

BDD 法における大規模疎行列向けコースグリッド修正法

荻野 正雄[†] 河合 浩志[‡] 塩谷 隆二[§] 吉村 忍[‡]

大規模疎行列向け前処理法の 1 つである BDD 法は、高い収束性と並列効率によってその有効性が示されてきた。BDD 法は古典的領域分割型前処理法である Neumann-Neumann にコースグリッド修正法を加えたアルゴリズムであるが、2-グリッド型のコースグリッド修正法のため、将来的な超大規模問題には適用が困難になることが予想される。そこで本研究では、不完全コースグリッド修正法の提案、並びに並列直接法スパースソルバーによるコースグリッド修正法の実装方法を提案し、両者を比較することで大規模問題における有効性を評価した。

A Coarse Grid Correction for the BDD Method for Large-scale Sparse Linear Systems

MASAO OGINO[†], HIROSHI KAWAI[‡], RYUJI SHIOYA[§], and SHINOBU YOSHIMURA[‡]

The balancing domain decomposition (BDD) method is one of the most effective preconditioner for large-scale sparse linear systems due to its excellent convergence rate. The BDD method is based on the Neumann-Neumann preconditioning and a coarse grid correction. However, in applying the BDD method to large-scale problems, it is difficult to solve a coarse problem of the coarse grid correction since the size of a coarse problem increases in proportion to the number of subdomains. In this study, to overcome this issue, we propose an inexact coarse grid correction, or employ a parallel sparse direct solver for a coarse problem.

1. IBDD-DIAG 法

BDD 法[1]に基づく大規模疎行列向け反復法として、不完全コースグリッド修正法による IBDD-DIAG 法[2]を提案する。IBDD-DIAG 法では、コース問題を精度の低い解で近似する不完全コースグリッド修正によって前処理コストを低減し、総計算時間の削減を行う。また、不完全コースグリッド修正は Neumann-Neumann 前処理と組み合わせると前処理効果が大きく低下するため、対角スケール前処理で近似する。不完全コースグリッド修正の実装には、並列効率を重視したフィルイン制御による不完全コレスキー分解を行った係数行列を用いる。

2. MUMPS を用いた BDD 法実装

不完全コースグリッド修正では前処理効果の低下が予想されるため、近年大規模化や並列化が進む直接法スパースソルバーに基づくコースグリッド修正を行う BDD 法との比較を行う。本研究では、PARASOL プロジェクト開発の MUMPS[3]を用いる。

3. 数値実験例

両手法を MPI-OpenMP ハイブリッド実装を行い、4 コア Intel Core i7 クラスタ上において性能評価を行った。MUMPS で用いる各ライブラリには Intel MKL を用いた。約 1,200 万静弾性解析時における演算性能を Table 1 に示す。表より、近年の直接法スパースソルバーを用いることで BDD 法の適用範囲が広がるが、IBDD-DIAG 法は並列効率が高く、将来的な超大規模問題には有効となる可能性があることが得られた。

Table 1: Comparison of computational performances

# CPU	4		16		32	
	Iter	Time[s]	Iter	Time[s]	Iter	Time[s]
IBDD-DIAG	134	450	178	131	226	93
BDD+MUMPS	65	96	66	59	68	89

参考文献

- [1] Mandel, J.: Balancing domain decomposition, *Commun. Numer. Meth. Eng.*, Vol.9, pp.223-241 (1993).
- [2] Ogino, M., Shioya, R., and Kanayama, H.: An inexact balancing preconditioner for large-scale structural analysis, *J. Comput. Sci. Tech.*, Vol.2, No.1, pp.150-161 (2008).
- [3] Amestoy, P.R., Duff, I.S. and L'Excellent, J.-Y.: Multifrontal parallel distributed symmetric and unsymmetric solvers, *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, Vol.184, pp.501-520 (2000).

[†] 名古屋大学情報基盤センター
Information Technology Center, Nagoya University
[‡] 東京大学工学系研究科
School of Engineering, The University of Tokyo
[§] 東洋大学総合情報学部
Faculty of Information Sciences and Arts, Toyo University