

文字図形の重心とひろがり量との計算法***

桑原京子** 山崎一生** 飯島泰蔵***

Abstract

It is considered that the centroid and the spread of a character shape are related to legibility and to size respectively. The OCR-A and KATAKANA (Japanese characters) font for OCR use can be drawn by a pair of compass and a ruler. If the center-line of a stroke is drawn by a circular arc or a straight line, the centroid and the spread are calculated by the data concerning the center-line of the stroke and the stroke-width. The derived mathematical methods serve for saving computational time and also result in less computational errors.

1. まえがき

文字字形のデザインにおいては、文字集団全体としての統一性、調和性の他に、個々の文字の読み易さ、安定性、弁別性、美しさなどを考慮することが要請される。これらの要因の評価は文字設計者の感覚に頼って行なわれることが多く、客観性に欠けるきらいがある。筆者らはこれらの要因の一部の数量化に文字図形の重心とひろがり量とを用いることを提案している^{1), 2)}。従来これら量の計算は、文字パターンを基盤目状の面で表現してから行なわれており、計算された数値は有限個の点でサンプリングしたことによる誤差を含むものであった。

本論文では、直線と円弧とで文字線の芯線を描き、この芯線に適当に肉づけして文字図形とする場合****に、与えられる芯線に関する情報——端点、屈折点等の座標、曲率中心の座標、曲線率半径——と文字線幅とから直接重心とひろがり量とを算出する方法を考察する。

2. 文字図形の線素図形による構成

2次元 $x-y$ 平面の全領域を Ω とし、その座標を列ベクトル r で表示するものとする。この領域 Ω で与えられる白黒2値の文字図形 $\phi(r)$ は黒部分で 1、白

部分で 0 なる値をとるものとする。

いま、文字図形の芯線の屈折点、変曲点、分枝点、交点を分節点と名づけ、与えられた文字図形を図1に示すように分節点で分解し、記号を下に示すように定義することにしよう。

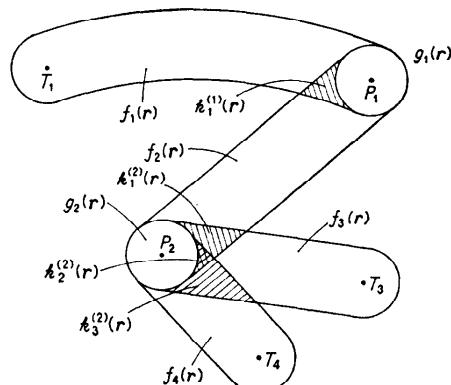


図 1 文字図形の分節点による分解

Fig. 1 Disjointing a character image at junction points

$f_i(r)$: 第 i 番目の線素図形。(端点—端点一分節点、分節点一分節点を直線あるいは円弧で結んだ芯線に幅 $2w$ なる肉づけを行ない、さらに端点、分節点を半径 w の円で丸めた图形。)

$g_j(r)$: 第 j 番目の分節点を中心とする半径 w の円板。

$h_j(r)$: 第 j 番目の分節点で線素図形が重なり合ったときにできる上の円板以外の重なった部分の

* On Computational Methods for the Centroids and the Spreads of Character Images by Kyoko Kuwabara**, Issei Yamasaki** and Taizo Iijima*** (**Information Sciences Division, The Electrotechnical Laboratory, ***Tokyo Institute of Technology)

** 電子技術総合研究所 パターン情報部

*** 東京工業大学

**** たとえばOCR-A^a, JEIDA-5^b.

すべて。

$k_i^{(j)}(\mathbf{r})$: 第 j 番目の分節点で線素図形が重なり合ったときにできる上の円板以外の重なった部分で、 l はその数を表すパラメータ。

M : ある文字を構成する線素図形の総数。

N : ある文字の分節点の総数。

n_j : 第 j 番目の分節点で分解される線素図形の総数。

そうすると、領域 Ω で与えられる文字図形 $F_0(\mathbf{r})$ は

$$F_0(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^M f_i(\mathbf{r}) - \sum_{j=1}^N [(n_j-1)g_j(\mathbf{r}) + h_j(\mathbf{r})] \quad (1)$$

$$\text{ただし } h_j(\mathbf{r}) \leq \sum_{l=1}^{\binom{n_j}{2}} k_l^{(j)}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

と書き表わせる。

いま、線素図形の円板以外の重なり合いの部分、すなわち $h_j(\mathbf{r})$ が十分小さいと看做せるときの文字図形を $F(\mathbf{r})$ と書くことにすれば、

$$F(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^M f_i(\mathbf{r}) - \sum_{j=1}^N (n_j-1)g_j(\mathbf{r}) \quad (3)$$

となる。

一般の文字図形の場合には、円板以外の重なり合いの部分は小さいと看做せる*ので、以後 $F(\mathbf{r})$ を基本として検討を進める。

3. 文字図形の重心の計算法

$x-y$ 平面の領域 Ω 上で与えられる文字図形 $F(\mathbf{r})$ の重心を \mathbf{a} とすれば、重心 \mathbf{a} は

$$\mathbf{a} = \iint_{\Omega} \mathbf{r} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

で定義される。これを (3) 式を用いて変形すれば

$$\mathbf{a} = \sum_{i=1}^M \mu_i \mathbf{a}_i - \nu \sum_{j=1}^N (n_j-1) \mathbf{b}_j \quad (4)$$

$$\begin{cases} \mathbf{a}_i \equiv \iint_{\Omega} \mathbf{r} f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ \mathbf{b}_j \equiv \iint_{\Omega} \mathbf{r} g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ \text{ただし } \mu_i \equiv \iint_{\Omega} f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{cases}$$

* JEIDA-5 の「モ」は重なり部分が多いと考えられるが、標準線幅 (0.35 mm) のとき重なり部分の面積は 0.0394 (mm²) であり、一方 $F_0(\mathbf{r})$ の面積は 2.1944 (mm²) であるからその比は 0.018 である。したがって、 $F_0(\mathbf{r})$ を $F(\mathbf{r})$ と看做したときの誤りの程度はせいぜい 2 % どまりである。

$$\begin{cases} \nu \equiv \iint_{\Omega} g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ = \pi w^2 / \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{cases}$$

となる。また線素図形の重なりが全くないときには、

(4) 式は

$$\mathbf{a} = \sum_{i=1}^M \mu_i \mathbf{a}_i \quad (5)$$

となる。

ところで、第 j 番目の分節点 (x_j, y_j) における円板部分 $g_j(\mathbf{r})$ の重心は、すぐ分るように分節点の座標と一致しているから

$$\begin{cases} b_x^{(j)} = x_j, \\ b_y^{(j)} = y_j \end{cases}$$

である。

以上のことから、与えられた文字図形 $F(\mathbf{r})$ の重心は、これを構成する線素図形 $f_i(\mathbf{r})$ の重心 \mathbf{a}_i と面積比 μ_i 、分節点における円板の面積比 ν 、分節点の座標 (x_j, y_j) から (4) 式によって計算できることが分る。

さて、 $x-y$ 平面 Ω 上で 2 点 $(x_m, y_m), (x_n, y_n)$ を端点あるいは分節点とする直線型線素図形 $f_i(x, y)$ が、図 2 に示すように与えられたとき、与えられた 2 点の座標 $(x_m, y_m), (x_n, y_n)$ と線幅 $2w$ とから、直線型線素図形の重心の座標 (a_x, a_y) を求める式は、直観的に明らかであるように、

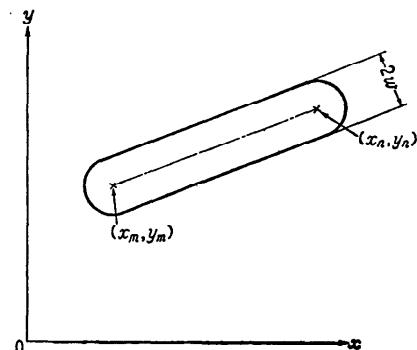


図 2 直線型線素図形
Fig. 2 Straight segment.

$$\begin{cases} a_x = (x_m + x_n)/2, \\ a_y = (y_m + y_n)/2 \end{cases} \quad (6)$$

で与えられる。

また、 $x-y$ 平面 Ω 上で 2 点 $(x_m, y_m), (x_n, y_n)$ を端点あるいは分節点として、点 (x_0, y_0) を曲率中心とする半径 R の円弧型線素図形 $f_i(x, y)$ が、図 3 に示す

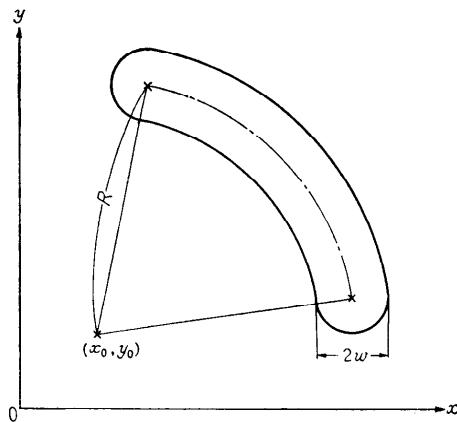


図 3 円弧型線素図形
Fig. 3 Circular segment

ように与えられたとき、これら3つの点の座標と曲率半径 R と線幅 $2w$ とから、円弧型線素図形の重心の座標 (α_x', α_y') を求める式は

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_x' = \{R(4R \sin \theta_0 + \pi w \cos \theta_0) \cos \alpha / (4\theta_0 R + \pi w)\} + x_0 \\ \alpha_y' = \{R(4R \sin \theta_0 + \pi w \cos \theta_0) \sin \alpha / (4\theta_0 R + \pi w)\} + y_0 \end{array} \right. \quad (7)$$

で与えられる。

4. 文字図形のひろがり量の計算法

$x-y$ 平面の領域 Ω 上で与えられる文字図形 $F(\mathbf{r})$ のひろがり量 σ^2 は

$$\sigma^2 \equiv \iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{a})^T (\mathbf{r} - \mathbf{a}) F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (8)$$

(ここで T は転置を表わし、 \mathbf{a} は重心を表わす。) で定義される。これを (3) 式を用いて変形すれば

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^2 = \sum_{i=1}^M \mu_i \{ \sigma_i^2 + (\mathbf{a} - \mathbf{a}_i)^T (\mathbf{a} - \mathbf{a}_i) \} \\ - \nu \sum_{j=1}^N (n_j - 1) \{ \delta^2 + (\mathbf{a} - \mathbf{b}_j)^T (\mathbf{a} - \mathbf{b}_j) \} \end{array} \right. \quad (9)$$

ただし

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{a}_i, \mathbf{b}_j, \mu_i, \nu \text{ は節 3 の場合と同じ}, \\ \sigma_i^2 \equiv \iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{a}_i)^T (\mathbf{r} - \mathbf{a}_i) f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \\ \delta^2 \equiv \iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{b}_j)^T (\mathbf{r} - \mathbf{b}_j) g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ = w^2/2 \end{array} \right.$$

となる*。また、線素図形の重なりが全くないときに

* 付録参照。

は、(9) 式は

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^M \mu_i \{ \sigma_i^2 + (\mathbf{a} - \mathbf{a}_i)^T (\mathbf{a} - \mathbf{a}_i) \} \quad (10)$$

となる。

与えられた文字図形 $F(\mathbf{r})$ のひろがり量 σ^2 は、これを構成する線素図形 $f_i(\mathbf{r})$ の重心 \mathbf{a}_i 、面積比 μ_i 、そのひろがり量 σ_i^2 、分節点の座標 \mathbf{b}_j 、分節点における円板のひろがり量 σ^2 、文字図形 $F(\mathbf{r})$ の重心 \mathbf{a} から (9) 式によって計算できることが分る。

さて、 $x-y$ 平面 Ω 上で2点 $(x_m, y_m), (x_n, y_n)$ を端点あるいは分節点とする直線型線素 $f_i(x, y)$ が与えられたとき、これら二つの座標 $(x_m, y_m), (x_n, y_n)$ と線幅 $2w$ とから、直線型線素図形のひろがり量 σ_i^2 を求める式は、

$$\sigma_i^2 = \{(\pi w^3)/2 + 4w^2 l + \pi w l^2 + (4l^3)/3\} / (\pi w + 4l) \quad (11)$$

で与えられる。

また、 $x-y$ 平面 Ω 上で2点 $(x_m, y_m), (x_n, y_n)$ を端点あるいは分節点とし、点 (x_0, y_0) を曲率中心とする半径 R の円弧型線素図形 $f_i(x, y)$ が与えられたとき、これら三つの点の座標と曲率半径 R と線幅 $2w$ とから、円弧型線素図形のひろがり量 ρ_i^2 を求める式は、

$$\begin{aligned} \rho_i^2 = & R^2 \left[1 - \left(\frac{\sin \theta_0}{\theta_0} \right)^2 \left(1 + \left(\frac{\pi}{4\theta_0} \right) \left(\frac{w}{R} \right) \right)^{-1} \right. \\ & \cdot \left(1 - \left(\frac{\pi}{4\theta_0} \right) \left(\frac{w}{R} \right) \right) \left\{ (1 - 2\theta_0 \cot \theta_0) \right. \\ & - (\theta_0 \cot \theta_0 - 1)^2 \left(\frac{\pi}{4\theta_0} \right) \left(\frac{w}{R} \right) \left(1 + \left(\frac{\pi}{4\theta_0} \right) \left(\frac{w}{R} \right) \right) \left. \right\} \\ & \left. + \left(\frac{w}{R} \right)^2 \left\{ \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4\theta_0} \right) \left(\frac{w}{R} \right) \right) \left(1 + \left(\frac{\pi}{4\theta_0} \right) \left(\frac{w}{R} \right) \right)^{-1} \right\} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

で与えられる。いま $R\theta_0 = l$ とおくと

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \rho_i^2 = (\pi w^3/2 + 4w^2 l + \pi w l^2 + 4l^3/3) / (\pi w + 4l)$$

となり、直線の場合の式 (11) と一致している。

5. 線素図形間の重なりの無視による誤差

5.1 重心の誤差

重なり部分を無視できないときの文字図形 $F_0(\mathbf{r})$ の重心 \mathbf{a}_0 は

$$\mathbf{a}_0 \equiv \iint_{\Omega} \mathbf{r} F_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

で定義される。

ところで、 $F_0(\mathbf{r})$ と $F(\mathbf{r})$ との間には、(1), (2) 式により

$$F_0(\mathbf{r}) = F(\mathbf{r}) - \sum_{j=1}^N h_j(\mathbf{r}) \quad (13)$$

なる関係があるから、 $F_0(\mathbf{r})$ の重心 \mathbf{a}_0 は

$$\mathbf{a}_0 = \left| \frac{\iint_Q \mathbf{r} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_Q F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} - \sum_{j=1}^N \frac{\iint_Q \mathbf{r} h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_Q F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \right| \iint_Q F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

と書き換える。そこで $F(\mathbf{r})$ の重心 \mathbf{a} の定義を考慮し、 $h_j(\mathbf{r})$ の 2 次以上の項を無視して変形すれば

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{a} \left| 1 + \frac{\sum_{j=1}^N \iint_Q h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_Q F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \right| - \sum_{j=1}^N \frac{\iint_Q \mathbf{r} h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_Q F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}$$

となる。

いま、重心誤差 ε_a を

$$\varepsilon_a = |\mathbf{a}_0 - \mathbf{a}|$$

で定義すれば

$$\begin{aligned} \varepsilon_a &= \left| \mathbf{a} \sum_{j=1}^N \iint_Q h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right| \\ &\quad - \sum_{j=1}^N \left| \iint_Q \mathbf{r} h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right| / \iint_Q F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &\leq \sum_{j=1}^N \left\{ |\mathbf{a}| \iint_Q h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right. \\ &\quad \left. + \left| \iint_Q \mathbf{r} h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right| \right\} / \iint_Q F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (14)$$

となる。

ところで、(2) 式から

$$\iint_Q h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \leq \sum_{l=1}^{\binom{n_j}{2}} \iint_Q k_l^{(j)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (15)$$

$$\left| \iint_Q \mathbf{r} h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right| \leq \left| \sum_{l=1}^{\binom{n_j}{2}} \iint_Q k_l^{(j)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right| \quad (16)$$

であるが、一方、重なり部分 $K_l^{(j)}(\mathbf{r})$ の 1 次モーメントは

$$\begin{aligned} \iint_Q \mathbf{r} k_l^{(j)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} &= \frac{\iint_Q \mathbf{r} k_l^{(j)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_Q k_l^{(j)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \iint_Q k_l^{(j)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &\leq \lambda \iint_Q k_l^{(j)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{aligned}$$

ただし、 λ は重なり部分の重心の値の絶対値の最大値。

で抑えられるから (16) 式は

$$\iint_Q \mathbf{r} h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \leq \sum_{l=1}^{\binom{n_j}{2}} \lambda \iint_Q k_l^{(j)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (17)$$

となる。

(14) 式に (15), (17) 式を代入すると重心誤差 ε_a は

$$\varepsilon_a \leq \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{\binom{n_j}{2}} (|\mathbf{a}| + \lambda) \iint_Q k_l^{(j)}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_Q F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (18)$$

となる。

分節点での線素の分れ方には（直線一直線）、（直線一円弧）、（円弧一円弧）の三つがあるが、第 1 の場合について考察しよう。

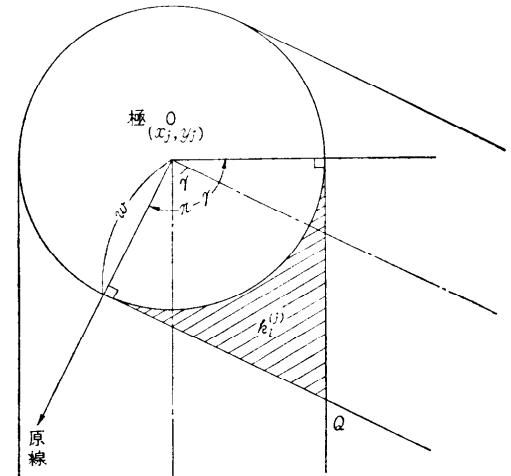


図 4 線素図形の重なり

Fig. 4 Piled part of segments

いま、図 4 に示すように、二つの芯線が γ なる角度で点 (x_j, y_j) において分枝したときにつきできる重なり部分 $K_l^{(j)}(\mathbf{r})$ を点 (x_j, y_j) を極とし、原線を図に示すようにとる極座標 (r, θ) で表現したものを $\psi(r, \theta)$ とする

$$\psi(r, \theta) = \begin{cases} 1 : 0 \leq \theta \leq \pi - \gamma, w \leq r \leq B(\theta) \\ 0 : \text{otherwise} \end{cases}$$

ただし、

$$B(\theta) = \begin{cases} r/\cos : 0 \leq \theta \leq (\pi - \gamma)/2, \\ r/\cos(\pi - \gamma - \theta) : (\pi - \gamma)/2 \leq \theta \leq \pi - \gamma \end{cases}$$

であり、重なり部分は直線 \overline{OQ} に関して対称であるから

$$\begin{aligned} \iint_Q k_l^{(j)}(\mathbf{r}) \mathbf{a} \mathbf{r} d\mathbf{r} &= 2 \int_0^{\frac{\pi-\gamma}{2}} d\theta \int_0^{\beta(\theta)} r d\gamma \\ &= w^2 \left(\cot \frac{\gamma}{2} - \frac{\pi-\gamma}{2} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

となる。この式から線素图形が分節点において滑かに繋がっていれば重なり部分は無く、 $\gamma \rightarrow 0$ に近づくにつれて重なり部分が増加することが分る。

5.2 ひろがり量の誤差

重なり部分が無視できないときの文字图形 $F_0(\mathbf{r})$ のひろがり量 σ_0^2 は

$$\sigma_0^2 \equiv \iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{a}_0)^T (\mathbf{r} - \mathbf{a}_0) F_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

で定義される。この式の分子に (13) 式を代入して変形し、 $\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}$ と看做せば

$$\begin{aligned} \sigma_0^2 &\equiv \left\{ \sigma^2 - \frac{\sum_{j=1}^N \iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{a})^T (\mathbf{r} - \mathbf{a}) h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \right\} \\ &\quad \times \frac{\iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} F_0(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \end{aligned}$$

となる。そこで、この式の右辺の最後の項を (13) 式を用いて書き換えて、 $h_j(\mathbf{r})$ の 2 次以上の項を無視して変形すれば

$$\begin{aligned} \sigma_0^2 &\equiv \sigma^2 \left[1 + \sum_{j=1}^N \iint_{\Omega} h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right] \\ &\quad - \sum_{j=1}^N \iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{a})^T (\mathbf{r} - \mathbf{a}) h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{aligned}$$

となる。

いま、ひろがり量誤差 ε_{σ^2} を

$$\varepsilon_{\sigma^2} \equiv |\sigma_0^2 - \sigma^2|$$

で定義すれば

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\sigma^2} &\leq \sigma^2 \sum_{j=1}^N \iint_{\Omega} h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (20) \\ &\quad + \sum_{j=1}^N \iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{a})^T (\mathbf{r} - \mathbf{a}) h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} / \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{aligned}$$

となる。ところで (2) 式から

$$\begin{aligned} &\iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{a})^T (\mathbf{r} - \mathbf{a}) h_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &\leq \iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{a})^T (\mathbf{r} - \mathbf{a}) k_{l^{(j)}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &= \sum_{l=1}^{n_j} \left| \frac{\iint_{\Omega} (\mathbf{r} - \mathbf{C}_l)^T (\mathbf{r} - \mathbf{C}_l) k_{l^{(j)}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} k_{l^{(j)}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \right| \\ &\quad + (\mathbf{a} - \mathbf{C}_l)^T (\mathbf{a} - \mathbf{C}_l) \left| \iint_{\Omega} k_{l^{(j)}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|. \end{aligned}$$

ただし、 $\mathbf{C}_l : k_{l^{(j)}}(\mathbf{r})$ の重心。

ここで、重なり部分のひろがり量の最大値を K とすると

$$\sum_{l=1}^{n_j} (K + (\mathbf{a} - \mathbf{C}_l)^T (\mathbf{a} - \mathbf{C}_l)) \iint_{\Omega} k_{l^{(j)}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$$

となるから、この式と (15) 式とを (20) 式に代入して整理すれば

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\sigma^2} &\leq \frac{1}{\iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{n_j} \{ \sigma^2 + K \\ &\quad + (\mathbf{a} - \mathbf{C}_l)^T (\mathbf{a} - \mathbf{C}_l) \} \iint_{\Omega} k_{l^{(j)}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{aligned}$$

となる。そこで、 $F(\mathbf{r})$ の重心 \mathbf{a} と重なり部分の重心 \mathbf{C}_l との距離の最大値を D とおけば

$$\varepsilon_{\sigma^2} \leq \frac{1}{\iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^{n_j} (\sigma^2 + K + D^2) \iint_{\Omega} k_{l^{(j)}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (21)$$

となる。

重心およびひろがり量の重なり部分を無視したことによる誤差の大きさは、(18), (21) 式に (19) 式を代入してそれぞれ具体的に求めることができる。

6. むすび

文字图形の芯線が直線と円弧とで構成されていて、直線あるいは円弧部分それぞれの端点、分節点の座標と曲率半径、曲率中心の座標とが与えられているときに、これらの芯線に関するデータと文字線幅とから、文字图形の重心とひろがり量とを直接算出する方法について述べた。この方法によって文字图形の重心とひろがり量とを計算することにより、文字パターンをあらかじめ発生しておいてから重心とひろがり量とを計算する従来の方法よりも精度よくしかも短い時間で計算することができるものと思われる。これらの点に関する検討、およびここで導かれた計算方式による実際の文字字体の評価などについては後の機会に譲りたい。

なお、この報告は昭和 45 年度に、日本電子工業振興協会に設置された OCR 標準化専門委員会 OCR 字形設計分科会における OCR 用かたかな字体の設計の際になされたものである。

参考文献

- 1) 吉村, 山崎, 飯島: 文字図形の重心とひろがりについて, 情報処理, 9, 5, pp. 277-284 (Sept. 1968).
- 2) 吉村, 飯島: 文字字体の一設計法, 情報処理, 11, 3, pp. 135-143 (Mar. 1970).
- 3) JIS C 6250-70: 光学文字認識のための字形(英数字).
- 4) ラインプリンタによるかたかな印字字体規格(原案) JEIDA-5, 日本電子工業振興協会(昭44年2月).

付録

(9) 式の誘導

(8) 式の分子に (3) 式を代入すると

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\iint_{\Omega} (\mathbf{r}-\mathbf{a})^T (\mathbf{r}-\mathbf{a}) \left[\sum_{i=1}^M f_i(\mathbf{r}) - \sum_{j=1}^N (n_j-1) g_j(\mathbf{r}) \right] d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \\ &= \sum_{i=1}^M \frac{\iint_{\Omega} (\mathbf{r}-\mathbf{a})^T (\mathbf{r}-\mathbf{a}) f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \iint_{\Omega} f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \\ &\quad - \sum_{j=1}^N (n_j-1) \frac{\iint_{\Omega} (\mathbf{r}-\mathbf{a})^T (\mathbf{r}-\mathbf{a}) g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \iint_{\Omega} g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \end{aligned} \quad (A1)$$

いま、簡単のために

$$\begin{cases} \mathbf{C} = \mathbf{r} - \mathbf{a}; \\ \mathbf{D} = \mathbf{a} - \mathbf{b}; \end{cases}$$

とおくと

$$(\mathbf{r}-\mathbf{a}) = (\mathbf{r}-\mathbf{a}_i) - (\mathbf{a}-\mathbf{a}_i) = \mathbf{C} - \mathbf{D}$$

であるから

$$(\mathbf{r}-\mathbf{a})^T (\mathbf{r}-\mathbf{a}) = \mathbf{C}^T \mathbf{C} - \mathbf{C}^T \mathbf{D} - \mathbf{D}^T \mathbf{C} + \mathbf{D}^T \mathbf{D}.$$

ところで、 \mathbf{C} , \mathbf{D} は共に列ベクトルであるから

$$\mathbf{C}^T \mathbf{D} = \mathbf{D}^T \mathbf{C}$$

となり、したがって

$$(\mathbf{r}-\mathbf{a})^T (\mathbf{r}-\mathbf{a}) = \mathbf{C}^T \mathbf{C} - 2\mathbf{D}^T \mathbf{C} + \mathbf{D}^T \mathbf{D}$$

である。

ゆえに、(A1) 式の右辺第1項にある積分は上の式を使って変形し、 \mathbf{a}_i の定義を考慮すれば

$$\begin{aligned} &\iint_{\Omega} (\mathbf{r}-\mathbf{a})^T (\mathbf{r}-\mathbf{a}) f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &= \iint_{\Omega} (\mathbf{r}-\mathbf{a}_i)^T (\mathbf{r}-\mathbf{a}_i) f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \\ &\quad + (\mathbf{a}-\mathbf{a}_i)^T (\mathbf{a}-\mathbf{a}_i) \iint_{\Omega} f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \end{aligned}$$

となり、(A1) 式の右辺の第1項は

$$\sum_{i=1}^M \left| \frac{\iint_{\Omega} (\mathbf{r}-\mathbf{a}_i)^T (\mathbf{r}-\mathbf{a}_i) f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \right| + (\mathbf{a}-\mathbf{a}_i)^T (\mathbf{a}-\mathbf{a}_i) \left| \frac{\iint_{\Omega} f_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \right|$$

となる。

また、(A1) 式の右辺第2項も

$$\begin{cases} \mathbf{C}' \equiv \mathbf{r} - \mathbf{b}_j \\ \mathbf{D}' \equiv \mathbf{a} - \mathbf{b}_j \end{cases}$$

とおいて、上と同様にして計算すれば

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N (n_j-1) \left| \frac{\iint_{\Omega} (\mathbf{r}-\mathbf{b}_j)^T (\mathbf{r}-\mathbf{b}_j) g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \right| \\ &\quad + (\mathbf{a}-\mathbf{b}_j)^T (\mathbf{a}-\mathbf{b}_j) \left| \frac{\iint_{\Omega} g_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}}{\iint_{\Omega} F(\mathbf{r}) d\mathbf{r}} \right| \end{aligned}$$

となる。

以上によって (8) 式から (9) 式が導かれることが分った。

(昭和 46 年 11 月 27 日 受付)

(昭和 47 年 1 月 7 日再受付)