相関情報を用いる例として，変化点のあるオンライン自動チューニングの実験結果を示す．実験から，性能相関を利用することで自動チューニングが効率化できることが確認できた．

Using Correlations in Mathematical Methods of Automatic Tuning

Reiji Suda[1,a)]

Abstract: This paper discusses use of performance correlation in mathematical methods of automatic tuning. First, performance correlation is classified into two classes. One is direct correlation, where the performance of the target condition can be estimated only from the performance data of the correlated conditions. Another is indirect correlation, where uncertainty of the target performance remains after infinite performance information of the correlated conditions. Basic models of those classes are exemplified, and then methods of “exploitation” of the correlated performance at the tuning of the target performance, and “exploration” of the correlated performance considering the exploitation at the target performance tuning. Experimental results are shown for online automatic tuning with a change, where it is confirmed that the utilization of correlated performance improves the efficiency of automatic tuning.

1. はじめに

自動チューニングは，ソフトウェアに可変性を仕込んでおき，この可変性を実際の条件に合わせて調整することにより，性能などを自動的に最適化することを目指すパラダイムである．可変性には，演算順序などを変更するスケジューリング変種，データ構造や浮動小数点数の精度を変更するデータ構造変種，アルゴリズム中のパラメタや，アルゴリズムそのものを変更するアルゴリズム変種，SIMD や CUDA などのための特殊コーディングがある．可変性を調整するためのつまみをチューニングパラメタと呼ぶ．

著者らは自動チューニングのための汎用的な技術の開発を進めている．自動チューニングを実現するには，(1) 可変性や調整機能をプログラムの中に組み込むためのプログラミング，(2) 性能を測定したり情報を格納したりするシステム，(3) 性能を分析し最適化する数理，(4) それぞれのアルゴリズムに有益なチューニング，の 4 つが必要である．本稿で取り上げるのは (3) 性能分析・最適化である．

本稿では，ソフトウェアを実際の条件において実行した直接の性能ではなく，それと相関のある性能情報をチューニングに活用することを目指し，数理手法を提案する．

[1] 東京大学情報理工学系研究科 / JST CREST
Graduate School of Information Science, the University of Tokyo / CREST, JST
[a)] reiji@is.s.u-tokyo.ac.jp

2. 自動チューニングにおける相関情報

2.1 相関情報の活用の必要性

著者はこれまでに自動チューニングのための数理手法を提案してきたが，多くは条件が一定であった．著者の従来手法 [1] では，複数の条件における自動チューニングが必要な場合には (1) 条件ごとに自動チューニングする，(2) 条件の変化を擾乱すなわち誤差として扱う，のいずれかで扱う必要があった．(1) の手法では，異なる条件における性能情報がまったく採用されず，(2) の手法では異なる条件の情報が混じってチューニング性能が劣化する．したがって，相関のある性能情報を明示的に扱うことができる方法が必要とされている．

2.2 自動チューニングにおいて相関情報が期待される例

自動チューニングにおいて相関のある性能情報が期待される状況には以下のようなものがある．

(1) 特徴量の存在．特徴量は実行条件の違いを示すパラメタである．例えば計算対象の行列のサイズや，実行するプロセッサの数，キャッシュサイズ，使用するライブラリのパラメタなど，実行に関する直接的な条件が特徴量になりうる．あるいは背景負荷や直前にどんな計算が行われていたかなどを間接的に示す指標，何回目の実行であるかといった性能との関連がモデル化しにくいものも含みうる．これらの特徴量について，特徴量が一定の条件であればある意味で「一定の条件」であり，実行時の性能も類似していることが期待される（それでも表現できない違いは擾乱となる）．特徴量が異なる場合には「異なる条件」であるが，性能に関して多少の相関が期待されるであろう．たとえば，疎行列に対して密行列ライブラリを用いれば十分な性能が得られないが，それは行列サイズによらずに観測されるであろう．アプリケーションが導く行列の非零要素率はほぼ一定だとすると，異なる問題サイズでも似たような結論が得られると想像される．しかしいずれ劣らぬ疎行列ライブラリがあれば，条件によって順位が逆転することはありうるであろう．

(2) 条件の変化．実行条件には，処理対象となるデータ，ハードウェアのパラメタ，ソフトウェアの設定，背景負荷などの環境要因がある．これらは一定の場合もあるし，実行あるいは時間経過に伴って変化する可能性もある．このように条件が変化したときに性能も変化すると考えられるが，変化の前後で性能は無関係ではない．これについてはすでに若干考察した [2]．

(3) 並列自動チューニング．並列処理におけるチューニングパラメタには，並列処理全体を制御する大域的パラメタと，部分処理を制御する局所的パラメタがある．局所的パラメタに対応する各部分処理では，実行条件が少しずつ異なる場合がある．例えば疎行列演算では，疎行列の性質が部分ごとに異なり，性能に影響をおよぼす可能性がある．しかし全体としてはひとつの処理をしているのであるから，性能には相関があるであろう．並列自動チューニングについては従来 [3] から考察しているが，相関モデルは未着手である．

(4) 小規模実験．大規模計算を手動でチューニングする場合，最初から大規模な計算でチューニングはしない．小規模なデータで下実験を行い，ある程度知見を集積して見込を付けておき，大規模な計算では大規模な問題特有の条件についてチューニングする．このように問題の一部を用いた小規模実験で性能情報を得る場合，それは大規模計算における性能情報そのものではないが，本質的な相関があるものと期待されているはずである．

このように，自動チューニングにおいて性能相関は多くの場面で存在が期待され，それを扱う数理手法を開発することが必要である．

2.3 性能相関の類型

性能に関する相関情報を利用するにあたっては，適切な数理モデルに基づかなければならない．数理モデルの構築に先立ち，相関情報が期待される背景について考察し，性能相関情報について 2 つの類型を提案する．

以下，性能を推定したいと考えている実行条件を**ターゲット条件**，性能に相関がある実行条件を**相関条件**と呼ぶことにする．

第 1 の類型は，**直接的相関**である．この類型の相関は，相関条件での性能情報を集積することにより，ターゲット条件の性能が特定できるものを指す．前述の例のうち，特徴量に関して直接的相関が発生しうる．例えば，連続量の特徴量 z があり，性能の平均値が特徴量 z に関して連続に変化するということがわかっているとする．この場合，ターゲット条件 z_0 の付近で十分な性能情報が得られれば，ターゲット条件そのもので一度も実行することなく性能が推定できることになる．Response surface でよく用いられる Kriging モデルはこのようなモデル化になっている．

第 2 の類型は，**間接的相関**である．この類型の相関では，相関情報での性能情報をいくら集めても，ターゲット条件の性能は完全には特定されない．前述の例では，条件の変化，並列自動チューニング，小規模実験がこれに相当すると考えられる．また，特徴量に関しても間接的相関となる事例は多いと思われる．例えば，小規模実験をいくら大量に行っても，大規模特有の現象はとらえられないと考えられる．このような場合には，相関条件における性能から，ターゲット条件における性能の一部を推定できるが，残りは推定できない．

相関条件で推定できる性能は，相関条件とターゲット条件に共通の条件に関するものである．上記の小規模実験の場合を考えると，ハードウェアやシステムソフトウェアが

相関条件とターゲット条件で同一であり，また大規模・小規模のデータを生成する背景的な部分が共通である．これらの要因がターゲット条件での性能に与える影響に関しては，小規模実験から推定することができよう．しかし，大規模計算でのみ顕著に表れる性能要因は未知のままである．このような未知性の違いを考慮して数理モデルを構築しなければ，適切な数理手法は得られない．

3. 相関情報を利用する数理モデル

本節では，相関情報を用いる自動チューニング数理モデルについて，基本的と思われるモデル化の例を示す．またその性能情報を**活用**する手法を示す．活用とは，相関条件における性能情報を，ターゲット条件における自動チューニングに利用する方法である．

3.1 直接的相関を活用する数理モデル

この節では，直接的相関を表現する数理モデルを提案する．以下のモデルは一つの構築例であり，直接的相関を表現する数理モデルが必然的にこうなるというものではない．

ターゲット条件にインデックス 0，相関条件にインデックス $i > 0$ を与える．ターゲット条件の平均性能 μ の事前分布を

$$\mu \sim N(\mu_0, \tau_0^2)$$

とする．ここで μ_0, τ_0^2 は既知であるとする．相関条件 i の平均性能 μ_i はターゲット条件 0 の平均性能 μ と相関があり

$$\mu_i \sim N(\mu, \tau_i^2)$$

とする（このモデルでは平均値が μ となっており，ターゲット条件 0 の平均性能と一致しているが，異なると推定される場合には適宜スケールやシフトを適用して，μ に一致する推定値に変換されているとする）．相関条件 i に独自の事前分布は与えていない．相関条件 i の事前分布も参考になる情報ではあるが，それはターゲット条件 0 の事前分布 μ_0, τ_0^2 に組み込み済みと想定する．相関条件 i の j 回目の実測性能 y_{ij} は

$$y_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$$

に従うとする．

相関条件 i の観測回数を n_i, 平均値を $\bar{y}_i$ とすると，ターゲット条件 0 の平均性能の事後分布が

$$\begin{aligned}
\mu &\sim N(\tilde{\mu}_0, \tilde{\tau}_0^2)\\
\tilde{\tau}_0^2 &= \left(\frac{1}{\tau_0^2} + \sum \frac{1}{\tau_i^2 + \sigma_i^2/n_i}\right)^{-1}\\
\tilde{\mu}_0 &= \tilde{\tau}_0^2 \left(\frac{\mu_0}{\tau_0^2} + \sum \frac{\bar{y}_i}{\tau_i^2 + \sigma_i^2/n_i}\right)
\end{aligned}$$

となる．これをターゲット条件 0 の事前分布として用いればよい．

ここで $\tilde{\tau}_0^2$ の式を見ると，相関性能情報を得ることで τ_0^2 に比べて常に小さくなっており，事前の推定精度が上がることを意味している．原理的には相関情報を得ることで精度が下がる危険性もあるはずだが，それが入らないのは分散が既知と仮定しているためである．分散が未知の場合のモデルについては今後検討してゆく．

推定精度の向上具合は，相関条件 i の測定回数 n_i が大きくなるほど寄与が大きくなるが，最大でも τ_i^2 である．しかし，相関条件の数が増えると τ_0^2 はいくらでも小さくなりうる．すなわち，相関条件を十分たくさん観測すると，それだけでターゲット条件での性能が推定できる．これが直接的相関の効果である．

3.2 間接的相関を活用する数理モデル：独立的な相関条件

まず，ターゲット条件と相関条件の関係をひとつずつ記述するモデルを考える．相関条件は「独立に」ターゲット条件での性能推定に寄与する．

ターゲット条件の平均性能を μ_0 として，事前分布を

$$\begin{aligned}
\mu_0 &\sim N(\mu, \tau_0^2)\\
\mu &\sim N(\mu_x, \rho^2)
\end{aligned}$$

とする．ここで μ と τ_0^2 は相関条件とターゲット条件で共通の条件が判明したところで得られる性能モデルである．すなわち，相関条件を十分多数観測しても残る不確定性が τ_0^2 である．また μ_x と ρ^2 は，相関条件とターゲット条件で共通の条件が未知であることによる不確定性である．相関条件がなければこれらは分離できず，単に $\mu_0 \sim N(\mu_x, \tau_0^2 + \rho^2)$ となる．

相関条件の性能については

$$\begin{aligned}
\mu_i &\sim N(\mu, \tau_i^2)\\
y_{ij} &\sim N(\mu_i, \sigma_i^2)
\end{aligned}$$

と仮定する．すなわち，ターゲット条件と共通の事前情報 μ, τ_i^2 を持つとする．

ここから μ_0 の事後分布を求めると

$$\begin{aligned}
\mu_0 &\sim N(\tilde{\mu}_0, \tilde{\tau}_0^2)\\
\frac{1}{\tilde{\tau}_0^2} &= \frac{1}{\tau_0^2 + \tilde{\tau}^2}, \quad \frac{1}{\tilde{\tau}^2} = \frac{1}{\rho^2} + \sum \frac{1}{\tau_i^2 + \sigma_i^2 n_i}\\
\tilde{\mu}_0 &= \tilde{\tau}^2 \left(\frac{\mu_x}{\rho^2} + \sum \frac{\bar{y}_i}{\tau_i^2 + \sigma_i^2/n_i}\right)
\end{aligned}$$

となる．モデルにおいて相関情報が無限に集積しても残る不確定性が τ_0^2 としているのと符合して，$\tau_0^2 \le \tilde{\tau}_0^2 \le \tau_0^2 + \rho^2$ となっている．

3.3 間接的相関を活用する数理モデル：多次元モデル

前節のモデルは，相関条件どうしの相関が仮定されてい

ないところにやや不自然さがある．そこで本節では，性能の相関を多変量正規分布で表現するモデルを考える．ただし本節のモデルではすべての条件の間で相関を既知としなければならないところに実用上の困難が予想される．

各条件における性能の平均値をならべたベクトルを μ とする．これに対して多変量正規分布の事前分布を与える．

$$p(\mu \mid \mu_x, T) = \frac{|T^{-1}|^{1/2}}{(2\pi)^{k/2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}(\mu-\mu_x)^T T^{-1}(\mu-\mu_x)\right)$$

である．ここで μ_x は事前期待値ベクトルで，T は共相関行列である．

条件 i で j 回目の観測での性能値を y_{ij} とする．これらの観測値は互いに独立であるとして，

$$y_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$$

とする．事前分布は多変量だが，観測値は独立と仮定している．

このとき事後分布は容易に求められ，

$$\begin{aligned} \mu &\sim N_k(\tilde{\mu}_x, \tilde{T}) \\ \tilde{T} &= \left(T^{-1} + \Sigma_n^{-1}\right)^{-1} \\ \tilde{\mu}_x &= \tilde{T}\left(T^{-1}\mu_x + \Sigma_n^{-1}\bar{y}\right) \\ \Sigma_n &= \mathrm{diag}(\sigma_i^2/n_i) \end{aligned}$$

となる．ここで n_i は条件 i での観測回数，$\bar{y}$ は平均観測値を並べたベクトルである．

このモデルでは，ターゲット条件が観測されないと $\tilde{T}$ の対応する要素（ターゲット性能の不確定性）が 0 に収束しない．すなわち間接的相関を表現している．

このモデルは相関条件どうしの間での相関についてもモデル化されており，前節の独立的な相関条件よりも現実的なモデルと思われる．そのかわり相関条件 i と j の間のすべての共相関 τ_{ij} を与えなければならないので，これをどのように設定・推定するかが課題となる．

4. 相関情報を探索する実験計画

前の 2 つの節で，直接的相関および間接的相関を活用する数理モデルを提案した．

この節では，上記のように性能情報がターゲット条件において活用されることを仮定して，相関条件においてどのように実験をするかを決める実験計画を論ずる．すなわち，ターゲット条件のチューニングによりよく活用される性能情報を効率的に得る実験方法を示す．

4.1 オンライン自動チューニング

オンライン自動チューニングでは，合計の実施コストを最小化する．以下では，すべての条件はターゲット条件であり，他の条件から見て相関条件であるとして，逐次実験計画の手法を示す．

チューニングパラメタを t とし，候補の数を M とする．条件は N 個あり，i 番目の条件は合計 K_i 回実行されるとする．現時点で条件 i におけるチューニングパラメタ t の観測回数を n_{it}，平均値を $\bar{y}_{it}$ とする．また条件 i での総観測回数を $k_i = \sum_t n_{it}$ とする．

各候補は各条件で有効であり，異なる条件下で同じ候補を選択したときに性能の相関があるとする．直接的相関では

$$\begin{aligned} \mu_{it} &\sim N(\mu_{i0}, \tau_{i0}^2) \\ \mu_{it} &\sim N(\mu_{jt}, \tau_{ij}^2) \\ y_{itj} &\sim N(\mu_{it}, \sigma_{it}^2) \end{aligned}$$

とする．モデルが二重になっているが，重ねて使う．一方，間接的相関モデル（独立的条件）では

$$\begin{aligned} \mu_t &\sim N(\mu_{tx}, \rho_t^2) \\ \mu_{it} &\sim N(\mu_t, \tau_{it}^2) \\ y_{itj} &\sim N(\mu_{it}, \sigma_{it}^2) \end{aligned}$$

となり，こちらはすなおである．また，多変量正規分布モデルでは

$$\mu_t \sim N_k(\mu_{xt}, T_t)$$

となる．

さて，次に実行するのが条件 i であるとする．このときに，

$$w_{it} = \mu_{it} + \sum_j (K_j - k_j - \delta_{ij}) E\left(\min\{\tilde{\mu}_{jt}, \mu_{j\,\min}\} \mid y\right)$$

と定義する．ここで μ_{it} は現時点での候補 t のコスト期待値である．また y は次の実行でのコスト値であり，現時点での推定分布に従って発生すると考える．すると w_{it} は各条件における残り実行時間の期待値の総和をワンステップ近似で近似したものとなっている．第 2 項のうち δ_{ij} は次に実行するのが条件 i であることにより発生している．

そして実験計画としては，次の実行では w_{it} を最小にするチューニングパラメタ t を選択する．

これらのモデルに前節の数理モデルを代入すると，いずれの場合もターゲット条件 j でのチューニングパラメタ t の事後平均が

$$\tilde{\mu}_{jit} = a_{jit} + b_{jit} y$$

という形になる．そこで

$$a_{jit} + b_{jit}\eta = \mu_{j\,\min}$$

で η を定めるとすると

$$E(\min\{\tilde{\mu}_{jt}, \mu_{j\min}\} \mid y) = \mu_{j\min} + \int_{-\infty}^{\eta} (a_{jit} - \mu_{j\min} + b_{jit}y)p(y)dy$$

となる．次節において本手法の適用事例を示す．

4.2 オフライン自動チューニング

オフライン自動チューニングでは，試行コストと実施コストの重みつき和を最小化する．ここではターゲット条件が 1 つとし，他は相関条件で試行にのみ用いる．試行コストの重みを 1，実施コストの重みを κ とする．

このとき

$$w_{it} = \mu_{it} + \kappa E\left(\min\{\tilde{\mu}_t, \mu_{\min}\} \mid y\right)$$

とする．ここで μ_t は条件 i，チューニングパラメタ t で試行をしたのち，ターゲット条件，チューニングパラメタ t での性能の推定値である．また $\mu_{\min}$ はターゲット条件において t 以外で最高性能のチューニングパラメタの性能である．

次の試行には，w_{it} を最小にする条件 i，チューニングパラメタ t で試行する．もし $\min\{w_{it}\} > \kappa\mu_{\min}$ であれば，試行は終了し，現在最速と思われる候補を選択して，実施フェーズに移る．

5. 実験

ここでは相関情報を用いる手法として，変化点のあるオンライン自動チューニングについて実験を報告する．

オンライン自動チューニングの問題設定で，条件が途中で 1 回変化するとする．変化前に K_1 回，変化後に K_2 回の実行があり，K_1, K_2 は既知とする．変化前の条件が相関条件，変化後の条件がターゲット条件に相当する．

変化点前の平均コストを μ_{t1}, 第 j 回目の実行のコストを y_{tj}，変化点後の平均コストを μ_{t2} として，以下のようにモデルを立てる．

$$\mu_{t1} \sim N(\mu_{t0}, \tau^2)$$
$$y_{tj} \sim N(\mu_{t1}, \sigma^2)$$
$$\mu_{t2} \sim N(\alpha\mu_{t1} + (1-\alpha)\mu_{t0}, \alpha^2\rho^2)$$

すなわち，変化点後にの平均コストは変化点前よりも ρ^2 程度ずれた値に変化する（分散を一定にするため α だけ縮小する）．このモデルは文献 [2] におけるモデル 2 である．

変化点前の第 k ステップ後における μ_{t2} の事後分布は

$$\mu_{t2} \sim N(\hat{\mu}_{t2}, \hat{\tau}_{t2})$$
$$\hat{\mu}_{t2} = \frac{\sigma^2\mu_{t0} + n_t\tau^2(\alpha\bar{y}_t + (1-\alpha)\mu_0)}{\sigma^2 + n_t\tau^2}$$
$$\hat{\tau}_{t2} = \frac{\alpha^2(\sigma^2\rho^2 + n_t\tau^2\rho^2 + \tau^2\sigma^2)}{\sigma^2 + n_t\tau^2}$$

となる．前節のオンライン自動チューニングの手法を適用すると

$$w_t = \mu_{t1} + (K_1 - k)E(\min\{\mu_{t1}, \mu_{min1}\} \mid y) + K_2E(\min\{\mu_{t2}, \mu_{min2}\} \mid y)$$

となる．この式の右辺第 1 項，第 2 項は従来手法にあったもので，第 3 項が変化点により導入された新しい項である．第 3 項は

$$b = \frac{\alpha}{\sigma^2/\tau^2 + n_t + 1}$$
$$a = \mu_{t0} + b(n_t\bar{y} - (n_t+1)\mu_{t0})$$
$$\eta = \frac{\mu_{\min} - \mu_{t0}}{b} + (n_t+1)\mu_{t0} - n_t\bar{y}$$

を用いて

$$E(\min\{\mu_{t2}, \mu_{\min}\} \mid y) = \mu_{\min} + \int_{-\infty}^{\eta} (a - \mu_{\min} + by)p(y)dy$$

のように計算される．これは $\rho^2 = 0$ つまり "変化点" で変化がないとき，変化点のない自動チューニングに一致する．

本手法を，より簡便な 2 つの手法と比較する．

(1) 手法 1 は変化点前と変化点後を 2 つの独立な自動チューニング問題として，従来手法を適用する．変化点前後で性能に関連があるということを利用していない．
(2) 手法 2 は相関情報を活用するだけの手法である．変化点前は，変化点後に実行が続くことを無視して，独立な自動チューニング問題として，従来手法を適用する．変化点後は，変化点前の性能情報を活用し，事前情報を更新して，従来手法を適用する．
(3) 手法 3 は提案手法であり，相関情報を探索・活用の両方を行う手法である．

実験結果を表 1 に示す．実験条件は，候補数 100, $\sigma^2 = 0.01$, $\tau^2 = 0.1$, $\rho^2 = 0.02$, $K_1 = 100$, $K_2 = 100$ で，100 回のシミュレーションの平均値と標準偏差と共に示す．変化点前，変化点後，通算（「前」「後」「計」と略す）のそれぞれについて regret と loss を算出した．

手法 1 と手法 2 の違いは，変化点後の実施にある．手法 2 では変化点前に得られている性能情報を変化点後に活用しているため，「後 regret」,「後 loss」がそれぞれ手法 1 より小さくなっている．

手法 2 と手法 3 の違いは，変化点前の実施にある．手法 1 では変化点前に，変化点後に活用することを想定して多めに実験をする．このため regret が増加し，loss が少なくなると予想されるが，実験では regret は有意な差が認められず，loss のみ違いが明らかになった．変化点後は，変化点前に多めに得た情報を活用しており，有意な差ではないが，手法 2 に比べて変化点後の regret, loss が小さくなった．

以上の 2 つの変化により，通算の regret, loss は手法 1 よりも手法 2 が小さく，手法 2 よりも手法 3 が小さくなった．

表 1 変化点のある自動チューニングの実験結果
Table 1 Experimental results of automatic tuning with a change

	前 regret	前 loss	後 regret	後 loss	計 regret	計 loss
手法 1	0.35 ± 2	0.27 ± 2	0.30 ± 2	0.18 ± 2	0.65 ± 3	0.45 ± 3
手法 2	0.36 ± 2	0.27 ± 2	0.18 ± 2	0.13 ± 2	0.55 ± 3	0.40 ± 3
手法 3	0.33 ± 2	0.17 ± 2	0.17 ± 2	0.12 ± 2	0.50 ± 2	0.29 ± 2

本実験より，相関情報をうまく利用することで自動チューニングの効率化が実現できることが確認された.

6. まとめ

本稿では，自動チューニングにおける性能相関について考察した．まず性能相関が予想されるいくつかの事例を示した．次に，性能相関の類型として，相関条件の実験結果のみでターゲット条件の性能が推定できる直接的相関と，相関情報をいくら集積してもターゲット条件の性能に未知性が残る間接的相関の 2 種類を提案した．また，それぞれに関して基本となると思われる数理モデルの例を示し，相関情報をターゲット条件のチューニングに利用する「活用」と，ターゲット条件での活用を想定して相関条件で実験を行う「探索」の手法を示した．また，相関情報を用いる例として，変化点のあるオンライン自動チューニングの実験結果を示した．実験から，性能相関を利用することで自動チューニングが効率化できることが確認できた.

2.2 節で論じたように，自動チューニングには重要と思われる性能相関がいくつかある．今後はこれらに相当する数理モデルの構築と実験を行う予定である.

謝辞 本研究の一部は JST CREST「進化的アプローチによる超並列複合システム向け開発環境の創出」，科学研究費「汎用自動チューニング機構を実現するためのソフトウェア基盤の研究」の援助を受けています.

参考文献

[1] R. Suda, A Bayesian Method of Online Automatic Tuning, in: Software Automatic Tuning: From Concepts to the State-of-the-Art Results, Springer, 2010, pp.275–294.
[2] 須田礼仁,「変動する条件に適応するオンライン自動チューニング」，日本応用数理学会 2011 年度年会，予稿集 pp. 179–180.
[3] 須田礼仁,「並列ソフトウェアのオンライン自動チューニングのための Bayes 的手法」，情報処理学会 研究報告 HPC-126-41, 2010.