

## プログラムのページ

担当 鈴木 誠 道

### 7302. 正の整数の立方根の計算

片山 茂 (鳥取大学教育学部)

正の整数を 1000 進法で  $N^2$  桁とするとき、その立方根の整数部分  $N^2$  桁 (10 進法) を正確に求めるプログラムが「開立方」を少し変形することでえられるのでこれを示す。

#### 1. 解析

整数  $A$  を 1000 進法で  $N^2$  桁とする、 $\sqrt[3]{A}$  の整数部分  $IK$  の上から  $p$  桁  $K$  がわかったとき、次の  $p+1$  桁目の整数  $X$  を求めるには

$$\begin{aligned} A - (K \cdot 10^{N^2-p} + X \cdot 10^{N^2-(p+1)})^3 \\ = (A - K^3 \cdot 1000^{N^2-p}) \\ - (3K^2 \cdot 100 \cdot X + 3K \cdot 10 \cdot X^2 + X^3) 1000^{N^2-p-1} \end{aligned}$$

を  $F(X)$  とおくと、 $X$  に 1 から順に自然数 ( $\leq 9$ ) を代入し、 $X=X_1$  で始めて  $F(X_1) < 0$  となれば  $X_1-1$  が求める  $X$  である。

$p=1$  のときの  $K$  は

$$A - (Y \cdot 10^{N^2-1})^3 = A - Y^3 \cdot 1000^{N^2-1}$$

を  $G(Y)$  とおくと、 $Y$  に 1 から順に自然数 ( $\leq 9$ ) を代入し  $Y=Y_1$  で始めて  $G(Y_1) < 0$  となれば、 $Y_1-1$  が求める  $K$  である。

以上の通常の手順に対し、次の (I)、(II) を利用すると、機械処理可能な反復計算が作れる。

(I)  $N$  (自然数) の立方を  $A$  から引き去る計算には数列  $\{N^3\}$  の階差数列

$$N^3 - (N-1)^3 = 1 + 6 \cdot (1+2+\dots+(N-1))$$

を利用する。

(II)  $3K^2 \cdot 100 \cdot X + 3K \cdot 10 \cdot X^2 + X^3$  で  $X=N$  なるときの計算には

$$\begin{aligned} \sum_{I=1}^N [(3K^2 \cdot 100 + 3K \cdot 10 + 1) + 3K \cdot 10 \cdot 2(I-1) \\ + 6(1+2+\dots+(I-1))] \end{aligned}$$

を用いる。

#### 2. プログラム

配列  $A$  に整数  $A = a_{N^2} a_{N^2-1} \dots a_1$  (1000 進法) を  $A(N^2) = a_{N^2}, \dots, A(1) = a_1$  と記憶する。配列  $IK$  に立方根の整数部分を記憶させる。配列  $J6$  は初項 6、公差 6 の等差数列の各項の記憶用、配列  $J2$  を用いて  $J2(N^2) = 1, J2(N^2) = J2(N^2) + 6, J2(N^2) = J2(N^2) + 6 \cdot 2, \dots$  を  $A$  から順に引き去り、 $K+1$  回目始めて  $A$  が負になれば  $IK(N^2)$  に  $K$  を記憶させる。次に  $3K$  は  $M(N^2) = IK(N^2) * 3$  と補助配列  $L$  とから作り配列  $J3$  に記憶する、 $3K^2$  は上の最後の  $J2$  から 1 と  $3K$  とを引き去って作る。

次の  $X$  の値を求めるには (II) の [ ] 内の三部分を各  $N$  について  $A$  から順に引き去っていき  $N-K'+1$  で  $A$  が始めて負になれば  $IK(N^2-1)$  に  $K'$  を記憶させる、これを反復する。

$IK$  の出力を 10 進法で読むと  $N^2$  桁まで正確な値である。

サブルーチンでここに掲げてないものは筆者のプログラム<sup>1)</sup> をみていただきたい。なお  $IRR$  は読み込み、 $IPP$  はプリント、 $IAA$  は加算、 $IBB$  は減算、 $IMI$  は乗算、 $IDD$  は除算、 $ILL$  は転送のサブルーチンであり、基数を  $BETA$  とする  $N1$  桁の数を扱っている。

#### 3. 計算例

使用計算機は TOSBAC-3400 (Model 21) で例 1 の演算時間は 4 秒であった。

#### 参考文献

- 1) 片山茂：正の整数の平方根の計算，情報処理，Vol. 13, No. 12, pp. 860~861 (1972)。

(昭和 47 年 12 月 15 日受付)

```

C      COMPUTATION OF THE CUBIC ROOT
1      DIMENSION A(51),J1(51),J2(51),
1      J3(51),J6(51),IK(51),L(51),M(51)
2      INTEGER A,BETA
3      COMMON BETA
4      1    READ (10,100) BETA,N1,KAISU
5      100  FORMAT(3I5)
6      IF(BETA.EQ.0) STOP
7      DO 10 I=1,KAISU
8          DO 15 N=1,N1
9              M(N)=0
10             A(N)=0
11             J1(N)=0
12             J2(N)=0
13             J3(N)=0
14             IK(N)=0
15             J6(N)=0
16             L(N)=0
17         15  CONTINUE
18         CALL IRR(A,N1)
19         DO 30 N=1,N1
20             NN=N1-N+1
21             IF(A(NN).NE.0) GO TO 31
22         30  CONTINUE
23         31  N2=NN
24         WRITE(6,200)
25         200  FORMAT(//1H ,3X,2HA=)
26         CALL IPP(A,N2)
27         2   DO 40 N=1,N1
28             J1(N)=0
29             J6(N)=0
30         40  CONTINUE
31             J1(N2)=1
32             CALL IAA(J2,J1,N1)
33             CALL IBB(A,J2,N1)
34             CALL IBB(A,J3,N1)
35             CALL IMI(L,2,N1)
36             IF(A(N1).GE.5) GO TO 4
37             CALL IAA(IK,J1,N1)
38             N=1
39         3   N=N+1
40             J6(N2)=(N-1)*6
41             CALL IAA(J2,J6,N1)
42             CALL IAA(J3,L,N1)
43             CALL IBB(A,J2,N1)
44             CALL IBB(A,J3,N1)
45             IF(A(N1).GE.5) GO TO 4
46             CALL IAA(IK,J1,N1)
47             GO TO 3
48         4   CALL IDD(L,2,N1)
49             CALL IAA(J2,J3,N1)
50             CALL IAA(A,J2,N1)
51             DO 41 N=1,N1

```

図 1 メインプログラム

```

A= 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
IK= 1 2 5 9 9 2 1 0 4 9 8 9 4 8 7

```

図 4 計算例 1

```

52     41  M(N)=0
53         M(N2)=3*IK(N2)
54         CALL IAA(L,M,N1)
55         CALL ILL(J3,L,N1)
56         CALL IBB(J2,J1,N1)
57         CALL IBB(J2,J3,N1)
58         CALL IMI(J2,100,N1)
59         CALL IMI(J3,10,N1)
60         CALL IMI(L,10,N1)
61         DO 45 N=2,N1
62             J2(N-1)=J2(N)
63             J3(N-1)=J3(N)
64             L(N-1)=L(N)
65         45  CONTINUE
66             N2=N2-1
67             IF(N2.EQ.0) GO TO 5
68             GO TO 2
69     5   DO 50 N=1,N1
70         NN=N1-N+1
71         IF(IK(NN).NE.0) GO TO 51
72     50  CONTINUE
73     51  N3=NN
74     C   IK IS THE INTEGRAL PART OF
75     C   THE CUBIC ROOT OF A
76     300  WRITE (6,300)
77         FORMAT(1H0,2X,3HIK=)
78         CALL IPP(IK,N3)
79     10  CONTINUE
80         GO TO 1
81     END

```

図 2 メインプログラム (続き)

```

1      SUBROUTINE ILL(X,Y,N1)
2      INTEGER X(51),Y(51)
3      DO 10 N=1,N1
4      10  X(N)=Y(N)
5      RETURN
6      END

1      SUBROUTINE IDD(X,II,N1)
2      INTEGER X(51),BETA
3      COMMON BETA
4      N3=N1-1
5      DO 10 N=1,N3
6      NN=N1-N+1
7      X(NN-1)=X(NN-1)+MOD(X(NN),II)*BETA
8      X(NN)=X(NN)/II
9      CONTINUE
10     10  X(1)=X(1)/11
11     RETURN
12     END

```

図 3 サブルーチン

```
A= 1 30301
```

```
IK= 1 0 1
```

図 5 計算例 2