Vol.2012-CG-146 No.34
2012/2/8

平面曲線形状洗練化のための導関数ベクトルの非均一相似性制約を用いた鏡映対称変換

佐藤　信[†1]　三輪譲二[†1]

平面上の Bezier 曲線を形状洗練化するために，曲線の制約点での 2 つの導関数ベクトルを，制約点ごとに非均一な倍率と回転で相似変換した形状との差を最適化することにより，可能な場合には鏡映形状の曲線を作成するための手法を提案する．この手法と既提案の非均一相似性制約を用いる手法を組み合わせることにより，基準形状を類似形状，直線形状または鏡映形状に洗練化が可能である．この手法は，直感的操作による対話的な曲線形状洗練化に適用できる．

A Reflective Symmetry Transform Using Non-uniform Similarity of Derivative Vectors for Planar Curve Shape Refinement

Makoto Satoh[†1] and Jouji Miwa[†1]

This paper presents a method to generate a refined curve with reflective symmetry, if possible, for planar Bezier curve refinement, which optimize the difference between the curve transformed using similarity constraint with non-uniform scaling and rotation at each constraining point on the initial curve, and the refined curve. By combining the newly proposed method with the previously proposed method using non-uniform similarity, a initial curve can be refined into the similar curve, the straight line, or the curve with reflective symmetry. The method is suitable for interactive curve refinement by intuitive manipulation.

†1 岩手大学
Iwate University

1. はじめに

本稿では，平面上の Bezier 曲線を形状洗練化[5] するために，非均一相似制約[8] を用いて，可能な場合には鏡映対称形状の曲線を作成するための手法を提案する．非均一相似制約とは，曲線の位置変位などの形状変形のための制約条件を満たしながら，基準曲線の制約点での 2 つの導関数ベクトルの始点を一致させてできるベクトル形状について，その形状を相似変換した形状と実際の変換形状との差を最小化するための制約である．制約点ごとの相似変換の倍率と回転は，最適化計算により決定されるので，非均一である．非均一相似制約を用いると，形状の類似性を維持しながら形状洗練化が可能である．既提案の非均一相似制約において，2 階導関数と 3 階導関数で構成する形状類似性変数[8] を用いる場合には，基準形状を類似形状または直線形状に形状洗練化することが可能である．今回の提案手法は，基準形状を鏡映対称形状に洗練化するためのものであり，この既提案の手法と組み合わせることにより，基準形状を類似形状，直線形状または鏡映対称形状に洗練化することが可能である．

提案手法は，Bezier 曲線などのパラメトリック曲線をコンピュータで取り扱う場合に，幅広い分野において用いることが可能である．特に，曲線を変形前の形状的特徴を維持したままで変形可能であることから，直感的な操作による曲線形状洗練化のための対話的インタフェース，または，アルゴリズムによる自動的な形状操作に用いることが可能である．適用例としては，音響イコライザの特性曲線の操作，モーションパスなどの各種機器のパス形状の操作，画像からの物体の輪郭線抽出，曲線として表現されたデータを格納したデータベースからのデータ検索のための検索キーの作成，または，クリップアート，挿絵，説明図またはスケッチなどのグラフィックス・コンテンツの作成での使用を挙げることができる．

2. 鏡映対称形状を作成可能な非均一相似性制約を用いた曲線洗練化法

2.1 提案アルゴリズムと関連アルゴリズムとの比較

既に作成してある曲線形状を洗練化するための手法に関する研究としては，曲線形状を変更するための制約条件を与えて形状を洗練化する Bartels 等[1),2)] の研究がある．その研究では，曲線上の点の移動量または導関数値を制約条件として，曲線制御点の変化量を最適化することにより曲線形状を洗練化する．そして，曲線上の各制約点について非均一相似変換を用いて，形状類似性を維持しながら曲線形状を洗練化するように Bartels 等の手法を拡張した佐藤等[6)–8)] の手法がある．本稿では，佐藤等[8)] の手法を改良して，可能な場合には鏡映対称形状の曲線を作成可能にする手法を提案する．

形状洗練化での最適化計算に用いる制約点を，張力と曲げを用いた曲線形状洗練化でのハンドルとして用いる研究としては，Welch 等[9] の手法がある．本稿の提案手法では，曲線制御点以外の張力などのデータを必要とせずに，曲線制御点のみを用いて形状類似性を維持するための制約条件を作成することにより，変形前の形状的特徴を維持しながら，変形のための制約条件として曲線通過点のみを用いて曲線形状を変形可能であるという特色を持つ．

変更後の曲線形状を与えて形状を洗練化する研究としては Baudel 等[3] と Fleisch 等[4] の手法がある．これらの手法では，変更する部分の変更後の形状をストロークにより与えて，その与えた形状の両端と曲線の変更しない部分をアルゴリズムにより接続する．この手法では，変更する形状を自由に与えることが可能である．一方では，曲線の一部分をある条件に基づいて変更し，その周辺の形状の変更が最小限ならば良い場合でも，変更する部分について全体の形状を与えなければならない．本稿の提案手法では，変形前の形状的特徴を維持しながら，形状変形のための制約条件に基づいて曲線形状を変形可能であるので，アルゴリズムへの入力として変更のための制約条件のみを与えればよいという特色を持つ．

2.2 曲線洗練化アルゴリズムの概要

2.5 節で改良を提案する佐藤等[8] のアルゴリズムについて，その概要を示す．

Step 1 曲線の表現形式を，Bezier 制御点による表現から，形状類似性変数による表現に変換する．

Step 2 形状類似性変数を変数として，形状変形のための線形制約条件を作成する．この制約条件のもとで，形状類似性変数の値を最小化する．

Step 3 最小化した形状類似性変数の値から，Bezier 制御点による曲線の表現形式に逆変換する．

これらの段階のうちで，形状類似性変数の作成手法についての改良を提案するので，以下で，**Step1** について詳しく説明する．

2.3 2 階導関数と 3 階導関数ベクトルで構成する形状類似性変数に基づく Bezier 曲線の表現形式変換

ここで，説明のために，n 次の Bezier 曲線の i 番目のセグメントの k 階導関数 $\boldsymbol{Q}_i^{(k)}(u)(k \geq 0)$ を，以下のとおりに表現する．

$$\sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(k)}(u) = \boldsymbol{Q}_i^{(k)}(u) \tag{1}$$

ここで，u は曲線パラメータである．また，$\boldsymbol{V}_{i,j}$ と $B_{i,j}^{(k)}(u)$ は，それぞれ Bezier 制御点と基底関数である．これにより，(1) 式から，曲線通過点 $\boldsymbol{P}_i(u)$ は，以下のとおりである．

$$\sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(0)}(u) = \boldsymbol{P}_i(u) \tag{2}$$

同様に (1) 式から，1 階導関数ベクトル $\boldsymbol{Q}_i^{(1)}(u)$ を用いて，曲線の接線の傾きに関する制約 $\boldsymbol{T}_i(u)$ を以下のとおり表現する．

$$\sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{Q}_i^{(1)}(u) \times \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(1)}(u) = \boldsymbol{T}_i(u) \tag{3}$$

また，(1) 式を基にして 2 階導関数と 3 階導関数を用いた形状類似性変数 $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u) = (D_{(23)_i}(u), C_{(23)_i}(u))$ を，以下のとおりに表現する．ここで，$\boldsymbol{Q}_i^{(2)}(u)$ および $\boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u)$ は変形前の曲線の導関数ベクトルである．例えば，$\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u) = (0,0)$ の場合には，その曲線の 1 階導関数ベクトルの始点を一致させた場合にそのベクトルの終点の軌跡により作成される曲線 $\boldsymbol{H}$ について，その位置での曲率変化は，曲線 $\boldsymbol{H}$ を相似変換した曲率変化である．

$$\frac{\sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{Q}_i^{(2)}(u) \cdot \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(2)}(u)}{\left\| \boldsymbol{Q}_i^{(2)}(u) \right\|^2} - \frac{\sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u) \cdot \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(3)}(u)}{\left\| \boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u) \right\|^2} = D_{(23)_i}(u) \tag{4}$$

$$\frac{\sum_{j=0}^{n} \mathrm{sign}(\boldsymbol{Q}_i^{(2)}(u) \times \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(2)}(u)) \left\| \boldsymbol{Q}_i^{(2)}(u) \times \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(2)}(u) \right\|}{\left\| \boldsymbol{Q}_i^{(2)}(u) \right\|^2} -$$

$$\frac{\sum_{j=0}^{n} \mathrm{sign}(\boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u) \times \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(3)}(u)) \left\| \boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u) \times \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(3)}(u) \right\|}{\left\| \boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u) \right\|^2} = C_{(23)_i}(u) \tag{5}$$

曲線の表現に用いるために，通過制御点 $\boldsymbol{P}_i(u)$, 曲線の接線の傾きに関する制約 $\boldsymbol{T}_i(u)$ および形状類似性制御点での $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ に関して，それぞれ (2) 式, (3) 式および (4, 5) 式を，表現する曲線の自由度に合わせて，一意に形状を決定可能な個数を用意し，それを以下のとおりに行列表現する．

$$\boldsymbol{U}_{(23)} = \boldsymbol{M}_{(23)} \boldsymbol{V} \tag{6}$$

ここで，$\boldsymbol{V}$ は $\boldsymbol{V}_{i,j}$ を要素とするベクトル，$\boldsymbol{M}_{(23)}$ は $B_{i,j}^{(k)}(u)$ または (2,3, 4,5) 式で $B_{i,j}^{(k)}(u)$ に定数を演算した値を要素とする行列，そして $\boldsymbol{U}_{(23)}$ は $\boldsymbol{P}_i(u)$,$\boldsymbol{T}_i(u)$ および $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ を要

素とするベクトルである．この (6) 式から，以下の曲線表現形式変換行列 $\boldsymbol{M}_{(23)}^{-1}$ を求める．

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{M}_{(23)}^{-1}\boldsymbol{U}_{(23)} \tag{7}$$

2.4 曲線が複数セグメントにより構成される場合

曲線が複数セグメントにより構成される場合には，C^1 接続，C^2 接続または接続形状の類似性を維持した接続[7] などの接続条件にあわせて，接続に関する条件を追加して用いる．C^1 接続または C^2 接続の場合には，以下の式を接続条件にあわせて用いる．なお，1 セグメントの曲線パラメータ u の条件は $0 \leq u \leq 1$ としている．

$$\sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(1)}(1) - \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{V}_{i+1,j} B_{i+1,j}^{(1)}(0) = 0 \tag{8}$$

$$\sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{V}_{i,j} B_{i,j}^{(2)}(1) - \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{V}_{i+1,j} B_{i+1,j}^{(2)}(0) = 0 \tag{9}$$

これに伴い，2.3 節で述べた曲線表現形式変換行列 $\boldsymbol{M}_{(23)}^{-1}$ を求めるための連立方程式に，曲線接続条件にあわせて，(8) 式または (9) 式を含める必要がある．

2.5 非均一相似性制約を用いた鏡映対称変換

基準曲線の鏡映対称形状を制約するための形状類似性変数 $\boldsymbol{R}_{(23)_i}(u) = (D_{(23)_i}(u), C_{(23)_i}(u))$ は，2.3 節で説明した 2 階導関数と 3 階導関数を用いた形状類似性変数 $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u) = (D_{(23)_i}(u), C_{(23)_i}(u))$ において，$\boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u)$ の換わりに，$\boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u)$ を $\boldsymbol{Q}_i^{(2)}(u)$ を軸として鏡映対称変換したベクトルを用いる．非均一相似性制約を用いた曲線形状洗練化において，曲線表現形式を変換する場合に，各制約点での形状類似性変数として $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ または $\boldsymbol{R}_{(23)_i}(u)$ のどちらを用いるのかを選択するためのアルゴリズムを，以下に示す．

Step 1 各制約点での形状類似性変数として，$\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ を用いて，曲線表現形式を変換する．

Step 2 **Step 1** で作成した表現形式変換行列を用いて，曲線形状を洗練化する．

Step 3 基準曲線および **Step 2** で作成した曲線のぞれぞれについて，形状類似性変数を用いている各制約点での $\boldsymbol{Q}_i^{(1)}(u)$ と $\boldsymbol{Q}_i^{(2)}(u)$ の外積の符号，および，$\boldsymbol{Q}_i^{(1)}(u)$ と $\boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u)$ の外積の符号を求める．基準曲線と **Step 2** で作成した曲線の対応する制約点で，求めた外積それぞれについて，同じ種類の外積の符号が反転していない制約点については $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ を用いて，そして，それらの符号のいづれかが反転している制約点については $\boldsymbol{R}_{(23)_i}(u)$ を用いて，曲線表現形式を変換する．なお，形状類似性変数を用いている各制約点の全てについて，求めた外積の符号が反転していない場合には，アルゴリズムを終了し，**Step 2** での曲線形状を洗練化形状とする．

Step 4 **Step 3** で作成した表現形式変換行列を用いて，曲線形状を洗練化する．

2.6 曲線接続形状の類似性を維持した鏡映対称変換

曲線が複数セグメントにより構成される場合については，2.4 節で説明した曲線セグメントの接続条件を用いることが可能である．これらの接続条件に加えて，曲線の接続形状を，その鏡映対称形状との形状類似性を維持して形状洗練化をするために，形状類似性変数 $\boldsymbol{R}_{(11)_i}(u) = (D_{(11)_i}(u), C_{(11)_i}(u))$ を用いた接続条件を用いることが可能である．この形状類似性変数 $\boldsymbol{R}_{(11)_i}(u)$ は，接続形状の類似性[7] を維持するための形状類似性変数 $\boldsymbol{S}_{(11)_i}(u) = (D_{(11)_i}(u), C_{(11)_i}(u))$ を，拡張したものである．その概要を説明すると，形状類似性変数 $\boldsymbol{S}_{(11)_i}(u)$ は，2.3 節で説明した形状類似性変数 $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ において，2 階導関数と 3 階導関数の換わりに，2 つ曲線セグメントの接続部分での 1 階導関数を用いた形状類似性変数である．ここで説明のために，曲線セグメント i_1 と曲線セグメント i_2 が接続していて，$\boldsymbol{Q}_{i_1}^{(1)}(u)$ および $\boldsymbol{Q}_{i_2}^{(1)}(u)$ は，それぞれ，接続点での曲線セグメント i_1 の 1 階導関数および曲線セグメント i_2 の 1 階導関数であるとする．この場合には，形状類似性変数 $\boldsymbol{S}_{(11)_i}(u)$ において，$\boldsymbol{Q}_{i_2}^{(1)}(u)$ の換わりに，$\boldsymbol{Q}_{i_2}^{(1)}(u)$ を $\boldsymbol{Q}_{i_1}^{(1)}(u)$ を軸として鏡映対称変換したベクトルを用いて，形状類似性変数 $\boldsymbol{R}_{(11)_i}(u)$ を構成することが可能である．

3. 実装と結果の検討

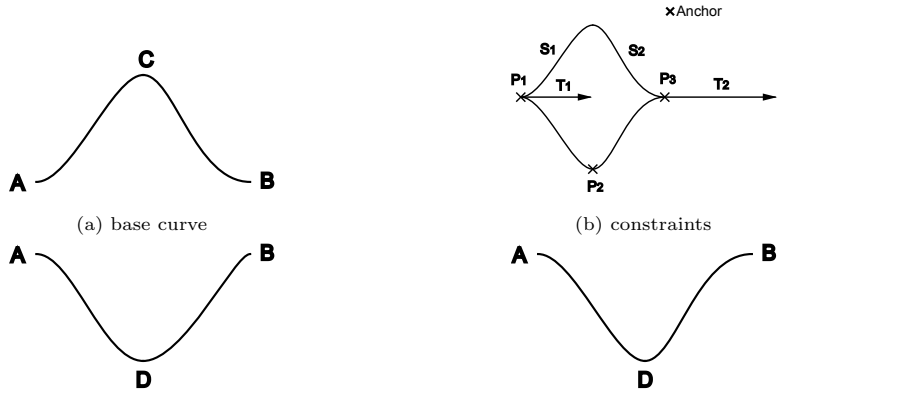
3.1 実　　装

提案アルゴリズムを，Java 言語を使用して実装した．形状の洗練化を確認するための曲線には，Bezier 曲線を使用した．その Bezier 曲線のグラフィックスデータとしての表現形式には，SVG を使用した．SVG を取り扱い可能なドローイング・ツールを使用して，洗練化前後の曲線の変形形状を確認した．なお，以降の説明での図中の曲線およびベクトルは，提案方式を実装したプログラムで最適化計算により作成したものを SVG 形式でファイル出力して，それを EPS 形式に変換したものである．

3.2 非均一相似性制約を用いた鏡映対称形状への Bezier 曲線洗練化の例

非均一相似性制約を用いて，Bezier 曲線を鏡映対称形状へ洗練化する例を，図 1 に示す．曲線 ACB の形状を基にして，それと鏡映対称形状の曲線 ADC に形状洗練化している．図 1(a) は，基準曲線である．この基準曲線を形状洗練化するための，曲線表現形式変換およ

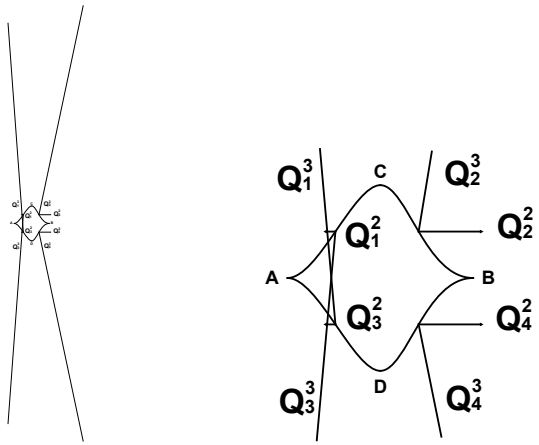
Vol.2012-CG-146 No.34
2012/2/8



(a) base curve (b) constraints

(c) the curve refined with $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$(**Step2**) (d) the curve refined with $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ or $\boldsymbol{R}_{(23)_i}(u)$(**Step4**)

図 1 非均一相似性制約を用いた鏡映対称形状への曲線洗練化の例
Fig. 1 An Example of curve refinement with reflective symmetry using non-uniform similarity constraints.



(a) 2nd. derivatives and 3rd. derivatives (b) magnification of (a)

図 2 非均一相似性制約を用いた鏡映対称形状への曲線洗練化の例での形状類似変数にもちいた導関数ベクトル
Fig. 2 Derivative vectors for similarity in the example of curve refinement with reflective symmetry using non-uniform similarity constraints.

び最適化計算で用いる，通過制御点 (×印)$\boldsymbol{P}_1$,$\boldsymbol{P}_2$ および $\boldsymbol{P}_3$, 曲線の接線の傾きに関する制約ベクトル $\boldsymbol{T}_1$ および $\boldsymbol{T}_2$，および，形状類似性制御点 $\boldsymbol{S}_1$ および $\boldsymbol{S}_2$ を図 1(b) に示す．図 1(c) の曲線 ADB は，2.5 節のアルゴリズムの **Step2** で作成される曲線である．この場合には，形状類似性変数として $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ を用いている．図 1(d) の曲線 ADB は，2.5 節のアルゴリズムの **Step4** で作成される曲線である．この場合には，形状類似性制御点 $\boldsymbol{S}_1$ および $\boldsymbol{S}_2$ において，2.5 節のアルゴリズムの **Step3** での $\boldsymbol{Q}_i^{(1)}(u)$ と $\boldsymbol{Q}_i^{(2)}(u)$ の外積の符号，および，$\boldsymbol{Q}_i^{(1)}(u)$ と $\boldsymbol{Q}_i^{(3)}(u)$ の外積の符号のどちらも反転しているので，形状類似性変数として $\boldsymbol{R}_{(23)_i}(u)$ を用いている．表 1 に，図 1 の曲線形状洗練化での曲線表現形式変換と最適化計算で用いた変数を示す．最適化計算では表現形式を変換した制約方程式を用いる．

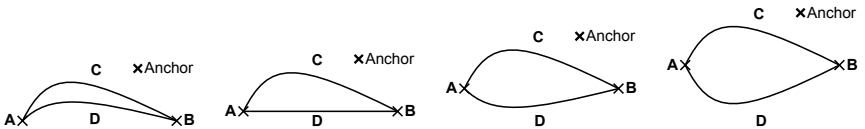
表 1 図 1 における非均一相似性制約を用いた鏡映対称形状への曲線洗練化の例で用いた方程式の変数
Table 1 The variables of equations used in the example of curve refinement in Fig.1.

stages	the variables of equations
rerepresentation	$\boldsymbol{V}_{i,j}$ Eq.(2, 4, 5, 8,9)
optimization	$\boldsymbol{P}_1$,$\boldsymbol{P}_2$ and $\boldsymbol{P}_3$ (given), $\boldsymbol{S}_1$ and $\boldsymbol{S}_2$, or reflective transformed $\boldsymbol{S}_1$ or $\boldsymbol{S}_2$ (optimize), variables for continuity (given as 0).

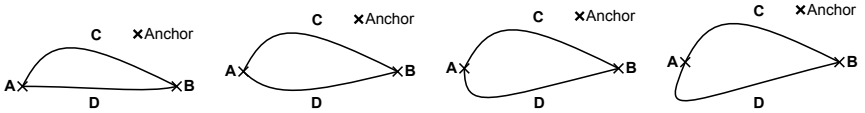
それらの変数のうちで $\boldsymbol{P}_1$,$\boldsymbol{P}_2$,$\boldsymbol{P}_3$ および C^2 接続のため変数は定数値に制約するので，最適化する変数は，$\boldsymbol{S}_1$ および $\boldsymbol{S}_2$ での形状類似変数のみである．図 2(a) に，図 1(b) での $\boldsymbol{S}_1$ および $\boldsymbol{S}_2$ について 2 階導関数ベクトルおよび 3 階導関数ベクトルを示す．図 2(b) は，図 2(a) の一部分を拡大表示したものである．これらのベクトルを基にして，非均一相似変換のための形状類似変数を作成している．これらの洗練化前後の形状を比較すると，形状類似性変数 $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ の換わりに，形状類似性変数 $\boldsymbol{R}_{(23)_i}(u)$ を用いることにより，鏡映対称に形状を洗練化可能なことが分かる．

3.3 1 セグメントで構成される Bezier 曲線洗練化の例

Bezier 曲線が 1 セグメントで構成される場合について，曲線洗練化の例を図 3 に示す．曲線 ACB の形状を基にして，曲線 ADC に形状洗練化している．ここで，×印は，曲線が通過する座標を制約する点である．図 3(a,b,c,d) は，それぞれ類似形状，直線形状，鏡映対称形状の類似形状，および，鏡映対称形状に形状洗練化している．図 3(e,f,g,h) は，接線の傾きの制約値を変化させる例である．曲線端点 **B** での接線の傾きを一定にして，曲線端点 **A** での接線の傾きを変化させている．図 3(e,f,g,h) での曲線端点 **A** での接線の傾きは，それ



(a) the similar curve (b) the straignt line (c) the similar curve with reflective symmetry (d) the curve with reflective symmetry



(e) tangential angle $= 0\pi$ (f) tangential angle $= -0.25\pi$ (g) tangential angle $= -0.5\pi$ (h) tangential angle $= -0.625\pi$

図 3 1 セグメントで構成される Bezier 曲線洗練化の例
Fig. 3 Examples of curve refinement for 1 segment.

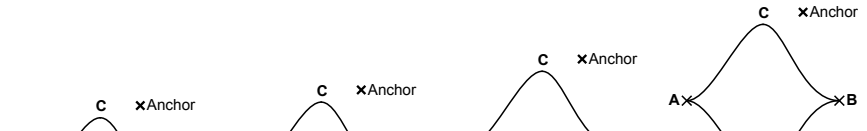
ぞれ $0, -0.25\pi$ -0.5π および -0.625π である．また，形状洗練化で用いた方程式を，表 2 に示す．これらの洗練化前後の形状を比較すると，曲線通過点そして接線の傾きを制約条件として，曲線形状の類似性を維持したままで形状を洗練化可能なことが分かる．

3.4 Bezier 曲線洗練化での接続条件の例

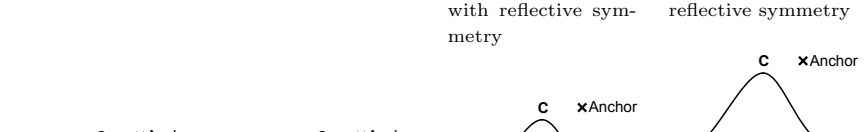
曲線セグメントの接続がある場合について，形状洗練化の例を，図 4 に示す．Bezier 曲線 2 セグメントで表現した曲線 ACB の形状を基にして，それと形状が類似な曲線 ADB に形状洗練化している．ここで，×印は，曲線が通過する座標を制約する点である．図 4(a,b,c,d) は，それぞれ類似形状，直線形状，鏡映対称形状の類似形状，および，鏡映対称形状に形状洗練化している．図 4(e,f,g,h) は，曲線端点を移動する例である．また，形状洗練化で用いた方程式を，表 3 に示す．これらの洗練化前後の形状を比較すると，曲線セグメントの接続がある場合にも 1 セグメントの場合と同様に，曲線形状の類似性を維持したままで，制約条件にあわせて形状を洗練化可能なことが分かる．

表 2 図 3 における 1 セグメントで構成される Bezier 曲線洗練化の例で用いた方程式
Table 2 The equations used in the examples of curve refinement for 1 segment in Fig.3.

stages	equations
rerepresentation	positional constraints $((i,u)=(0,0),(0,1))$ Eq.(2), a similarity constraint with 2nd. and 3rd. derivative or reflective transformed $((i,u)=(0,0.5))$ Eq.(4,5), tangential angle constraints $((i,u)=(0,0),(0,1))$ Eq.(3).
optimization	positional constraints $((i,u)=(0,0),(0,1))$ Eq.(2,7), tangential angle constraints $((i,u)=(0,0),(0,1))$ Eq.(3,7).



(a) the similar curve (b) the straignt line (c) the similar curve with reflective symmetry (d) the curve with reflective symmetry



(d) the similar curve (end point moved) (e) the straignt line (end point moved) (f) the similar curve with reflective symmetry (end point moved) (g) the curve with reflective symmetry (end point moved)

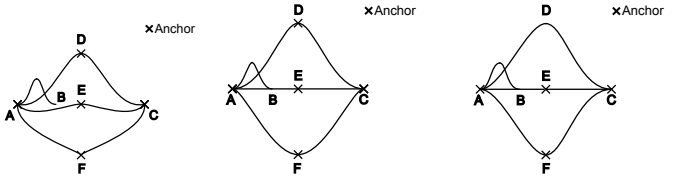
図 4 Bezier 曲線洗練化での接続条件の例 (C^2 接続)
Fig. 4 Examples of curve refinement for 2 segments(C^2 continuity).

3.5 形状類似性基準の比較

形状類似性基準による洗練化形状の相違の例を，図 5 に示す．Bezier 曲線 2 セグメントで表現した曲線 AB の形状を基にして，それと類似形状の曲線 ADC, 曲線 AEC または曲線 AFC に形状洗練化している．図 5(a,b,c) は，それぞれ形状類似性変数に 1 階導関数ベクトルと 2 階導関数ベクトルを用いた場合，2 階導関数ベクトルと 3 階導関数ベクトルを用いた場合，および，2 階導関数ベクトルと 3 階導関数ベクトル，または，2 階導関数ベクトルと鏡映対称変換した 3 階導関数ベクトルを用いた場合である．ここで，×印は，曲線が

表 3 図 4 における Bezier 曲線洗練化での接続条件の例で用いた方程式
Table 3 The equations used in the examples of continuity in curve refinement in Fig.4.

stages	equations
rerepresentation	positional constraints $((i,u)=(0,0),(0,1),(1,1))$ Eq.(2), similarity constraints with 2nd and 3rd derivative or reflective symmetry transformed $((i,u)=(0,0.5),(1,0.5))$ Eq.(4,5) continuity constraints $((i,u)=(0,1),(1,0))$ Eq.(8,9).
optimization	positional constraints $((i,u)=(0,0),(0,1),(1,1))$ Eq.(2,7), continuity constraints $((i,u)=(0,1),(1,0))$ Eq.(8,9,7). tangential angle constraints $((i,u)=(0,0),(1,1))$ Eq.(3,7).



(a) $\boldsymbol{S}_{(12)_i}(u)$ (b) $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ (c) $\boldsymbol{S}_{(23)_i}(u)$ or $\boldsymbol{R}_{(23)_i}(u)$

図 5 形状類似性基準の比較
Fig. 5 comparison of shape similarity criteria.

通過する座標を制約する点である．これらの洗練化前後の形状を比較すると，図 5(a) では，制約点での相似形状の曲率を維持しているのに対して，図 5(b,c) では，1 階導関数ベクトルを制約していないことにより，曲線の両端を結ぶ直線形状に洗練化可能であることが分かる．さらに，図 5(c) では，鏡映対称形状に洗練化可能なことが分かる．

4. おわりに

平面上の Bezier 曲線を形状洗練化するために，導関数ベクトルの非均一相似性制約を用いた曲線形状洗練化手法を拡張することにより，曲線形状の類似性を維持したままで可能な場合には鏡映対称形状の曲線を作成するための手法を提案した．

提案手法の特徴は，鏡映対称形状を制約する制約点での，2 階導関数，および，3 階導関数を 2 階導関数を軸として鏡映対称変換したベクトルを用いて作成した制約条件を満たすように，制約ベクトルを制約点ごとに非均一な倍率と回転で相似変換した形状と，洗練化形状との差を最適化により調整することにより，Bezier 曲線を形状洗練化することである．また，基準曲線の類似形状を制約するのか，または，鏡映対称形状を制約するのかについて，自動選択するためのアルゴリズムを示した．これにより，基準形状から徐々に類似形状，直線形状または鏡映対称形状に洗練化することが可能となった．

提案手法は，Bezier 曲線などのパラメトリック曲線をコンピュータで取り扱う場合に，幅広い分野において用いることが可能である．特に，曲線を変形前の形状的特徴を維持したままで変形可能であることから，直感的な操作による曲線形状洗練化のための対話的インタフェース，または，アルゴリズムによる自動的な形状操作に用いることが可能である．今後の課題には，相似性からの差を制御することにより，多様な変形形状を得るための研究を挙げることができる．

参 考 文 献

1) Bartels, R. and Forsey, D.: Constraint Based Curve Manipulation, *Tutorial Notes: Splines in Computer Graphics prepared for Eurographics '94*, pp.31–36 (1994).
2) Bartels, R.H. and Beatty, J.C.: A Technique for the Direct Manipulation of Spline Curves, *Graphics Interface 89*, pp.33–39 (1989).
3) Baudel, T.: A mark-based interaction paradigm for free-hand drawing, *UIST '94: Proceedings of the 7th annual ACM symposium on User interface software and technology*, New York, NY, USA, ACM, pp.185–192 (1994).
4) Fleisch, T., Rechel, F., Santos, P. and Stork, A.: Constraint Stroke-Based Oversketching for 3D Curves, *Eurographics Workshop on Sketch-Based Interfaces and Modeling*, pp.161–165 (2004).
5) Forsey, D.R. and Bartels, R.H.: Hierarchical B-spline refinement, *SIGGRAPH '88: Proceedings of the 15th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, New York, NY, USA, ACM, pp.205–212 (1988).
6) 佐藤　信，三輪譲二：形状の類似性を用いた曲線洗練法，第 8 回情報科学技術フォーラム講演論文集第 3 分冊，pp.289–290 (2009).
7) 佐藤　信，三輪譲二：接続の類似性制約を用いた曲線洗練化法，情報処理学会研究報告，Vol.2009-CG-137, No.7, pp.1–6 (2009).
8) 佐藤　信，三輪譲二：導関数ベクトルの非均一相似性制約に基づく曲線洗練化法，情報処理学会研究報告-グラフィクスと CAD，Vol.2011-CG-142, No.12, pp.1–6 (2011).
9) Welch, W. and Witkin, A.: Variational surface modeling, *SIGGRAPH '92: Proceedings of the 19th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, New York, NY, USA, ACM, pp.157–166 (1992).