

プログラムのページ

担当 鈴木 誠 道

7302 実2次数体の基本単数の計算

片山 茂 (鳥取大学教育学部)

実2次数体の基本単数を連分数によって求めるプログラムについて述べる。これは筆者のプログラム¹⁾を改良したものである。

1. 計算法

実2次数体を $Q(\sqrt{M})$ (M は平方因数のない自然数 ($\neq 1$)) とし, MD をその判別式とする。 $Q(\sqrt{M})$ の基本単数はその判別式 MD に属する簡約された2次無理数 ω を一つ求め, その連分数展開の循環の一節を

$$\omega = k_0 + \frac{1}{k_1 + \frac{1}{k_2 + \frac{1}{k_3 + \frac{1}{\omega}}}}$$

とすると基本単数 $E(>1)$ は $E = q_n\omega + q_{n-1}$ である。この E を $(T + U\sqrt{MD})/2$ (T, U 整数) の形で求める, その計算の流れを図1に示す。

各 STEP C. (1)~C. (5) について説明する。

C. (1): 簡約された2次無理数の一つ ω を

$$\omega = \frac{MDSS + \sqrt{MD}}{2}$$

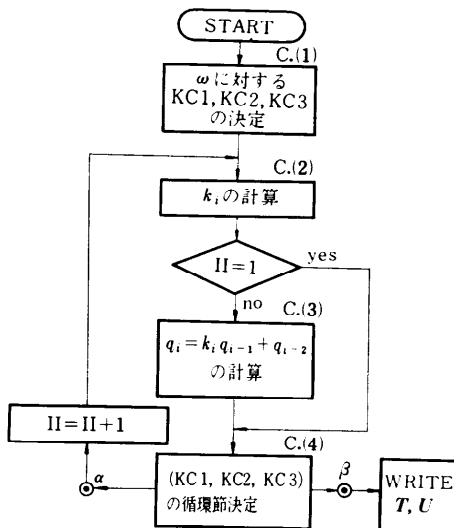


図1 流れ図

とする, ここで $MDSS$ は $M \equiv 1, \equiv 1 \pmod{4}$ に従ってそれぞれ \sqrt{MD} を超えない最大の奇数または偶数である。

表 1

M	PRO-GRAM	TOTAL CPU TIME (MS)	II	T (桁数)	U (桁数)
2776817	A	1892	355	190	187
	B	2485			
1188961909	A	458574	21839	11274	11267
207293548177	B	900003 * TIME OVER *	ALARM C (17 秒) 3892	ALARM C (17 秒) 1986	

以下 θ が $ax^2 + bx + c = 0$ の根であるとき, $\theta \equiv (a, b, c)$

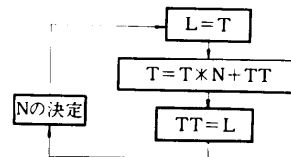
とかくことにする, 上の場合 $\omega \equiv (KC 1, KC 2, KC 3)$ について $KC 1 = 1, KC 2 = -MDSS, KC 3 = -(MD - (MDSS)^2)/4$ である。

C. (2): 各 k_i は $\omega \equiv (KC 1, KC 2, KC 3)$ のとき $[\omega]$ であるから変数 N で表わすと

$$N = \left[\frac{|KC 2| + [\sqrt{MD}]}{2(KC 1)} \right]$$

で計算される。

C. (3): 数列 $q_0 = 1, q_1 = k_1, q_2 = k_2q_1 + q_0, q_3 = k_3q_2 + q_1, \dots$ については配列 T, TT, L を用いて下図の流れで $T = 1, TT = 0$ から開始する。



C. (4): $\omega \equiv (KC 1, KC 2, KC 3)$ とするとき, $\omega = [\omega] + 1/\alpha, \alpha \equiv (KKC 1, KKC 2, KKC 3)$ は, $KKC 1 = -((KC 1 * N + KC 2) * N + KC 3), KKC 2 = -(2 * N * KC 1 + KC 2), KKC 3 = -KC 1$

となる, この一組 $\omega' \equiv (KKC 1, KKC 2, KKC 3)$ が始めの $\omega \equiv (KC 1, KC 2, KC 3)$ と一致しなければ \odot_α へ, 一致すれば循環節は終り \odot_β へ進む, この生成さ

れる w' カウンタが II である。

C. (5) : $E = (T + U\sqrt{MD})/2$ の U は C. (4) の最後の T から, T は $T * MDSS + TT * 2$ から求める。

2. プログラム

1. の計算法によって FACOM 230-75 の使用を仮定して Program A, B を作成した. P. A は判別式 MD が 10 桁以下, P. B は 11 桁以上 20 桁以下で使用する. (ただし生成される T, U を記憶するのに次の(1)の dimension 限界を超えて必要になる場合は処理できない. また P. B は 10 桁以下でも使用できる.)

(1) 配列 T~F の dimension は M の桁数に応じて適当にきめるが生成される T, U に依るのであるから一律に決められない, テスト例 2776817 では dimension は 60 で十分である. なお, dimension 18500 は限界に近い値である.

(2) NEX は加算, 乗算で上位の 0 の部分の計算をはぶき, 一方最上位に少くとも 1 語は 0 を残すようにする. さらに subroutine IMM を使用する場合計算が STOP しないよう桁数を調整するためにも用いる.

(3) P. B では MDSS の計算は関数 SQRT は使えないので筆者のプログラム²⁾を用い, MDSS, N が 5 桁を超えるので配列 K を用意した.

(4) IAA は加算, IBB は減算, IMI, IMM は乗算, IDI は除算, IRR は読み込み, IPP, IPPP はプリント, ILL は転送, IVAD は基数 ALPHA (=10) か

ら DELTA (=10⁵) への変換, IVBDA は基数 BETA (=100) または DELTA から ALPHA への変換の subroutine である. IMI と IDI は乗数, 除数が 5 桁以下のとき, 乗数が 5 桁を超えるときは IMM を用いる. P. B で $[\sqrt{MD}]$ を求める計算には基数を BETA とする NC 桁の数を扱い, その他では基数を DALTA とする ND 桁または NEX 桁の数を扱う. NCC=2 * NC, NDD=5 * ND である. ここに掲げてない subroutine については筆者のプログラム^{2), 3)}をみていただきたい.

京都大学大型計算機センターの FACOM 230-75 によるテスト結果を表 1 に示す.

```

SUBROUTINE IMM(ZETA, F, X, Y, NX, NY)
  INTEGER X(NX), Y(NY), F(NX), ZETA
  DO 5 N=1, NX
    F(N)=0
  DO 10 N=1, NX
    NN=N*N
    IF(X(NN).NE.0) GO TO 11
  CONTINUE
  NN1=NN
  DO 20 N=1, NY
    NN=N*N
    IF(Y(NN).NE.0) GO TO 21
  CONTINUE
  NN2=NN
  NN3=NN1+NN2
  IF(NN3.GT.NX) STOP
  DO 40 NN=1, NN2
    NN1=NN-1
    KK=0
    DO 50 N=1, NN1
      NN1=N+NNM1
      KXY=X(N)*Y(NN)+F(NN1)+KK
      F(NN1)=MOD(KXY, ZETA)
      KK=KXY/ZETA
  CONTINUE
  NJ=NN1+NN
  F(NJ)=KK
  CONTINUE
  DO 70 N=1, NX
    X(N)=F(N)
  RETURN
END

SUBROUTINE IVAD(X, Y, NX, NY)
  INTEGER X(NX), Y(NY)
  DO 10 J=1, NY
    I=5*J
    Y(J)=X(I)*10000*X(I-1)+1000*X(I-2)+100*X(I-3)+10*X(I-4)
  CONTINUE
  RETURN
END

```

```

C COMPUTATION OF FUNDAMENTAL UNIT
C OF REAL QUADRATIC NUMBER FIELD
C INTEGER T(4000), TT(4000), LL(4000),
C 1U(4000), BU(4000), F(4000), DELTA
2 1 READ(5,100) DELTA, NE, KAISU
3 100 FORMAT(3I6)
4 IF(DELTA.EQ.0) STOP
5 DO 99 I=1, KAISU
6 DO 20 N=1, NE
7 T(N)=0
8 TT(N)=0
9 L(N)=0
10 U(N)=0
11 BU(F(N))=0
12 F(N)=0
13 20 CONTINUE
14 I=1
15 I=I+1
16 READ(5,101) M
17 101 FORMAT(I10)
18 C (1)
19 MOD=M*MOD(M,4)
20 IF(MODM.EQ.1) GO TO 400
21 MD=M*M
22 400 MD=M
23 MDS=SQRT(FLOAT(MD))
24 IF(MODM.EQ.1) GO TO 500
25 MDS=MDS-MOD(MDS,2)
26 GO TO 501
27 500 MDS=MDS-MOD(MDS+1,2)
28 501 T(1)=1
29 KC1=1
30 KC2=-MDS
31 KC3=(M-MDS*MDS)/4
32 LC1=KC1
33 LC2=KC2
34 LC3=KC3
35 C (2)
36 MDX=MDS+KC2
37 N=MDX/KC1
38 IF(I1.EQ.1) GO TO 3
39 C (3)
40 CALL ILL(L, T, NEX)
41 IF(T(NEX).NE.0) NEX=NEX+1
42 CALL IMI(DELTA, T, NEX)
43 IF(T(NEX).NE.0) NEX=NEX+1
44 CALL IAA(DELTA, T, TT, NEX)
45 CALL ILL(TT, L, NEX)
46 C (4)
47 KC1=(KC1+KC2)*N+KC3
48 KC2=(2*N+KC1+KC2)
49 IF(LC1-KC1) 6,4,6
50 IF(LC2-KC2) 6,5,6
51 IF(LC3-KC3) 6,7,6
52 KC1=KC1
53 KC2=KC2
54 KC3=KC3
55 I=I+1
56 GO TO 3
57 C (5)
58 WRITE(6,200) I
59 200 FORMAT(IH, 3M, 10)
60 CALL ILL(U, NEX)
61 IF(T(NEX).NE.0) NEX=NEX+1
62 CALL IMI(DELTA, T, MDS+NEX)
63 IF(T(NEX).NE.0) NEX=NEX+1
64 CALL IMI(DELTA, TT, NEX)
65 IF(T(NEX).NE.0) NEX=NEX+1
66 CALL IAA(DELTA, T, TT, NEX)
67 WRITE(6,200) M, MD
68 200 FORMAT(IH, 2X, 2M, 115, 3X, 3M, 0=, 115)
69 AMITE(6,201)
70 201 FORMAT(1M, 3X, 2M)
71 CALL IPPP(BU, F, NEX)
72 AMITE(6,202)
73 202 FORMAT(2H, 3X, 1M)
74 CALL IPPP(BU, F, NEX)
75 CONTINUE
76 GO TO 1
77 END

```

```

SUBROUTINE IVBDA(X+Y,NX,NY)
INTEGER X(NX),Y(NY)
I=NY/NX
DO 10 J=1,NX
  K=K+1
  DO 20 J=1,I
    KK=K/10
    EKK=K-KK*10
    JJJ=J-1+I*J
    Y(JJJ)=KKK
    K=KK
  20 CONTINUE
  CONTINUE
  RETURN
  END

C COMPUTATION OF FUNDAMENTAL UNIT
  OF REAL QUADRATIC NUMBER FIELD
  1  INTEGER M(25),M2(50),IK(25),
    1J(25),J1(25),J2(25),BUF(25),LL(25),
    2M(5),MDS(5),MDS5(5),K(5),KIGU(5),
    3T(18500),TT(18500),L(18500),
    4U(18500),BUFF(18500),F(18500),
    5DELTA,DELTA
  2  CALL ALARMC(17000+5000,JJ,KK)
  3  IF (KK.NF.0) GO TO 6000
  4  1 READ(5,100) BETA+DELTA+NC+MCC
  5  FORMAL(818)
  6  IF (BETA.EQ.0) STOP
  7  DO 99 I=1,KAT5U
  8  DO 10 I=1,25
  9  M(I)=0
  10 IF (I.7) =0
  11 J(I)=0
  12 J1(I)=0
  13 J2(I)=0
  14 BUF(N)=0
  15 LL(N)=0
  16 10 CONTINUE
  17 DO 15 N=1+D
  18 MU(N)=0
  19 MDS(N)=0
  20 MDS5(N)=0
  21 K(I)=0
  22 KIGU(I)=0
  23 CONTINUE
  24 DO 20 N=1+50
  25 20 M2(I)=0
  26 DO 25 N=1+18500
  27 T(N)=0
  28 TT(N)=0
  29 L(N)=0
  30 U(N)=0
  31 BUFF(N)=0
  32 F(I)=0
  33 CONTINUE
  34 25 CALL IHR(BUF+M+NC)
  35 WRITE(6,200)
  36 FORMAL(1M,1MM)
  37 CALL IHP(BUF+M+NC)
  38 MDS+MDS(1)+M
  39 IF (MOD(M.EQ.1) GO TO 400
  40 CALL IHI(BETA+M+4+M)
  41 400 WRITE(6,201)
  42 201 FORMAL(1M,12HDSUMINANT)
  43 CALL IHP(BUF+M+NC)
  44 CALL ILL(ILL+M+NC)
  45 C.(0)
  46 DO 30 N=1+NC
  47 NN=M2C-N*1
  48 IF (M(N).NE.0) GO TO 31
  49 CONTINUE
  50 30 N2=NN
  51 DO 1002 DU 32 N=1+NC
  52 J1(I)=0
  53 J2(I)=0
  54 CONTINUE
  55 J1(N2)=1
  56 J2(N2)=2
  57 CALL IAA(BETA+J1+J2+NC)
  58 CALL IHI(BETA+M+J+NC)
  59 IF (M(NC).GE.5) GO TO 1004
  60 CALL IAA(BETA+J+J+NC)
  61 CALL IAA(BETA+IK+J+NC)
  62 GO TO 1003
  63 1004 CALL IAA(BETA+M+J+NC)
  64 J(N2)=J(N2)-1
  65 CALL IHI(BETA+J1+J+NC)
  66 DO 33 N=2+NC
  67 J(N)=J(N)
  68 N2=N-1
  69 IF (N2.F0.0) GO TO 1005
  70 GO TO 1002
  71 C.(1)
  72 1005 CALL IVAD(IK+MDS+MDD+ND)
  73 MDS+MDS(2)+DELTA+MDS(1)
  74 CALL ILL(H+LL+NC)
  75 DO 40 N=1+HC
  76 LL(N)=0
  77 CALL IVBDA(M+M2+NC+MCC)
  78 CALL IVAD(M2+MD+MDD+ND)
  79 CALL ILL(LL+MDS+MDS)
  80 IF (MOD(M.EQ.1) GO TO 500
  81 KIGU(1)=MOD(IK(1),2)
  82
  83 IF (KIGU(1)+E0.0) GO TO 501
  84 CALL IHR(DELTA+LL+KIGU+ND)
  85 GO TO 501
  86 KIGU(1)=MOD(IK(1)+1,2)
  87 IF (KIGU(1)+E0.0) GO TO 501
  88 CALL IHR(DELTA+LL+KIGU+ND)
  89 CALL ILL(MDS5+LL+ND)
  90 MDS5V=MDS5(2)*DELTA+MDS5(1)
  91 KCL=1
  92 RCL2=MDS5V
  93 CALL IHR(DELTA+F+MDS5+MDS5+ND+ND)
  94 CALL IHR(DELTA+MD+MDS5+ND)
  95 CALL IHI(DELTA+MD+4+ND)
  96 MDSV=MD(2)*DELTA+MD(1)
  97 LC=MFC1
  98 LC2=KCL2
  99 LC3=KCL3
  3000 WRITE(6,3000) LC1+LC2+LC3
  3000 FORMAL(1M,3115)
  3000 C.(2)
  3000 I1=1
  3000 NEX=1
  3000 T(1)=1
  3000 2 MUX=MDSV+KCL2
  3000 KMK=2+KCL1
  3000 IHR(MD+MSE)
  3000 NN=M/DELTA
  3000 NNN=MDSV/DELTA
  3000 IF (I1.F0.1) GO TO 3
  3000 C.(3)
  3000 CALL ILL(L+T+MEX)
  3000 NNR=N-N*DELTA
  3000 K(1)=NNR
  3000 K(2)=NN
  3000 IF (T(MEX)+NE.0) GO TO 550
  3000 NEX1=MEX-1
  3000 IF (T(MEX1).NE.0) GO TO 551
  3000 GO TO 552
  3000 550 NEX=NEX+1
  3000 551 NEX=NEX+1
  3000 552 CALL IHR(DELTA+F+K+MEX+MD)
  3000 IF (T(MEX)+E.0) NEX=NEX+1
  3000 CALL IAA(DELTA+T+T+MEX)
  3000 CALL ILL(T+L+MEX)
  3000 C.(4)
  3000 3 KFC1=KCL1+KCL2+KCL3
  3000 KKC2=(2+M*KCL1+KCL2)
  3000 KFC3=KCL2
  3000 126 IF (KCL1+KCL2) 6+7+6
  3000 127 4 IF (KCL2+KCL3) 6+7+6
  3000 128 5 IF (KCL3+KFC3) 6+7+6
  3000 129 6 KCL=KFC1
  3000 KFC2=KFC2
  3000 KFC3=KFC3
  3000 I1=I1+1
  3000 133 IF (I1-300) GO TO 2
  3000 134 WRITE(6,3001) KCL+KCL2+KCL3
  3000 3001 FORMAL(1M,3115)
  3000 GO TO 2
  3000 C.(5)
  3000 7 WRITE(6,2000) I1
  3000 2000 FORMAL(1M,3115+16)
  3000 CALL ILL(U+T+MEX)
  3000 NNNR=MDSV+MDSV+DELTA
  3000 F(1)=NNNR
  3000 K(2)=MDSV
  3000 143 IF (T(MEX).NE.0) GO TO 650
  3000 NEX1=MEX-1
  3000 IF (T(MEX1).NE.0) GO TO 651
  3000 GO TO 652
  3000 650 NEX=NEX+1
  3000 651 NEX=NEX+1
  3000 652 CALL IHR(DELTA+F+K+MEX+MD)
  3000 IF (T(MEX)+NE.0) NEX=NEX+1
  3000 CALL IHI(DELTA+T+T+MEX)
  3000 IF (T(MEX).NE.0) NEX=NEX+1
  3000 CALL IAA(DELTA+T+T+MEX)
  3000 WRITE(6,202)
  3000 202 FORMAL(1H0,3X,1HT)
  3000 CALL IHRP(BUFF+T+MEX)
  3000 MFC(6,203)
  3000 203 FORMAL(1M,3X,1HU)
  3000 CALL IHRP(BUFF+U+MEX)
  3000 99 CONTINUE
  3000 500U WRITE(6,500U) I1
  3000 500I FORMAL(1M,3115+110)
  3000 163 CALL IHRP(BUF+M+NEA)
  3000 164 600U WRITE(6,600I) KK
  3000 165 600I FORMAL(1M,310X,ABNORMAL SET+K+1+1)
  3000 166 GO TO 1
  3000 167 END

```

参考文献

- 1) 片山：実2次数体の基本単数の計算，鳥取大学教育学部研究報告，23-2，137-156 (1972)。
- 2) —：正の整数の平方根の計算，情報処理，Vol. 13, No. 12, 860-861 (1972)。
- 3) —：正の整数の立方根の計算，情報処理，Vol. 14, No. 2, 143-144 (1973)。
- 4) 西尾：目撃し時計 (ALARMC)，京大計算機センター広報，Vol. 2, No. 4 (1969)。(昭和48年11月16日受付)