

多面体の干渉問題に対する一解法†

古川 進†

Abstract

The interference problem is to detect intersections of three-dimensional objects and is one of the various problems to be solved in order to carry out the computer aided design system.

This paper deals with this problem of polyhedra and discusses the hidden-line problem, which is to eliminate edge lines or parts of edge lines that are invisible from a given vantage point, of intersecting planes.

It also contains some illustrative examples.

1. まえがき

電子計算機を設計の分野に利用して、対話的に能率よく設計を行なおうとする試みは計算機援助の設計(Computer Aided Design 略して CAD)といわれ、自動設計の分野における重要な課題となっている。このような試みを実現するためには、設計に多く用いられる図形情報を計算機によって処理し、人と計算機間のコミュニケーションをより円滑に進めることが必要であることが認識され、自由形状曲面の創成¹⁾、曲面の平滑化^{2), 3)}、隠線の消去^{4)~9)}等について多くの研究がなされてきた。

二つ以上の物体が同時に同じ空間を占めることは物理的には不可能であり、したがって現実には起こり得ないが、計算機内にある構造物を設定しようとするとき、このような状態が誤って生じられることが考えられ、このときこれらの物体は干渉しているといわれる。

このように二つ以上の物体が干渉しているかどうかを識別することは図形干渉問題といわれ、CAD 実現の一段階として、解決されねばならない問題の一つとなっている。

P. G. Comba はこの問題が範囲を凸曲面に限定すれば近似的にある特性関数の極値問題に帰着され、とくに凸多面体に対してはリニア・プログラミングの手法が応用できることを示した¹⁰⁾。しかしこの方法では、特性関数の極値を求めることが一般には容易でないの

で、実際の適用範囲は凸多面体に限定されるものと考えられる。

本論文においては、最初、二つの多面体が干渉しているかどうかを識別するための一つの方法を与える。この方法は閉曲面のトポロジカルな性質を利用した厳密なもので、多面体の凹凸に関係なく適用できるものである。つぎに、先に筆者が提案した多面体の隠線消去法¹¹⁾の相貫体への拡張について述べる。

また実際に電子計算機を用いて二つの多面体が干渉しているかどうかを識別し、同時に隠線を消去した作図例が得られたので報告する。

2. 記号の定義

3次元空間内に与えられた二つの多面体をそれぞれ P_1, P_2 とし、これらをその内部および境界の点を要素とする点集合と考える。空間内の一点 p が多面体 P_1 の要素であるとき $p \in P_1$ 、 P_1 が P_2 の部分集合であるとき $P_1 \subset P_2$ で表わし、これらの記号 \in, \subset の否定形に対して、それぞれ $\notin, \not\subset$ なる記号を用いる。また P_1, P_2 の共通集合、合併集合をそれぞれ $P_1 \cap P_2, P_1 \cup P_2$ で表わすことにする。

二つの集合 P_1, P_2 の間に $P_1 \supset P_2, P_1 \subset P_2$ の関係が同時に成り立っているとき P_1 と P_2 は等しく、このことを表わすのに $P_1 = P_2$ なる表現を用いる。また P_1 が空集合であるとき $P_1 = \phi$ と書くことにする。

多面体 $P_i (i=1, 2)$ より境界の点を除いた集合 P_i を考え、その閉包を \bar{P}_i で表わし、 P_i, \bar{P}_i の補集合をそれぞれ P_i^c, \bar{P}_i^c で表わすことにする。

多面体 $P_i (i=1, 2)$ の面の数を $n_i(S)$ 、稜線の数を

† A Solution to the Interference Problem of Polyhedra, by Susumu Furukawa (Yamaguchi University, Faculty of Engineering).

† 山梨大学工学部

$n_i(L)$, 頂点の数を $n_i(V)$ で表わし, P_i の j 番目の面から稜線を除いた点の集合を $S_{i,j}$ ($j=1, 2, \dots, n_i(S)$), k 番目の稜線から両端点 (すなわち頂点) を除いた点の集合を $L_{i,k}$ ($k=1, 2, \dots, n_i(L)$) とすると P_i のおのおの面, 稜線はそれぞれその閉包 $\bar{S}_{i,j}$, $\bar{L}_{i,k}$ で表わされる. とくに $L_{i,k} \subset \bar{S}_{i,j}$ となる $n_{i,j}$ 個の $L_{i,k}$ を $L_l(S_{i,j})$ ($l=1, 2, \dots, n_{i,j}$) と書くことにする. また P_i の各頂点を $V_{i,m}$ ($m=1, 2, \dots, n_i(V)$) で表わし, $V_{i,m} \in \bar{S}_{i,j}$ となる $n_{i,j}$ 個の $V_{i,m}$ を $V_l(S_{i,j})$ で表わす.

以上の定義から P_i は

$$P_i = P_i \cup \left(\bigcup_j S_{i,j} \right) \cup \left(\bigcup_k L_{i,k} \right) \cup \left(\bigcup_m V_{i,m} \right) \quad (1)$$

($i=1, 2$)

と表わされる. ここで $\bigcup_j S_{i,j}$ は j の変わり得るすべて (すなわち, この場合には $j=1, 2, \dots, n_i(S)$) の値に対する $S_{i,j}$ の合併集合を意味する. $\bigcup_k L_{i,k}$, $\bigcup_m V_{i,m}$ についても同様である.

3. 座標系について

多面体 P_i が与えられたとき, その頂点 $V_{i,m}$ ($m=1, 2, \dots, n_i(V)$) の位置を 3次元直交座標 (デカルト座標) で表わし, $V_{i,m}=(x_{i,m}, y_{i,m}, z_{i,m})$ と書くことにする.

本論文では多面体, 透視平面および視点の相対的な位置関係について論ずるので, そのどれか一つは固定された位置にあると考えても差支えない. したがって, ここでは透視平面を固定して考え, とくに今後の議論を容易に進めるため, (x, y) 平面に一致する位置にあるものと考えよう.

視点 $E(x_0, y_0, z_0)$ を通る視線によって, 透視平面

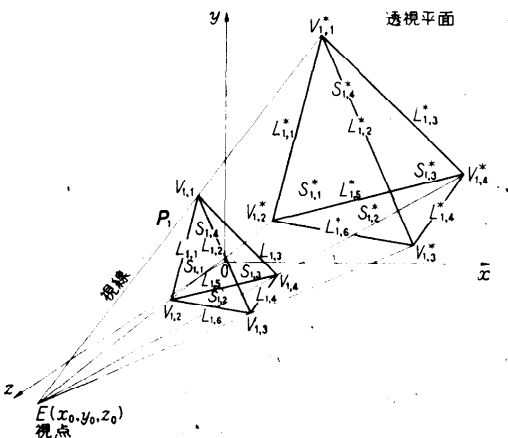


Fig. 1 Perspective projection system in Cartesian co-ordinate

$((x, y)$ 平面) に射影された $S_{i,j}$, $L_{i,k}$, $V_{i,m}=(x_{i,m}, y_{i,m}, z_{i,m})$ をそれぞれ $S_{i,j}^*$, $L_{i,k}^*$, $V_{i,m}^*=(x_{i,m}^*, y_{i,m}^*, z_{i,m}^*)$ と表わす (図1). このとき $x_{i,m}^*$, $y_{i,m}^*$ は次の式で与えられる.

$$\begin{pmatrix} x_{i,m}^* \\ y_{i,m}^* \end{pmatrix} = \frac{1}{z_{i,m} - z_0} \begin{pmatrix} x_0 - x_{i,m} \\ y_0 - y_{i,m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{i,m} \\ z_0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

また, 議論の一般性を失わずに, 視点 $E(x_0, y_0, z_0)$ が z 方向の正の無限遠方にある (すなわち $z_0 = \infty$) と仮定できる. このとき透視平面への射影は正射影となり, 視線は z 軸に平行な無限直線で表わされる.

空間内の一点 p から z 軸に平行でかつ正の無限遠にのびる半無限直線を $R_z(p)$ で表わすことにすると, これは点 p を通る視線の一部と一致する. また点 p から任意の方向に発する半無限直線を $R_a(p)$ で表わし, (x, y) 平面内において点 p^* から発する任意の方向の半無限直線を $R_a^*(p^*)$ で表わす. ただし, $R_a(p)$, $R_a(p)$ および $R_a^*(p^*)$ はそれぞれ点 p , p^* を含まないものと考え, その閉包をそれぞれ $\bar{R}_a(p)$, $\bar{R}_a(p)$ および $\bar{R}_a^*(p^*)$ で表わすことにする.

4. データ構造とデータの入力法

本論文で取り扱われる多面体の情報を与えるデータ構造は干渉問題, 隠線消去問題の取り扱いができるだけ容易であるように定めることが重要であるが, 同時にその内容の書き換え, 追加, 削除等も可能であり, また実際の入力の際の手続きが複雑とならないように配慮されていることが望ましい.

ここでは多面体の構造に関する情報として, 各頂点の位置を与え, また稜線と頂点の関係および面と稜線の間を記述するデータを与えることとし, これらのデータ構造を下記のように定める.

イ) 頂点

一つの多面体 P_i が与えられたとき, 頂点に対するデータ構造としては, 各頂点の座標値と後の参照のため, そのおのおのに 1 から $n_i(V)$ までの頂点番号を割り当てたテーブル ($V \cdot$ テーブル) を作成する. 例えば図2に示す4面体に対して $V \cdot$ テーブルは表 1-(a) のようになる.

ロ) 稜線

各稜線に対して 1 から $n_i(L)$ までの稜線番号を割り当て, そのおのおのに稜線の両端点 (頂点) に割り当てられた二つの頂点番号の

Table 1 Data structures of vertices, edge lines and faces

(a) P・テーブル

頂点番号	1	2	3	4
x	4.0	0.0	9.0	12.0
y	9.0	0.0	-1.5	3.0
z	7.0	0.0	5.0	-2.0

(b) L・テーブル

稜線番号	1	2	3	4	6	7
頂点番号	1	1	1	3	2	2
	2	3	4	4	4	3

(c) S・テーブル

面要素番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
稜線番号	1	2	6	4	5	6	2	3	4	1	3	5

(d) N・テーブル

面番号	1	2	3	4
稜線数	3	3	3	3

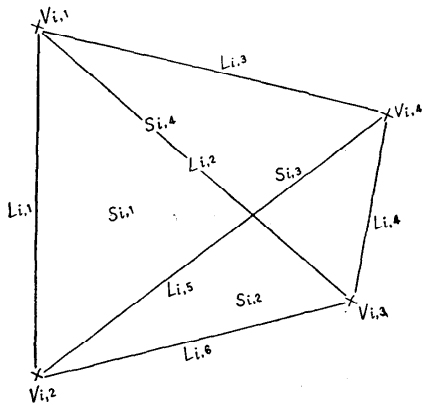


Fig. 2 A polyhedron with 4 faces

組を対応させるテーブル (L・テーブル) を作成する。例えば図2の4面体に対しては表1-(b)のようなテーブルとなる。

ハ) 面

一つの多面体 P_i の情報を貯えるためのア

ータ構造として次のような二つのテーブルを考える。まず多面体の各面に面番号 $j(j=1, 2, \dots, n_i(S))$ を割り当て、そのおのおの面に構成する稜線の数 $n_{i,j}$ を対応させた $N \cdot$ テーブルを作る。つぎに多面体 P_i の面 $S_{i,j}$ ($j=1, 2, \dots, n_i(S)$) を構成する稜線の口) によって割り当てられた稜線番号の組を与える小テーブル (s_j ・テーブル) をつくり、それらを $N \cdot$ テーブルの面番号と一致する順序でつなぎ合わせた $S \cdot$ テーブルを作成する。このとき $S \cdot$ テーブルに記入された稜線番号のおのおの、後の参照のために1から $\sum_{j=1}^{n_i(S)} n_{i,j}$ までの面要素番号を対応させることにする。例えば図2の4面体の面1を表わす s_1 ・テーブルは表2のように作成され、また $N \cdot$ テーブル, $S \cdot$ テーブルはそれぞれ表1-(c), (d)のようになる。

なお二つの多面体 P_1, P_2 の頂点, 稜線のための $V \cdot$ テーブル, $L \cdot$ テーブルは P_1 に対する $V \cdot$ テーブル, $L \cdot$ テーブルの後に, P_2 に対する $V \cdot$ テーブル, $L \cdot$ テーブルをつなぎ合わせたものとする。また面データのための $S \cdot$ テーブル, $N \cdot$ テーブルは P_1, P_2 に対しておのおの別個に作る。

Table 2 Data structure of a face (s_1 ・テーブル)

面要素番号	1	2	3
稜線番号	1	2	6

つぎに多面体を与えるデータの入力法について述べる。頂点, 稜線はそれぞれ頂点番号, 稜線番号との対応が任意に決められるので, 与えるデータとして頂点の座標値, 稜線を構成する頂点の頂点番号を任意の順序で入力することができる。 $N \cdot$ テーブルおよび $S \cdot$ テーブルに対しては, それぞれ稜線の数, s_j ・テーブルが面番号の順序と一致するよう入力する。ただし s_j ・テーブルのためのデータについては面を構成する稜線の稜線番号を任意の順序で与えることができる。

5. 点と多角形, 点と多面体の位置の関係

本節では多面体の干渉問題, 隠線消去問題を論ずる際に使われる平面内の点と多角形, 空間に存在する点と多面体の位置の関係を調べる方法について述べる。

以下の議論を進めるのにあたって、次のような関数 δ を導入する。すなわち、 A, B が集合であるとき、 δ は $A \cap B$ の要素の数 M を表わし、

$$M = \delta(A \cap B) \tag{4}$$

で定義される関数である。特に $A \cap B = \phi$ のとき $M = 0$ である。

(x, y) 平面内に、多面体の構成面の一つの射影である多角形 $S_{i,j}^*$ と $p^* \in \bar{L}_m^*(S_{i,j}^*) (m=1, 2, \dots, n_{i,j})$ なる点 p^* が与えられたとき、式

$$R_a^*(p^*) \cap V_m^*(S_{i,j}^*) = \phi \quad (m=1, 2, \dots, n_{i,j}) \tag{5}$$

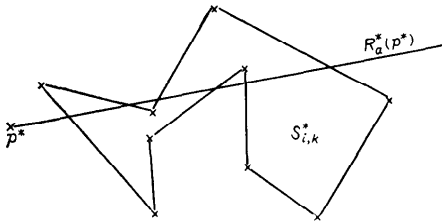
を満足する $R_a^*(p^*)$ を一本選び、 N^* を

$$N^* = \sum_{m=1}^{n_{i,j}} \delta(R_a^*(p^*) \cap L_m^*(S_{i,j}^*)) \tag{6}$$

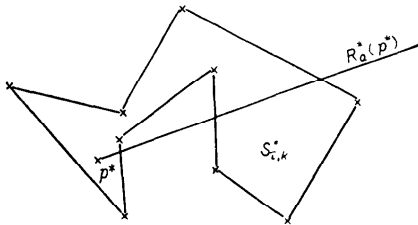
とすれば

$$\begin{aligned} p^* \in S_{i,j}^* & \quad N^*: \text{奇数のとき} \\ p^* \in \bar{S}_{i,j}^* & \quad N^*: \text{偶数のとき} \end{aligned} \tag{7}$$

が成り立つ (図3)。



(a) A point outside of polygon



(b) A point inside of polygon

Fig. 3 A point and a polygon

同様に空間内において、多面体 P_i および $p \in \bar{S}_{i,k}$ ($k=1, 2, \dots, n_i(S)$) なる点 p に対して、式

$$R_a(p) \cap \bar{L}_{l,i} = \phi \quad (l=1, 2, \dots, n_i(L)) \tag{8}$$

を満たす $R_a(p)$ を一本選び

$$N = \sum_{k=1}^{n_i(S)} \delta(R_a(p) \cap S_{i,k}) \tag{9}$$

とすれば

$p \in P_i$ N : 奇数のとき
 $p \in \bar{P}_i$ N : 偶数のとき (10)
 がいえる (図4)。

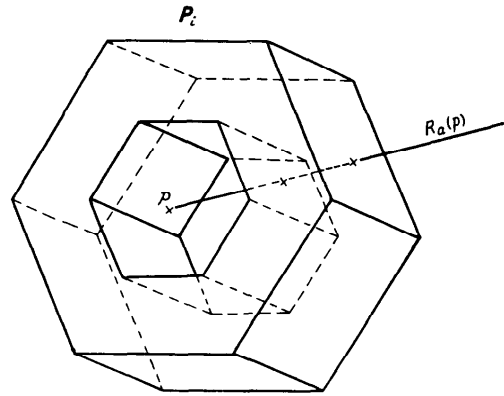


Fig. 4 A point outside of a polyhedron

6. 多面体の干渉について

二つの多面体の空間に占める位置の関係は次の四つの場合に分類される。

- Case 1 $P_1 \cap P_2 = \phi$.
- Case 2 $P_1 \cap P_2 \neq \phi, P_1 \supset P_2$ かつ $P_1 \subset P_2$.
- Case 3 $P_1 \cap P_2 \neq \phi$ かつ
 $P_1 \supset P_2, P_1 \subset P_2$ または
 $P_1 \subset P_2, P_1 \supset P_2$
 が成り立つ.
- Case 4 $P_1 = P_2 (P_1 \supset P_2$ かつ $P_1 \subset P_2)$.

この分類における Case 1 は二つの多面体が干渉していないことを、また Case 2, 3, 4 は干渉していることを意味する。

与えられた二つの多面体 P_1, P_2 の位置の関係が上の分類のどれに属するかは次のようにして識別される。すなわち

- 1) P_1, P_2 が次の2条件イ), ロ) を同時に満たす位置にある場合、これらの関係は Case 1 または Case 3 に分類される。

イ) $\cup_j S_{1,i} \neq S_{2,j}$ なる j が存在するかまたは $\cup_j S_{2,j} \neq S_{1,i}$ なる i が存在する。

ロ) 条件

- a) $S_{1,i} \supset S_{2,j}$ かつ $S_{1,i} \subset S_{2,j}$,
- b) $\sum_{m=1}^{n_{2,j}} \delta(S_{1,i} \cap L_m(S_{2,j})) < \infty$ かつ

$$\sum_{m=1}^{n_{1,i}} \delta(S_{2,j} \cap L_m(S_{1,i})) < \infty$$

を同時に満足するすべての (i, j) の組に対する集合の和を U' で表わすとき

$$U'_{i,j}(S_{1,i} \cap S_{2,j}) = \phi$$

が成り立つ。

上記の2条件の他に、さらに次の条件ハ) を満たす場合には Case 1 に、ニ) を満足する場合には Case 3 に分類される。

ハ) 任意に選んだ一つの $p_1 \in P_1$ および $p_2 \in P_2$ に対して $p_1 \in \bar{P}_2$, $p_2 \in \bar{P}_1$ が同時に成り立つ。

ニ) 任意に選んだ一つの $p_1 \in P_1$ または $p_2 \in P_2$ に対して $p_1 \in P_2$ または $p_2 \in P_1$ が成り立つ。

とくにイ) を満たす i および j が少なくとも一つずつ存在する場合には上記 p_1, p_2 とし、 $p_1 \in \bar{L}_k(S_{1,i}), p_1 \in \bar{S}_{2,j}$ および $p_2 \in \bar{L}_m(S_{2,j}), p_2 \in \bar{S}_{1,i}$ なる点 p_1, p_2 を選ぶことができる。

2) 二つの多面体 P_1, P_2 の空間に占める位置が次の二つの条件を満足するとき、これらは干渉し合っており、Case 2 に分類される。

イ) $U S_{1,i} \neq S_{2,j}$ なる j が存在するかまたは $U S_{2,j} \neq S_{1,i}$ なる i が存在する。

ロ) $U'_{i,j}(S_{1,i} \cap S_{2,j}) \neq \phi$ が成り立つ。

3) どのような i に対しても $S_{1,i} = S_{2,j}$ となる j が存在し、かつどのような j に対しても $S_{1,i} = S_{2,j}$ となる i が存在する場合、 P_1 と P_2 は全く同じ空間を占め、 $P_1 = P_2$ と結論される。すなわち、この場合は Case 4 に分類される。

7. 隠線消去法について

本節では多面体が二つ以上ある場合の隠線消去法を論ずる。ここで述べる方法は先に筆者が提案した多面体のための隠線消去法を二つ以上の多面体が干渉している場合も取り扱い得るように拡張したものである。

一点 p がある線分 L の要素であるとき、 $L \subset \bar{S}_{i,j} \cap S_{i,j}$ となるすべての (i, j) の組についての集合の和を $U''_{i,j}$ で表わすとき

$$U''_{i,j}(R_v(p) \cap \bar{S}_{i,j}) \neq \phi \tag{11}$$

が成り立つならば、点 p は見えないと定義され、また

$$U''_{i,j}(R_v(p) \cap \bar{S}_{i,j}) = \phi \tag{12}$$

なるとき p は見えると定義される。ただし、(11)、(12) のどちらも満たさない点については、後に定義することにして、少しの間未定義のまま議論を進める。

線分 L が見えない(見える)とは、すべての $p \in L$ に対して条件(11)(条件(12))が成り立つことであると定義される。ただし、(11)、(12)のいずれをも満足しない有限個の点が L 上に存在する場合も線分 L は見えない(見える)と定める。また見える線分に属するこれら有限個の点は見えるものと定めよう。

すべての $p \in L(\subset \bar{S}_{m,n})$ に対して条件(11)、(12)のいずれをも満足しない場合は、点 p のどんなに小さな近傍の点 $p' \in S_{m,n}$ をとつても(12)を満足するようにできる $S_{m,n}$ が存在するとき L は見えると定め、そうでないとき L は見えないと定められる。このような線分 L の要素 p は L が見えるとき見えると定め、 L が見えないとき見えないと定める。このように定めることによって(11)、(12)を共に満足しない点が見えるか見えないかについての定義が与えられる。

一つの面 $\bar{S}_{i,j}$ と線分 $\bar{L}_{k,i}(\in S_{i,j})$ が与えられたとき、 $\bar{L}_{k,i}$ のどの部分が面 $\bar{S}_{i,j}$ によって隠されてみえないかは次の五つの場合に分けて調べられる。

1) $L_{k,i} \cap \bar{S}_{i,j} = \phi$ かつ $L_{k,i} \cap L_m^*(S_{i,j}) = \phi$ ($m=1, 2, \dots, n_{i,j}$) のとき。

ある一つの $p \in L_{k,i}$ に対して $p^* \in S_{i,j}^*$ かつ $R_v(p) \cap S_{i,j} \neq \phi$ であれば線分 $\bar{L}_{k,i}$ は面 $S_{i,j}$ により隠されて見えない(図5)。

2) $L_{k,i} \cap \bar{S}_{i,j} = \phi, L_{k,i} \cap (U L_m^*(S_{i,j})) \neq \phi$ で

かつ $M = \sum_{m=1}^{n_{i,j}} \delta(L_{k,i} \cap L_m^*(S_{i,j})) < \infty$ のとき。

線分 $L_{k,i}^*$ を $M+1$ 個の線分 $L_1^*, L_2^*, \dots, L_{M+1}^*$ に分割して考え(図6)、 L_1, L_2, \dots, L_{M+1} のおのおのに対して1)の判定法を適用する。

3) $L_{k,i} \cap \bar{S}_{i,j} = \phi, L_{k,i} \cap (U L_m^*(S_{i,j})) \neq \phi$ で

かつ $M = \sum_{m=1}^{n_{i,j}} \delta(L_{k,i} \cap L_m^*(S_{i,j})) = \infty$ (すなわ

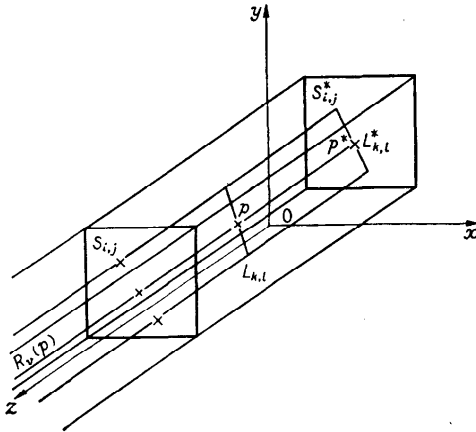


Fig. 5 An edge line hidden by polygon

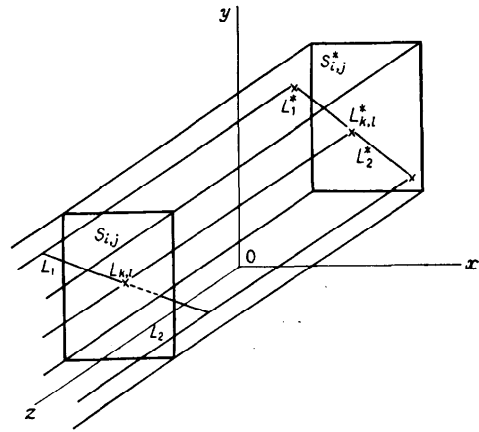


Fig. 7 An edge line intersecting with a polygon

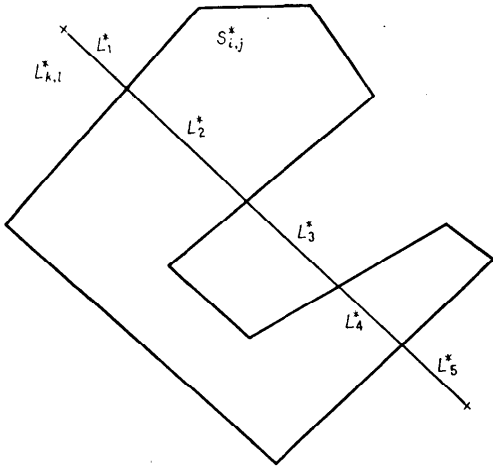


Fig. 6 A projected edge line and a polygon

ち、 $L_{k,i}^*$ と $L_m^*(S_{i,j})$ の一部あるいは全部が一致する) のとき。

イ) $L_{k,i}^* \subset \bigcup_m L_m^*(S_{i,j})$ でかつある一つの $p \in L_{k,i}^*$ に対して $R_v(p) \cap \bigcup_m L_m(S_{i,j}) \neq \phi$ ならば $L_{k,i}$ は見えない。

ロ) $L_{k,i}^* \not\subset \bigcup_m L_m^*(S_{i,j})$ のときは L を $\sum_{m=1}^{n_{i,j}}$ $\delta(L_{k,i}^* \cap L_m(S_{i,j})) < \infty$ となる $L_{k,i}^*$ の部分 $L_{k,i}^{*'}$ と $\sum_{m=1}^{n_{i,j}}$ $\delta(L_{k,i}^{*''} \cap L_m(S_{i,j})) = \infty$ となる $L_{k,i}^*$ の部分 $L_{k,i}^{*''}$ とに分けて考え、 $L_{k,i}'$ については 1) または 2) の判定法を、 $L_{k,i}''$ についてはイ) の判定法を、 $L_{k,i}''$ についてはイ) の判定法を適用する。

4) $\delta(L_{k,i} \cap \bar{S}_{i,j}) = 1$ のとき (図7)。

$L_{k,i}$ を図7に示すように二つの線分 L_1, L_2 に分割して考えると、これらの線分には上述の判定法 1) ~ 3) のいずれかが適用できる。

5) $\delta(L_{k,i} \cap \bar{S}_{i,j}) = \infty$ のとき。

イ) $L_{k,i} \subset S_{i,j} (\cap \bar{S}_{i,j})$ のとき。

$L_{k,i}$ を境界として含むすべての面 $\bar{S}_{m,n} (\cap L_{k,i}, S_{m,n} \cap L_{k,i})$ について、 $p \in L_{k,i}$ の近傍点で $p' \in S_{m,n}$ かつ $p'^* \in S_{i,j}^*$ なる点 p' を選んだとき

$$R_v(p') \cap S_{i,j} \neq \phi$$

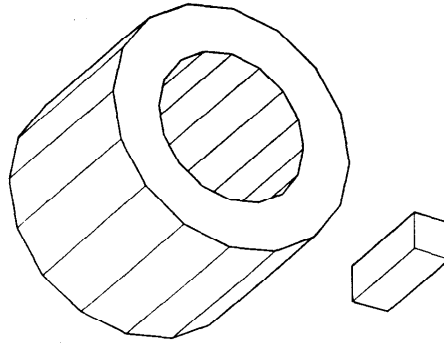
ならば $L_{k,i}$ は $S_{i,j}$ に隠されてみえない。

ロ) $L_{k,i} \not\subset S_{i,j}$ すなわち $L_{k,i}$ の一部が $\bar{S}_{i,j}$ に含まれるとき。

線分 $L_{k,i}$ を $L_1 \subset \bar{S}_{i,j}, L_2 \subset \bar{S}_{i,j}$ なる二つの線分 L_1, L_2 に分割して考え、 L_1 についてはイ) の判定法を、 L_2 については上の 1) ~ 4) 判定法を適用する。

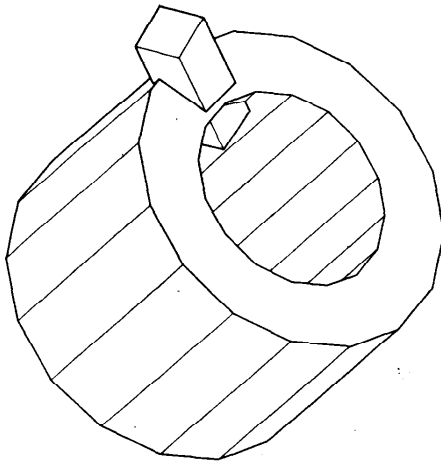
線分 $L_{k,i}$ の $S_{i,j}$ によって隠されて見えない部分を $I_{i,j}(L_{k,i})$ で表わすと、 $L_{k,i}$ の見えない部分は $I(L_{k,i}) = \bigcup_{i,j} I_{i,j}(L_{k,i})$ (13) で与えられる。

なお上の議論は面 $S_{i,j}$ と $S_{m,n}$ の交線についても成り立つが、とくにこの場合には調べるべき対象となる面から $S_{i,j}$ および $S_{m,n}$ を除いて考えることができる。



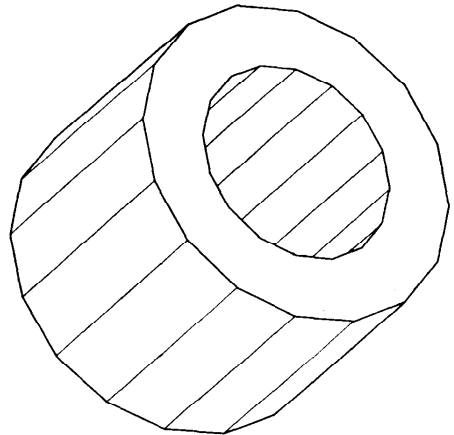
CASE 1

Fig. 8-a) The case where the two polyhedra don't interfere



CASE 2 [INTERFERENCE]

Fig. 8-b) The case where the two polyhedra interfere



CASE 3 [INTERFERENCE]

Fig. 8-c) The case where a polyhedron with 6 faces is included in a polyhedron with 34 faces

Fig. 8 A polyhedron with 34 faces and a polyhedron with 6 faces

8. 作図例

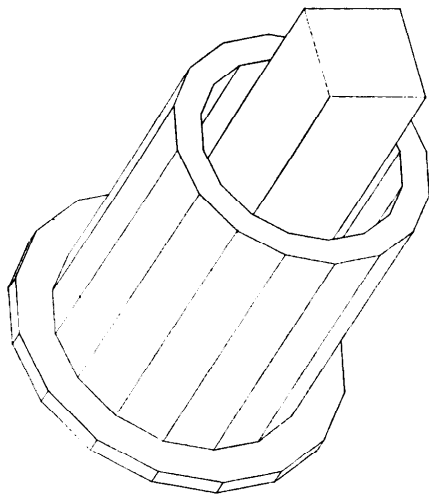
本節では二つの多面体が干渉しているかどうかを、電子計算機を用いて識別し、同時に隠線を消去した作図例について述べる。この問題のために作られたプログラムは隠線消去のためのプログラムも入れて、FORTRANのカードで約1,000枚である。なお、電子計

算機の使用に際しては東京大学大型計算機センターのHITAC 5020 Eを、作図の際は同センターのCalcomp Plotterを利用した。

図8-a), b), c)にはある固定した34面体に対して6面体の位置を変化させたときの関係が示されている。とくに図8-a)はそれらが干渉していない場合(Case 1), 図8-b)はそれらの一部が互に他に含まれ

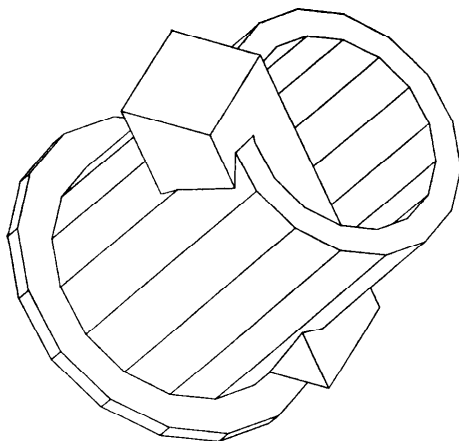
ている場合 (Case 2), 図 8-c) は 6 面体が 34 面体に完全に含まれている場合 (Case 3) の例である。

また図 9-a), b) には 51 面体と 6 面体とが干渉していない場合 (図 9-a)) と干渉している場合 (図 9-b)) の例が示されている。なおこの例を計算するのに要した時間は隠線消去時間も含めて約 15 秒である。



CASE 1

Fig. 9-a) The case where the two polyhedra don't interfere



CASE 2 (INTERFERENCE)

Fig. 9-b) The case where the two polyhedra interfere

Fig. 9 A polyhedron with 51 faces and a polyhedron with 6 faces

9. むすび

本論文において、二つの多面体が干渉しているかどうかを識別するための方法と、相貫体の隠線消去のアルゴリズムを与えた。また実際に電子計算機を用いてそれらが干渉しているかどうかを識別し、合わせてプロッターを利用して得られた作図例について報告した。

本報告において得られた結果の主な特徴は次のごとくである。

- 1) 多面体の干渉問題に対して与えたこの方法は厳密なもので、しかも凹凸に関係なくすべての多面体に適用出来るものである。
- 2) 本論文で多面体の干渉問題および相貫体の隠線消去問題に対して与えた方法によれば、多面体を記憶するためのデータ構造は現在多く用いられている方法に比べて簡単になる。したがって、入力の際の手続きや、データの追加、削除等が容易であり、また計算機内でのデータの加工 (切断, 結合) も比較的容易に行なえると思われる。

なお、多面体の干渉問題を解決するために用いている性質は閉曲面についても成り立つので、例えば 2 次曲面等に限定すれば、曲面の取り扱いも不可能ではないものと考えられる。

謝辞

本研究の遂行にあたり、終始有益な御教示を戴いた東京大学、渡辺茂教授、同三浦宏文助教授ならびに山梨大学、前沢成一郎教授、貴重な御示唆下さった山梨大学、内藤忠男教授、栗原光信助教授に深甚の謝意を表す。また有益な御討論を戴いた東京大学、渡辺研究室の皆様へ感謝の意を表す。

なお本研究は昭和 46 年度文部省情報処理関係内地研究員として、東京大学、渡辺研究室に出張中に行なったものであることを付記する。

参考文献

- 1) 穂坂 衛: 自由形状曲面の理論と設計, 情報処理, Vol. 8, No. 2, pp. 65~72 (1967).
- 2) 渡辺 茂: 既知関数を用いなくて曲面を平滑にすること, MCB 研究会資料 6335, pp. 1~8 (1965).
- 3) 穂坂 衛: 曲線, 曲面の合成および平滑化理

- 論, 情報処理, Vol. 10, No. 3, pp. 121~131 (1969).
- 4) R. A. Weiss: BE VISION, J. ACM., Vol. 13, No. 2, pp. 194~204 (1966).
 - 5) J. E. Warnock: The Hidden Line Problem and the Use of Halftone Displays, Pertinent Concepts in Computer Graphics, University of Illinois Press, pp. 154~163 (1969).
 - 6) 穂坂 衛, 高橋 栄: 3次元形状処理方式と Hidden-Line Algorithm, 第10回情報処理学会大会講演予稿集, pp. 77~78 (1969).
 - 7) P. P. Loutrel: A Solution to the Hidden-Line Problem for Computer-Drawn Polyhedra, Trans. IEEE., Vol. C-19, No. 3, pp. 205~213 (1970).
 - 8) 上内秀隆: 3次元 Hidden-Line Problem について, 情報処理, Vol. 11, No. 3, pp. 144~154 (1970).
 - 9) 出沢正徳: 三面図から立体形成のためのグラフィックディスプレイ, グラフィック・ディスプレイ報告集, 情報処理学会, pp. 66~84 (1970).
 - 10) P. G. Comba: A Procedure for Detecting Intersections of Three-Dimensional Objects, J. ACM., Vol. 13, No. 3, pp. 354~366 (1968).
 - 11) S. Furukawa: A Solution to the Hidden-Line Problem, Reports of the Faculty of Engineering, Yamanashi University, Vol. 22, pp. 1~5 (1971).

(昭和47年6月8日受付)