

局所的交流による行動決定と状態遷移を行う マルチエージェントからなる平面上の エージェント・クラスタ形成分析

時 永 祥 三^{†1} 池 田 欽 一^{†2}

組織におけるメンバのグループ化（クラスタ形成）の過程を分析する有効性が議論されている。本論文では、局所的交流による行動決定と状態遷移を行うマルチエージェントからなる平面上のエージェント・クラスタ形成分析について述べる。まず、平面上の格子点にエージェントが配置されると仮定し、状態を遷移させる局所的交流のモデルとして、企業の稼働・雇用モデルの拡張をするとともに労働者移動のモデルを提案し、漸近的な意味での均衡条件が達成され1か0かをとるエージェントの状態に関してクラスタが形成されることを述べる。基本モデルの拡張としてエージェントを記述する状態を複数にすることや、エージェントが周辺の情報を処理するモデルを遺伝的プログラミング（Genetic Programming: GP）により改善する方法を導入する。応用例として、クラスタ形成までの時間と局所的交流の関係を論じ、GPによるエージェント行動の改善を議論する。さらに現実のデータを用いて、クラスタ形成にいたるエージェント行動決定関数の形状をGPにより推定する事例の考察を行う。

Analysis of Cluster Formations of Agents on Planes Consisting of Multi-agents with Decisions Making and State Transitions Based on Local Interactions

SHOZO TOKINAGA^{†1} and YOSHIKAZU IKEDA^{†2}

This paper deals with the analysis of cluster formations of agents on planes consisting of multi-agents with decisions making and state transitions based on local interactions. Assuming that agents are placed on lattices and they make decisions for their behaviors and state transitions based on local interactions using certain decision functions. We extend the model for local interactions in firm/labor collaborations, and also propose the model for migration of labor forces. Then, it is shown that equilibrium is attained in an asymptotic sense, and the cluster of agents having the same state is formed. The basic model is extended to treat the cases where the feature of agents are described by

multiple state variables. We also show cases agents use learning based on the Genetic Programming (GP) so that we see improvement of agents' behavior. We discuss the relation between the time necessary for cluster formation and the region of local interactions. We also show the estimation of functional form of agents' decision from real observations by using the GP.

1. ま え が き

経済分析の分野において、一般的・広域的な均衡理論¹⁾とは異なり、企業の操業や労働者の雇用に関して地理的立地の偏在についてパターンが見られることが指摘され、議論がなされている^{2),3)}。すなわち、経済活動は本来広域的に行える環境があるにもかかわらず、現実には、局所的な雇用や交易が主流となっている事実を分析する重要性が指摘されている。最近の研究において、このような事象をマルチエージェントのモデル分析の立場から実施することが提案され、興味ある結果が示されている^{6)-9),11)-14)}。本論文では、人口や企業立地の地理的な偏在化（クラスタ形成）の過程を分析する方法として、平面上で近くのエージェントどうしのみが情報を交換し、意思決定を行うモデル（これを以下では局所的交流と呼ぶ）による行動決定と状態遷移を行うマルチエージェントからなる平面上のエージェント・クラスタ形成分析について述べる。

これまでの研究においては、空間的に配置されたエージェントが、相互に影響しあってクラスタを形成することが議論されており、分析の例として、企業と労働者の関係における利益最大化行動のもとで形成される局所的な雇用（失業）のクラスタ形成や、囚人のジレンマゲームを基準として行動するエージェントの協力（非協力）のクラスタ形成の分析が行われている^{2),3),5),6)}。また、平面上に配置されたエージェントのクラスタ形成の事例、あるいは、エージェント配置を平面に限定しない交流のモデルにおいても、エージェントのグループ形成が行われることが指摘されている^{7),8)}。しかしながら、エージェントが利益最大化に従わない場合（典型的なモデルとして、資源獲得へのエージェント集中をマイナスとするマイノリティゲーム^{9),10)}がある）や、エージェントを記述する状態が複数の場合の議論はなされていない。また、企業と労働者の関係をきわめて単純化するモデルが用いられている

^{†1} 九州大学
Kyushu University

^{†2} 北九州市立大学
The University of Kitakyushu

が、現実に近いモデル化のもとでも、同様の結果となるかどうかは示されていない。本論文ではこれを解決する方法として、状態を複数にすること、および地域の間を労働者が移動するモデルを提案し、より一般的な形で、エージェントの局所的交流とクラスタ形成を議論している^{2),11),14),15)}。なお、これまでセルオートマトン理論の1つの分野として、いわゆるライフゲームと呼ばれる生物などの生存と死滅に関する平面上の挙動分析が提案されている。しかし本論文のモデルとは異なり、格子点上のエージェントは単独であることや、均衡分析によるクラスタ形成ではなく変動を議論している点など、やや異なる枠組みとなっている^{17),18)}。また経済分野ではセルオートマトンとしてではなく、囚人のジレンマゲームなどペイオフ(利益)をもとにしたエージェントの行動、均衡の分析が主たる話題となっている^{2),6)}。

本論文ではまず、基本モデル(Model B)として平面上の格子点にエージェントを配置し、エージェントが自身の状態を周辺の状態に基づいて遷移させるモデルを導入する。この場合、エージェントを記述する状態変数は0か1かの2値をとるケースを行動としてモデル化する。この分野ではOomes²⁾により提案されたモデルが知られているが、本論文ではエージェント記述に、複数の状態を導入し、一般化する方法を提案し、クラスタ形成について議論する。同時に、これらのクラスタ形成の条件は漸近的なものであり、条件によっては部分的な変動がありクラスタ形成が達成できない場合が存在することが知られているが、エージェントの行動に遺伝的プログラミング(Genetic Programming: GP^{21),28),29),32)})による学習を取り入れて行動選択をするモデルを提案し、GPを用いない場合と比較してクラスタが安定することを示す。

また、従来企業と労働者の関係をきわめて簡単なモデルで記述することが行われていたが、これを現実に近いモデルとしたCurrieらにより提案されているモデル(結果的にマイノリティゲームに類似したものになる)について議論する。このモデルでは2地域間の労働者と生産者の相互作用により労働分布にカオス性がみられることが示されているが¹¹⁾、このモデルを平面上で周辺の複数の地域(エージェント)と交流するモデルへと拡張する。

応用例として、人工的なエージェントにおける局所的交流のシミュレーション分析を行うと同時に、現実のクラスタ形成の現象について、エージェントが周辺の情報を処理するモデルをGPにより推定する方法について考察を行う。

以下、2章ではエージェントの局所的交流と状態遷移の基本モデルについて整理し、3章では基本モデルの拡張としてエージェント行動の選択と行動関数の推定について論じる。また4章では、人工的なデータに対する応用例について示し、5章では現実の観測データを用

いた、クラスタ形成にいたるエージェント行動決定関数のGP推定について考察する。

2. 局所的交流と状態遷移のモデル

2.1 平面上のエージェント配置と局所的交流

以下では、局所的交流に基づく状態遷移を行うマルチエージェントからなる平面におけるクラスタ形成分析について、まずエージェント配置と交流の概要を説明する。なおクラスタ形成の定義に関しては、Oomesにより示されている定義を用いている²⁾。すなわち、クラスタの形成とはエージェントが自己組織化する過程において状態が1であるエージェントの集合が、すべて状態が0であるエージェントの集合により囲まれる(同時にこの逆である)状況を意味している。さらに、この集合の形成過程において2つの集合の境界線である曲線が、できるだけ長く伸びた状態が達成された段階を、クラスタ形成の最終局面クラスタの収束と定義している。この収束の段階では、小規模のクラスタの個数が可能な限り少なくなっている³²⁾。

エージェントは2次元平面上の格子点に配置されていると仮定し、第1軸(x 軸)の格子番号 $ia = 1, 2, \dots, X_m$ と、第2軸(y 軸)の格子番号 $ib = 1, 2, \dots, Y_m$ とのペアで与え、格子点を $c = (ia, ib)$ などと表す。格子点 c におけるエージェントの時刻 t での状態を記述する変数(状態変数と呼んでおく)を $x^c(t)$ とする。なおエージェントを記述する状態変数の個数は1つであると仮定するが、後の節のモデル拡張において状態変数の個数を複数に増加したモデルを論じる。状態変数 $x^c(t)$ は、先行研究の多くは連続的な値をとると仮定されているが、以下で検討するモデルによっては状態変数は0か1かのいずれかをとると仮定する^{2),15)}。状態変数の意味としては、連続値の場合には変数の値が利益や労働者の人数などに対応する。離散値の場合には、 $x^c(t) = 1$ なら($x^c(t) = 0$ なら)、企業エージェントであれば稼働している(稼働していない)状態である。あるいは労働者エージェントの場合には、 $x^c(t) = 1$ なら($x^c(t) = 0$ なら)雇用されている(雇用されていない)ことに対応する。

エージェントは、 $c = (ia_1, ib_1)$ を中心として周辺の半径 r の範囲内の格子点 d でのエージェントの情報だけを利用する。具体的には、格子点 c からの距離 r が以下である周辺の位置にある格子点 d 、すなわち $d = (ia_2, ib_2)$ として、 $ia_2 = ia_1 + k$ 、 $ib_2 = ib_1 + l$ (k, l は任意の整数)である場合に、 $|c - d| = [(ia_1 - ia_2)^2 + (ib_1 - ib_2)^2]^{1/2} = [k^2 + l^2]^{1/2} \leq r$ となる格子点 d のエージェントの情報をを用いる。もし ia_2 (ib_2) が座標の範囲である $1(1)$ を下回る場合、あるいは最大座標である X_m (Y_m) を超える場合には、 ia_2 (ib_2) を $ia_2 + X_m$

$(ib_2 + Y_m)$ へと、あるいは $ia_2 - X_m (ib_2 - Y_m)$ へと変更し、トラス状に相手エージェントを割り当てるものとする。この範囲を、格子点 c のエージェント自身も含めて以下では S_c と表し、 S_c に属するエージェントの総数を N_c により表す。 r が小さい場合には限定された交流が前提とされ、 r が大きくなるに従って、交流がグローバル化する^{2),15)}。

エージェントは、周辺のエージェント $d \in S_c$ の特性を表す変数 $x^d(t)$ を入力とする関数 $f_c(x^d(t))$ 、 $d \in S_c$ の値により、次の時刻 $t+1$ にどのような状態に遷移するべきかを決定する。このようなエージェントによる行動の結果、平面上のエージェントの状態に注目すると、クラスタが形成されることを示す。

2.2 2つのエージェントモデル

本論文ではいくつかの平面上のエージェントモデルを提案するが、1つ目はエージェントが配置された平面上で、局所的交流により時間の経過とともにエージェントの状態にクラスタが形成される Oomes によるモデル²⁾ を複数の状態変数へと拡張したケースを議論する。2つ目として、Currie ら¹¹⁾ の2つの地域の企業の稼働と労働者配置(移動)のモデルを、平面へと拡張し、クラスタ形成のモデルとして議論をする^{11),14),15)}。

これらのモデルの詳細は後の節において記述するが、以下ではこれらの概要をまとめておく。

(1) Model B: エージェントの稼働・雇用モデル

平面上の格子点に企業と労働者のエージェントがそれぞれ配置されており、企業が労働者を雇用するかどうかを決めるモデルであり、Oomes により提案されている²⁾。本論文では、このモデルにおけるエージェントの行動を決定する関数を多様化することと、状態変数を複数に拡張した場合を議論する¹⁵⁾。またエージェントの行動によっては、クラスタが安定しないケースが発生することを論じ、GP 手法による学習の導入によりクラスタ形成が安定的となることを示す。なお GP 手法は、現実には観測されるクラスタ形成におけるエージェント行動決定関数の推定にも応用する。

(2) Model L: 労働者移動モデル

このモデルは Model B と同じように、企業と労働者の関係をあつかうものであるが、エージェントの行動をより直接的に表現するものである。さらにこの場合、労働者は一時的に有利な移動を行うが、移動コストや価格上昇の影響で、逆方向に移動を行うことが確認できる。このような現象は、いわゆるマイノリティゲームに見られるものである。Model B のように集中化の利益よりは、過密でない利益を求める行動となっている。基本となるモデルは Currie らにより提案されている2つの地域の間の労働者の移動のモデルであるが、本論

文では、このような2地域の間を平面全体に拡大することで、エージェントが配置された平面における労働者エージェントの状態をモデル化する¹¹⁾。

2.3 Model B: エージェントの稼働・雇用モデル (Model B/Case S)

本論文で用いる最初のモデルの基本形は Oomes により提案されたものであり²⁾、以下ではこれを拡張するとともに、クラスタ形成が収束しないケースを議論している。このモデルは、地理的に企業の稼働や労働者の雇用にばらつきが見られることを説明するものであり、生産活動をきわめて単純化したケースに相当する。このモデルを Model B と呼んでおく。なお本論文では、後の節でエージェントの状態を複数に拡張した場合を議論するので、ここで述べる状態変数が1つのケースを Model B/Case S として定義しておく。

(1) 企業エージェントの稼働/非稼働の利益

このモデルにおいては、原理的には企業エージェントと労働者エージェントの挙動を別のものとして取り扱うこともできるが、より効率的に均衡解を求める方法として企業と労働者の双方の利益を全体して眺めることができる planner を導入する手順が示されている。すなわち、格子点の状態は1つであると仮定し、この状態が1であることを企業が稼働中であり、労働者が雇用されていることを同時に表現すると仮定している。企業が稼働中であれば労働者は賃金を得ると同時に、これをこの格子点(および周辺)において消費する。ある企業エージェントの売り上げは周辺 S_c の労働者からの消費支出の一部を含むと仮定する。また企業が稼働しない場合には、労働者は無条件に σ_B ($0 \leq \sigma_B \leq 1$) である収入(社会保障など)を得ると仮定する。この企業・労働者エージェントの時刻 t における利益の期待値 $u^c(t)$ の最大化問題を planner から見て形式的に示すと、次のようになる。

$$\max_{x^c(t)} u^c(t) = \phi[(1 - x^c(t))\sigma_B + \min[x^c(t), \sum_{d \in S_c} p(d, c)x^d(t)]] \quad (1)$$

ここで $x^c(t)$ 、 $x^d(t)$ は格子点 c 、およびその周辺 d におけるエージェントの状態、 $p(d, c)$ は格子点 d の企業エージェントが稼働している場合に、格子点 c のエージェントが利益を得る割合(確率)である。以下では簡単のため、次のように仮定しておく。

$$p(d, c) = 1/N_c \quad (2)$$

つまり、周辺のエージェントが等確率で利益を得ることができると仮定し、周辺のエージェント数 N_c で割った値を用いる。なお関数 $\phi(\cdot)$ は文献 2) において単調な増加関数(monotonic increasing function)であれば特別な形状を仮定する必要はないとして定義され、単純に $\phi(z) = z$ (identity function) とされていることを考慮して、本論文においてもこの形状を用いることにする。この最大化問題を解く方法としては、稼働しない場合の利益と比

較して稼働する場合の利益が多い場合には、稼働するという行動をとることとなる。

(2) 合理的期待と適格的期待

原理的には、エージェントの最適な行動は式 (1) から得られる解によるものが望ましいものとなる。しかしながら、式 (1) におけるエージェントの状態は時刻 t における値であり、左辺に示す状態変数の時刻も t であり、原理的には連立方程式を解く問題に帰着される。もしこの方程式の解が得られると仮定した場合には、エージェントは短い時間で最適な行動を選択することができる。つまり、それぞれのエージェントが満足する均衡状態が短時間に達成される。このような式 (1) に示す解による行動を、合理的期待に基づく行動と呼ぶ。しかしながら、このような解は一般的には容易には得られないので、代替的な方法を用いる。いま、右辺に含まれるエージェントの時刻 t における状態は、近似的に時刻 $t-1$ と同じであるとする期待を仮定した場合（この仮定に基づく行動を適格的期待による行動と呼ぶ）には、式 (1) における左辺の値を求めることができる。具体的には、時刻 t において操業・雇用あるいは操業休止・非雇用を決めるエージェントの行動は、次の式で記述できる。

$$x^c(t) = f_c(x^c(t-1)) = \begin{cases} 0, & \text{if } \mu(x^c(t-1)) < \sigma_B, \\ 0 \text{ or } 1, & \text{if } \mu(x^c(t-1)) = \sigma_B, \\ 1, & \text{if } \mu(x^c(t-1)) > \sigma_B. \end{cases} \quad (3)$$

$$\mu(x^c(t-1)) = \sum_{d \in S_c} p(d, c) x^d(t-1). \quad (4)$$

このような関数 $f_c(\cdot)$ を、エージェントの行動決定関数と呼んでおく。

エージェントが適格的期待による行動をとった場合に、十分な時間経過の後、すべてのエージェントが満足する均衡状態が達成できるかの厳密な証明はない。しかしながら、エージェントが情報を収集する範囲、すなわちエージェントが存在する格子点からの円の半径 r が十分に大きい場合には、時間が経過したあとに、均衡状態が達成できることが示されている^{2),8)}。なお、この均衡状態が達成されることは、ここで取り扱う基本モデルの Model B/Case S においてグループを構成するエージェントの数に比例して利益が得られるというモデルについてのみ示されている。

このことは、逆にいえば、半径 r が小さい場合には、あとの事例で示すように、一部のエージェントが変動を繰り返し均衡状態への収束が達成できないことを意味している。このような均衡状態への未収束の問題を解決する方法として、本論文では、合理的期待に基づくエージェント行動を部分的に代替する GP 手法による状態予測を用いる方法を提案する。

2.4 Model L: 労働者移動のモデル

すでに述べた Model B/Case S は、エージェントの行動を簡潔に表現できる利点はあるが、企業と労働者の関係を 1 つの状態変数のみにより表しており、関係を理解する視点からは、単純なモデル化である。企業と労働者の関係をより直接的に理解するために、次に示す Model L を導入する^{11),14),15)}。Model L においては、基本的には平面上の格子点に企業エージェントが配置され、この企業に雇用される労働者エージェントが自身の有利なように移動を行うケースを対象とする¹¹⁾。このモデルにおいては、均衡解すなわち、労働者の移動が収束することが証明されているが、この解を求めるには、規模の大きな不動点解析を行う必要がある¹⁾。これを回避するために、本論文では局所的交流を利用しながら、逐次的に解を求める方法を適用する。このモデルの最小単位は、以下に述べる 2 地域の間における労働者移動のケースである。なおすでに述べたようにこの Model L は、いわゆるマイノリティゲーム^{9),10)} に類似したエージェント行動を再現したものとなっており、Model B/Case S のようにエージェントが集中することによる利益よりは、過密ではないケースにおいて有利となる状況を実現している。

地理的に 2 つの地域 ($i = 1, 2$) を仮定し、これらのそれぞれの地域に複数の企業エージェント（個数 n_i ）と複数の労働者エージェント（総数 L ）が存在すると仮定し、この地域間の商品の移動には T のコストが必要であると仮定する。生産活動により生産される商品は 1 種類としておく。なおこのモデルでは、製造する商品の需要と供給が一致するための条件、すなわち均衡解を導出するための手順を示すことができるが、本論文で取り扱うエージェントモデルの記述には、直接的には関係しないので、以下では結果だけを簡潔に示し、その導出は省略する（詳細は文献 11), 12) を参照）。

それぞれの企業エージェントは一定数量 q の商品を生産し、その費用 c は固定部分と、製造数量 q に比例する部分からなりたち、 $c = \alpha + \beta q$ により与えられる。地域 i における労働者の雇用割合を λ_i とすると、次のような関係になることが分かる（ここでは地域数 $N = 2$ とする）。

$$n_i(t)c = \lambda_i(t)L, \quad (i = 1, N), \quad \sum_{i=1}^N \lambda_i(t) = 1. \quad (5)$$

地域 i における労働者 1 人あたりの賃金を $w_i(t)$ としておく。なお、以下では生産のモデルを時間 t の関数として議論するので、変数は t の関数として与えられる。このような前提のもとで地域における最適な生産のためには、商品の価格 $p_i(t)$ は次のように設定すること

が必要となることが示されている¹¹⁾。

$$p_i(t) = \beta \sigma w_i(t) / (\sigma - 1). \quad (6)$$

ここで σ ($\sigma > 1$) は生産における弾性値である。移動のコストを考慮しない場合には、地域 i の労働者の予算は次のようになる。

$$Y_i(t) = F/N + w_i(t)\lambda_i(t)L. \quad (7)$$

ただし、 F は労働以外の資本収入など定額の収入を意味する。しかしながら式 (7) に示した予算 $Y_j(t)$ は名目値であり、商品の移動を考慮した場合には、企業が地域 i に立地していれば、商品需要を求めるために用いた $Y_j(t)$ を、商品の移動コスト T を考慮し以下のように修正する必要がある。

$$\hat{Y}_j(t) = \begin{cases} Y_j(t), & i = j, \\ Y_j(t)/T^{\sigma-1}, & i \neq j. \end{cases} \quad (8)$$

以上の関係式を用いて、地域 i における企業エージェントあたりの商品の需要 d_i を式として整理すると、次のようになる。

$$d_i(t) = \mu \left[\sum_{j=1}^N \hat{Y}_j(t) / G_i(t)^{1-\sigma} \right] p_i^{-\sigma}(t). \quad (9)$$

$$G_i(t) = \left[\sum_{k=1}^N n_j(t) \hat{p}_j^{1-\sigma}(t) \right]^{1/1-\sigma}. \quad (10)$$

G_i は i 地域の消費者が直面する生産価格指標である。2 地域の場合次の $G_1(t)$, $G_2(t)$ のように表される。

$$\begin{aligned} G_1(t) &= (n_1(t)p_1(t)^{1-\sigma} + n_2(t)P_2^{1-\sigma}T^{1-\sigma})^{\frac{1}{1-\sigma}}, \\ G_2(t) &= (n_1(t)p_1(t)^{1-\sigma}T^{1-\sigma} + n_2(t)P_2^{1-\sigma})^{\frac{1}{1-\sigma}} \end{aligned} \quad (11)$$

どの地域においてもそれぞれの企業エージェントの生産する商品の数量は同じと仮定しているため、商品の製造数量と需要は次の等式を満たす必要がある。

$$q = d_i(t). \quad (12)$$

以上のような準備のもとで、雇用率の時間変化 $\lambda_1(t+1) = Z(\lambda_1(t))$ は、次のような区分的な変換の関係により表現できる。

$$Z(\lambda_1(t)) = \begin{cases} 0, & \text{if } M(\lambda_1(t)) \leq 0, \\ M(\lambda_1(t)), & \text{if } 0 < M(\lambda_1(t)) \leq 1, \\ 1, & \text{if } M(\lambda_1(t)) > 1. \end{cases} \quad (13)$$

$$M(\lambda_1(t)) = \lambda_1(t) + \lambda_1(t)\lambda_2(t)L\gamma \ln R(\lambda_1(t)). \quad (14)$$

ここで γ は労働者の地域間の移動速度を表すパラメータで、 $R(\lambda_1(t))$ は、次のように地域 1 から見た 2 つの地域の間の実質賃金の比率を表す関数である。

$$R(\lambda_1(t)) = \frac{\omega_1(t)}{\omega_2(t)} = \frac{w_1(t)}{w_2(t)} \left[\frac{G_2(t)}{G_1(t)} \right]^\mu. \quad (15)$$

次に、このような 2 地域の労働移動のモデルを、平面上のエージェント行動に拡張する。拡張する方法にはさまざまなものが可能であるが、以下ではそれぞれの格子点 c を地域 1 と考え、これ以外の周辺の格子点を地域 2 と見なす方法を用いることとする。地域 1 から地域 2 への労働の移動 λ_2 を拡張し、周辺の格子点 $d \in S_c$ への均等な移動により置き換える。なお地域 1 には λ_1 の労働力がとどまる。ただし、この移動を格子点ごとに順次行うのではなく、 t 期における移動データをいったん蓄積しておいて、同時並行的に移動データを適用し、 $t+1$ 期の労働配置を求めなおすことにしている。これは順次適用することにより適用後の格子点の雇用率 $\lambda_i(t)$ のみが変わり、後に求める周辺の格子点における労働移動割合へ影響を与えないようにするためである。このような労働移動の繰り返しにより、もはや労働移動が起こらない状態となると均衡したと判断することとする。

なお Model L を用いた分析を進めるにあたり、次の 2 点を仮定しておく。

(1) 移動コストとカオス性変動

地域 1 における雇用率 $\lambda_1(t)$ は移動コスト T を $1.63 \leq T < 1.73$ の範囲にした場合には、 $\lambda_1 = 0.5$ において均衡し、 $1.73 \leq T < 1.83$ において 2 周期変動となり、 $T \geq 1.83$ の範囲でカオス的な変動をすることが示されている¹¹⁾。本論文では、エージェントの移動を分析することを目的としているので、 T の値は $T \geq 1.83$ の範囲に設定する。

なお本論文では文献 11) のモデルを平面上におけるエージェント配置に拡張しているがその場合に同様に労働エージェントの移動についてカオス的な変動が発生するかどうか、あるいはこれが収束するかどうかについてはここでは議論しない。しかしこれまでの我々の研究の結果として以下のことが得られている。この結果は以降では用いないので概要のみ述べるにとどめる³⁰⁾。

いま 2 つのエージェント A と B が存在すると仮定し、A (B) が接続しているエージェン

ト(地域), すなわち行き先のエージェントを $A_i, i = 1, 2, \dots, N$ ($B_i, i = 1, 2, \dots, N$) としておく. これらの2つのエージェント A, B の間における関連性をモデル化する方法として, A_i, B_j において, ある行き先エージェントが共通するケースを考察する. すなわち $A_i = B_j$ となるケースが存在すると仮定する. これを簡単に行き先地域共通の仮定と呼んでおき, 全体に占める割合を地域共通率 r_C としておく. すなわち平面上のエージェント総数を M とした場合に(行き先の地域数は N であるので), システム全体の中でエージェントの行き先地域が共通している個数を N_C とすると, $r_C = N_C / (N \times M - N_C)$ として定義される.

次に, 地域共通率 r_C が大きくなった場合のカオス性変動の消失と, 均衡への移行について議論する. この値 r_C が大きくなる場合には, エージェントの交流は局所的なものから共通性の多い, 大域的なものに移行することが予想され, 実際に $r_C \geq 0.45$ 程度の大きさではカオス性変動はなくなり, エージェント状態は均衡にいたる. このようにカオスの変動が収束に向かう理由の1つとして交流の範囲が拡大するに従って従来理論的に証明されている大域的交流に移行し均衡点が得られることから説明できる(Arrowらによる結果³¹⁾).

(2) 連続的な状態の離散化

Model L においては, 格子点 c を地域 c と見なした場合の, この点における雇用率 $\lambda_c(t)$ は連続値をとっている. これのクラスタ形成を判断する際には, これを離散化(2値化)し判断する. 具体的には, 全平面の $\lambda_c(t)$ についての平均値より大きい(小さい)場合に, 1(0) という離散値を割り当てる.

2.5 クラスタ形成の時間的変動の性質

次に, このようなエージェントの状態のクラスタが形成される場合の形成までの時間と, これ以降の変化について, シミュレーションにより示す(より詳細な分析は4章人工的データに対する応用例において示す). 図1には Model B/Case S (状態の参照半径 $r = 1$) についてエージェントが 200×200 の大きさの平面の上に配置された場合のエージェントの状態について, 状態の初期値をランダムに与えた場合に時間の経過とともに, 状態が1であるエージェントのクラスタが形成される様子を示している. なお, 図示の都合上, このような平面の一部(50×50 の大きさの平面)だけを示している. 図1の上には経過時間を示している. この図から分かるように, 時間の経過とともにランダムな状態のパターンから, まとまったクラスタの形状へと変化していく.

しかし図1から読み取ることができないがクラスタ形状の周辺部において, 1から0(あるいは逆)に変化するエージェントがあり, クラスタ形状は細かな変化を続けている. これ

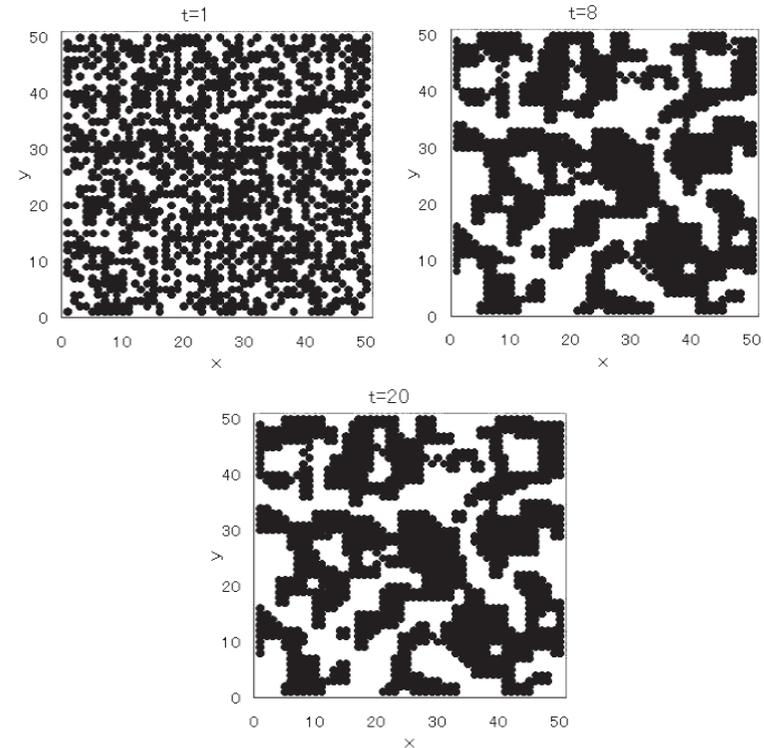


図1 エージェントの状態のクラスタ形成の例 (Model B/Case S, $r = 1$)
 Fig.1 An example of cluster formation of agents (Model B, $r = 1$).

らの状態遷移を繰り返すエージェントは, クラスタの境界部に位置している. これをより分かりやすく説明するために, 図2においては, クラスタを形成するエージェントの状態が, 時刻 t から時刻 $t+1$ にかけて変化する数を, 時間経過とともに示している. 図示の都合上, 途中の時刻から表示している. エージェントが情報を収集する範囲である円の半径 r が $r = 1$ の場合には, 最終的に455のエージェントが状態遷移を繰り返している. また, $r = 1.7$ の場合には, 状態遷移を繰り返すエージェントの数は4と小さいが, やはり存在している. $r = 2$ の場合には変動を繰り返すエージェント数は最終的には0である.

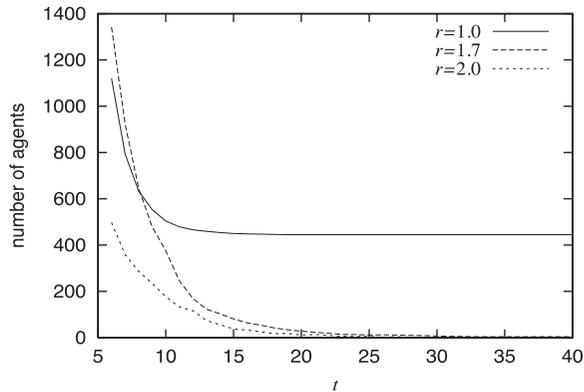


図2 状態遷移を繰り返すエージェントの総数の時間変化

Fig. 2 Number of agents with single state variable whose states continue to change.

3. エージェント行動の選択と行動関数推定

3.1 複数の状態の導入 (Model B/Case M)

これまでのモデル化においては、エージェントが行動を決定する関数は単調で、しかも関数の大きさに比例して利益を増大するケースを考察した。以下では、この仮定を緩和した場合に生じる現象を分析するための拡張を行う。しかしながら、Model L においては、多数回のシミュレーションが必要であり、均衡解を求めるための繰り返し回数が多いなど、基本モデルそのものに制約がある。そのため、ここでは、相対的に分かりやすいモデルである Model B について拡張を行う。具体的には、以下のような制約の緩和を行ったケース、すなわちエージェントの状態が複数であるケースと、エージェントが GP による学習を行うケースをモデルの拡張されたケースとして考える。なお、これらのケースにおけるシミュレーション分析は、4 章人工データに対するシミュレーション例において考察する。

まず、エージェントの状態が複数であるケースへの拡張を説明する。これまでエージェントの状態は 1 つであると仮定したが、たとえば国における人口の移動などでは、エージェントである住民が人口密度だけでなく、いくつかの経済的な指標をもとにして移動を決めていると考えられる。これを考慮して、エージェントの状態を複数に拡張したケースを考察する。まず格子点 c におけるエージェントの特性記述に用いる変数を、複数個 $x_i^c(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$ に拡張する。このケースを Model B/Case M と呼んでおく。ただし、状態変数の間に任意

の状態遷移の関数を許す場合には、解析が困難となるので、以下のような区分関数により表されるケースのみを考察する。この前提条件は、現実の世界ではよく見られる現象である。話を分かりやすくするために、 $x_i^c(t) = 1$ ($x_i^c(t) = 0$) であることを、格子点 c のエージェントがグループ i に参加する (しない) ことを意味することにしておく。また状態変数の並びについて、関連性の強いものが近くに来るように整列されていると仮定する。すなわち、ある格子点 c におけるエージェントについて状態変数 $x_i^c(t)$ により区分されるグループ i への所属の有無は、前後のグループ $i+j$, $j = -M \sim M$ への所属と関連していると仮定する。すなわち、あるエージェントのグループ i への参加決定をする場合 (状態変数の値を求めてグループへの参加を決めることに対応) に、周辺のエージェント k , $k \in S_c$ の状態の中で、 x_i^k だけではなく、前後 $2M+1$ 個の状態 x_{i+j}^k , $j = -M \sim M$ も入力変数として、期待値を計算するように拡張する。ただし、 $i-j$ あるいは $i+j$ が状態ベクトルの範囲 $[1, n]$ を超えた場合には、それぞれ、 $i+j-n$, $i-j+n$ に置き換えることとする (トラス状の対応関係)。なお本論文で考察するケースである Model B/Case M においては、状態数 n と参照範囲 $2M+1$ の関係を、 $n = 2M+1$ とした場合に限定しておく。

このような、ある状態変数の前後の変数も推定に利用する場合に、エージェントが期待する利益は、次のように定義できる。

$$\mu(x_i^c(t-1)) = \sum_{j=-M}^M \sum_{d \in S_c} p(d, c) w_j x_{i+j}^d(t-1), \quad \sum_{j=-M}^M w_j = 1. \quad (16)$$

この期待利益を用い、カテゴリ i のコミュニティへの参加か不参加を決めるエージェントの行動は、次の式で記述できる。

$$x_i^c(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } \mu(x_i^c(t-1)) < \sigma, \\ 0 \text{ or } 1, & \text{if } \mu(x_i^c(t-1)) = \sigma, \\ 1, & \text{if } \mu(x_i^c(t-1)) > \sigma. \end{cases} \quad (17)$$

なお、状態の配列における当該の状態の前後の状態を参照する重み w_j の決定においては、格子点 c にある状態 $x_i^c(t)$ から見た場合この状態自身の重み w_0 が最大で、この状態から離れるに従って小さくなると仮定する。つまり関連度の高いものをより考慮することとなる。このことにより、格子点 c の位置において遷移を決定しようとしている状態変数 $x_i^c(t)$ から関連度離れるに従って、重み w_j を線形で減少させることとし、その最大と最小の比 $A = w_M/w_0$ を $0.3 < A < 0.7$ に設定した場合の特性を求める。なお、このような A の範

困をした理由は、これ以外の範囲では平面上の全部の値が 1 あるいは 0 になるケースが発生し、本論文の目的のクラスタの検証が不可能なケースとなるからである。これらのケースが発生するのは、格子点 c のエージェントを記述する異なる状態変数どうしがほぼ同じ変動となり相関係数が 1 に近い場合やクラスタ形成を判断する変数と他の変数との関連がまったくなくなり相関が 0 となるような場合となっている。

また、格子点 c のエージェントが周辺エージェント d から利益を得る確率 $p(d, c)$ についても、さまざまに変化させることは可能であるが、ここでは、1) 格子点 c から周辺エージェントの格子点 d までの距離に応じて変化させる、2) 格子点 c から格子点 d の方向に応じて変化させる、という 2 つのケースを簡単に考察する。まず、予備実験により格子点 c から離れるにしたがって確率 $p(d, c)$ を小さくした場合には、格子点 c からの周辺の半径 r を縮小した場合と同様の結果となり、確率 $p(d, c)$ を格子点 c から見た周辺格子点 d について、その方向に依存して、(等方的でなく) その数値を一定の方向に偏らせた場合、すなわち確率 $p(d, c)$ を異方的にした場合には、クラスタは形成されなかった。以上のようなことを考慮して本論文では半径 r 内の周辺エージェント (N_c 個) は等確率で利益を得る可能性がある、つまり $p(d, c) = 1/N_c$ である場合だけを考察する。

3.2 GP 手法と合理的期待による行動

すでに述べたように、適合的期待のもとでエージェントが行動する場合には、漸近的な意味で合理的期待のもとで得られる均衡点が見い出せることが分かる。しかし、適合的期待を、学習により、より効率化する場合の結果は興味ある問題である。そのため、観測データから遺伝的アルゴリズムと同様の確率的探索手法である遺伝的プログラミング (GP) 手法を用いて、近似的な意味での合理的期待による行動を実現するための方法を提案する。つまりエージェントが与えられたルールにより行動するのではなく、自身に有利な行動を学習・予測するという仮定を導入する。なお、本論文で用いる GP 手法については多くの記述があるので、その要点のみを付録にまとめておく^{(28), (29), (32)}。

すべてのエージェントが合理的期待による行動を行うことができれば、クラスタ形成までの時間を短縮したり、エージェントが状態遷移を繰り返すような均衡への未収束を回避したりすることができる。これを近似的に実現するには、エージェントが周辺のエージェントの行動 (状態変数) を予測して、これを用いて自身の行動を決定することが 1 つの方法と考えられる。なお本論文で提案するエージェントによる GP 手法を用いた学習の導入と、合理的期待の実現については、次のような制限があることを述べておく。

(1) クラスタ形成の途中の段階で GP 予測を用いる

エージェントの初期状態は乱数を与えて設定される (すなわちランダムな状態からスタートする) ので、最初から GP 予測に基づく行動を用いると、ランダムな状態が継続され、クラスタ形成にはいたらないこととなる。これに対して、エージェントが行う適合的期待による行動は安定的である (すなわち状態の変動が収まる方向に調整される)^{(2), (8)}。このような性質を考慮して、エージェントによる GP 手法を用いた学習の導入による行動選択は、クラスタ形成過程において一定の時間が経過したあとに、適用することとする。

(2) 近似的な手法である

文献 2) において示されているように、時刻 t におけるすべてのエージェントの状態をベクトル μ_t 、この状態の遷移を遷移行列 P として表した場合に、適合的期待のもとでのエージェント行動は $\mu_t = P\mu_{t-1}$ により与えられ、合理的期待のもとでのエージェント行動は状態の関係式が $\mu_t = P\mu_t$ により与えられる。本論文で提案するエージェントが GP 手法により時刻 $t-1$ において時刻 t におけるエージェントの状態を予測して行動を決めるモデルはこの状態予測を $\hat{\mu}_t$ とした場合に、 $\mu_t = P\hat{\mu}_t$ として記述することができる。したがって、あくまでも状態の推定値により、 μ_t を代替している手法であり制限がある。

(3) シミュレーションによる確認

本論文では、上に述べたような GP 手法によるエージェントの合理的期待による行動の近似的な実現に基づいてクラスタ形成を議論しているの、理論的にクラスタ形成の収束やその形成の速度の向上を述べたものではない。このような理由から、本論文では GP 手法によるエージェントの合理的期待による行動の近似的な実現の有効性の確認、すなわちクラスタ形成の収束やその形成速度の向上は、シミュレーション結果の分析によってのみ行っている。

このため GP 手法による関数近似を用いて、次のようなステップで近似的な意味での合理的期待を実現する¹⁵⁾。なお問題を簡単にするためにエージェントは周辺のエージェントのすべての情報 (状態) を入手できると仮定しておく。

(1) エージェントによる周辺エージェントの状態予測

それぞれのエージェントは GP における個体 (関数式) のプールをそれぞれ持っており、GP 手法により周辺のエージェントが次にとるであろう状態を推定する。すなわち、周辺のエージェントの状態変数の現在値を用いて関数を形成し、エージェントが行った周辺のエージェントの状態予測値 $\hat{x}_{i+j}^d(t+1)$ 、 $d \in S_c$ と、実際に次の時刻 $t+1$ に発生した状態 $x_{i+j}^d(t+1)$ との差をもとにして、この個体 (関数式) の適合度 (評価) を計算する。この適合度をもとに周辺エージェントの状態予測と実際の変化が一致する個体の適合度をたかめ

るような遺伝的操作（交叉：部分関数の交換，突然変異：部分関数を新規のランダムなものとの交換）を繰り返す．その適合度の最高値を持った個体の予測値をもとに，周辺のエージェントの時刻 $t+1$ における行動を予測し，これにより格子点 c におけるエージェント自身は時刻 $t+1$ における状態を決定する．すなわち，格子点 c にあるエージェントは，格子点 d のエージェントの次の時刻 $t+1$ での状態 $x_{i+j}^d(t+1)$, $j = -M \sim M$, $d \in S_c$ を GP 手法により予測する．この値をもとにして，式 (3), (4) あるいは (16), (17) に従いながら，次の時刻 $t+1$ における状態 $x_i^c(t+1)$ を決定する．

(2) GP 手法による予測の適用のタイミング

原理的には，上に述べたようにエージェントは GP 予測により，次の時刻 $t+1$ における行動を決定するが，十分な学習期間を経過する時刻まではエージェントは適合的期待により行動（これを関数 $f_A(\cdot)$ で代表させる．具体的にはこれは式 (3) および式 (16) における関数 $\mu(\cdot)$ である）をしており，瞬間的に合理的期待に GP による状態予測関数を用いた行動（これを $f_G(\cdot)$ としておく．これは式 (3) および式 (16) における関数 $\mu(\cdot)$ 計算で，変数を時刻 $t-1$ の値ではなく時刻 t における予測値に置き換えたものである）に切り替えることは，行動に大きな差異を生じさせ，結果的にはクラスタ形成の傾向が中断されクラスタが崩壊する．すなわち，適合的期待に基づくエージェント行動のもとではクラスタ形成の中間段階（収束するまでにはいたらない）にあるが，瞬間的に GP による状態予測に基づく合理的期待に行動に切り替えると，クラスタは崩壊してランダムな状態に戻る．このことを考慮して，本論文では，関数 $f_A(\cdot)$ から $f_G(\cdot)$ への切替えを行う段階で，これら 2 つの重み付き平均により行動を決定すると仮定し，時間の進行とともに徐々に $f_G(\cdot)$ の比重を増していくことにする．具体的には， $f_A(\cdot)$ から $f_G(\cdot)$ への切替えを開始する時刻を $t = T_B$ として，この時刻以降 t における格子点 c のエージェントから見た格子点 d の周辺エージェントの行動予測について，次の式を用いることにする．

$$(1 - \eta)f_A(\cdot) + \eta f_G(\cdot), \eta = 0.14(t - T_B), t \leq T_B + 5. \quad (18)$$

この η の右辺の係数については理論的のものではなく，事前のシミュレーションにより，状態遷移数が増加することがなく最適と考えられる値 0.14 を設定している．時刻 $t = T_B + 6$ 以降においては，行動予測に関数 $f_B(\cdot)$ だけを用いる．切替えの開始時刻 T_B については，1) 適合的期待による行動によりある程度のクラスタが形成されていること，2) 局所的交流の範囲 r に依存すること，を考慮して状況に応じて変化させている．たとえば， $r = 1, 1.7$ では，それぞれ $T_B = 25$, $T_B = 30$ としている．

(3) 変数の解釈

通常の GP 手法においては，個体に含まれる変数は，そのまま変数の値を代入して解釈を行い，関数値を求める操作で十分である．しかしながら，本論文で議論するような，周辺のエージェントの状態も参照する場合には，変数を個体にそのまま含ませるには，扱うべき変数の個数が増加し，個体の長さが長大となる．このようなケースにおいては，GP 学習の時間も長くなり，関数近似に不都合となる．したがって，本論文では，次のような代替的な手法を用いて，変数の個数の増加を回避している．

すなわち，エージェントの状態 $x_i^d(t)$ の前後を含む状態 $2M + 1$ 個の状態を参照して周辺エージェントの次の期の状態予測を行う問題においては，変数 $x_i^d(t)$ は変数の前後を含めた $\sum_{j=-M}^M w_j(t)x_{i+j}^d(t)$ として解釈するように変更する．すでに述べたように，変数にかかる係数である $w_j(t)$ は，その最大の重みと最小の重みとの比率を表す A だけにより記述できるように簡単化している．この A は，すべてのエージェントに共通する数値として設定し，GP による関数近似とは並行して遺伝的アルゴリズム (GA) を用いて決定している．

4. 人工的データに対する応用例

4.1 局所的交流とクラスタの大きさ

以下では，平面上の局所的交流により行動決定するエージェントのクラスタの形成について，シミュレーションをもとに議論する．まず，2 つの基本モデルでのエージェント挙動を分析する．以下ではこれらの基本モデルごとに，エージェント状態のクラスタ形成についてまとめていく．シミュレーションの条件を以下にまとめておく．

- 平面の大きさ：200 × 200
- エージェントが情報収集する範囲：半径 $r = 1, 1.7, 2$ の円
- Model B のパラメータ：Model B/Case S: $n = 1$, Model B/Case M: $n = 2M + 1$, $M = 1, 2$
- Model L のパラメータ： $L = 20$, $\mu = 0.4$, $\alpha = \beta = 1$, $\sigma = 5$, $\gamma = 0.4$
- 商品輸送コスト T : $T = 2.8$

ここで半径 r の設定において 1, 1.7, 2 の 3 つを設定した理由は次のようなものである．まず格子間隔は整数であり r は半径なので 2 以下の r としては 1, 1.7, 2 のみで十分で，たとえば 1.2 などは 1 と同じ結果となる．また 2 より大きい r についてはシミュレーション実験においてすべての格子点がクラスタ (1 あるいは 0 の状態) へ収束し，状態遷移を繰り返す格子点はなく，収束時間に関しても r とほぼ同様の値となったためこの 3 つの r についてのみまとめている．Model B/Case M では状態変数が多数あり，それぞれの状態変数

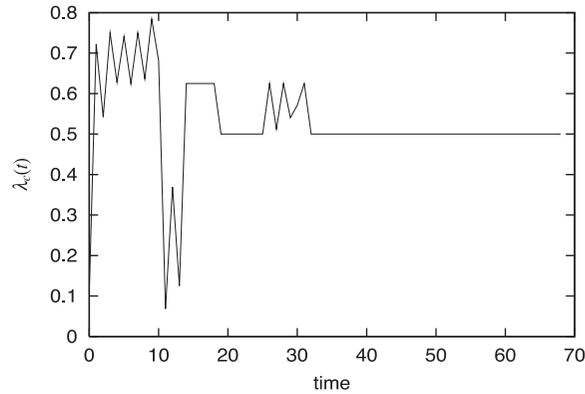


図 3 ある格子点 c における $\lambda_c(t)$ (連続値) の変動

Fig. 3 An example of chaotic fluctuation of $\lambda_c(t)$ (continuous value) at a certain lattice point c .

についてクラスタ形成を見ることが出来る．人工データのシミュレーションにおいてはどの変数を用いてもクラスタ形成状況については同様の傾向となるので，シミュレーションにおいてクラスタ形成状況の判断は x_1 を用いることとする．

図 3 には Model L について，ある格子点 c (地域を意味する) の雇用率 $\lambda_c(t)$ が収束するまでの途中の時間変化を示している．また，図 4 にはエージェントのクラスタ形成の結果の例を示している．Model B/Case S におけるエージェントのクラスタ形成の例は前の章で示したので，ここでは省略する．図 4 では時間が十分に経過したあとに，クラスタが形成された状況だけを図示しているが，この図から分かるように，Model L においても，状態の連続値をある閾値 (全平面の値 $\lambda_c(t)$ の平均値とする) で区分した場合のエージェントの (2 値化された) 状態 (これを $x(t)^c$ とする) は，クラスタを形成することが見てとれる．なお Model L においては Model B とは異なり，最終的にクラスタの形状が形成されたあとの，形の変動 (部分的に変動を繰り返す格子点の存在) は見られない．

2.5 節で事例として示したように，Model B/Case S，つまり状態数が 1 つの場合には，情報収集の円の半径 r が $r = 1, 1.7$ のときに，時間が十分に経過したあとでも，エージェントの状態の遷移が部分的に継続されている．同様なことが，エージェントの状態が複数の場合にも観測される可能性があり，この状況を確認するため，図 5 には時刻 t と $t + 1$ において，平面における格子点 c でのエージェントの状態の値が変化している数 R_c を，時間の経過とともに観測する．結果として，エージェントが適恰的期待で行動する場合には， $r \leq 1.7$

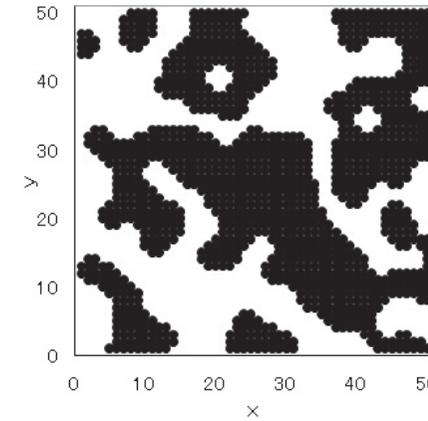


図 4 離散化された状態 x^c のクラスタ形成の例 (Model L)

Fig. 4 An example of change of x^c along time (Model L).

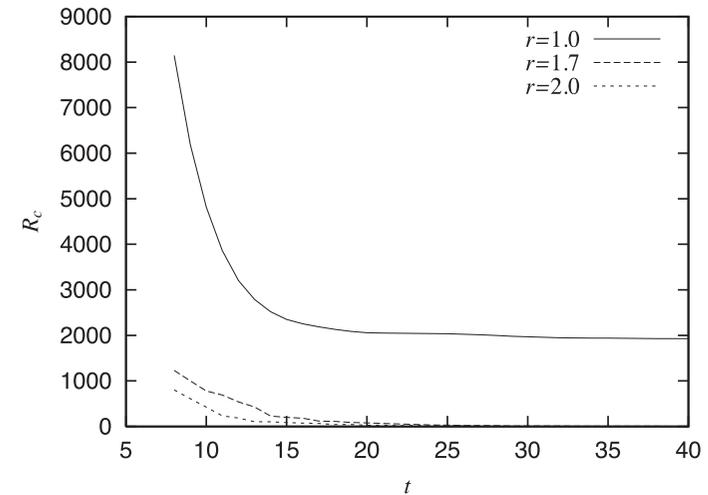


図 5 クラスタへの収束 (時刻 $t, t + 1$ の間の $\lambda_1(t)$ の状態遷移数 R_c : Model B/Case M)

Fig. 5 An example of convergence to cluster (ratio R_c representing changes in $\lambda_1(t)$ from time t to $t + 1$: Model B/Case M).

29 局所的交流による行動決定と状態遷移を行うマルチエージェントからなる平面上のエージェント・クラスタ形成分析

表 1 クラスタ形成までの時間 T_c とその後のエージェント状態遷移数 R_c (欄中では $T_c(R_c)$ で示す)

Table 1 Time T_c necessary to form clusters and the number of agents R_c who change the state after T_c (denoted as $T_c(R_c)$ in columns).

	$r = 1$	$r = 1.7$	$r = 2$
Model B/Case S	19.3(445.4)	33.3(4.4)	31.5(0)
Model B/Case M, $M = 1$	39.3(1928.2)	39.1(5.4)	31.2(0)
Model B/Case M, $M = 2$	30.3(2321.1)	34.1(6.1)	34.3(0)
Model L	69.3(0)	129.1(0)	151.2(0)

においてはクラスタへの形状は固定的な形状の間を時刻ごとに移動し、1つのパターンには収束していない。

表 1 にはこのようなクラスタ形成までの時間と、その後のクラスタ形状の変化を、Model B/Case S と Model B/Case M、および Model L についてエージェントの初期状態を変化させながら、50 回のシミュレーションを実行した平均値を結果としてまとめている。表の欄中には $T_c(R_c)$ という形式で示している。 T_c は固定的なクラスタが形成されるまでの経過時間であり、 R_c はこの経過時間 T_c のあとでも、平面におけるエージェントの状態が変化している個数 R_c を示している。

この表 1 から分かるように、参照する近隣の格子点の範囲を表す半径 r が Model B/Case S では半径 r が 1 (上下左右の隣接 4 点参照), 1.7 (周辺 8 点参照), 2 (周辺 8 点と上下左右の 2 点参照) と増えるに従い状態遷移数 R_c は減少する。クラスタ形成までの時間 T_c は周辺半径が $r = 1$ から $r = 1.7$ では増加し、 $r = 1.7$ から $r = 2$ では減少している。Model B/Case M についても $M = 1, 2$ のどちらの場合においても R_c の減少は見られる。収束時間については $M = 1$ の場合は半径 r の増加にともない、わずかに減少傾向にあり、 $M = 2$ では逆に増加傾向となっている。このように Model B/Case S, Model B/Case M の状態遷移数については、エージェントが周辺との交流を広くする (r が 1, 1.7, 2 と増える) に従い明確に減少している。一方、クラスタ形成までの時間については明確な傾向は見られない。

Model L については半径 r が増えるに従い周辺格子点の状態の影響を受け状態が定まらず、Model B と同様に収束までの時間がしだいに長くなっている (ただし、表からは省略しているが $r > 2$ では収束までの時間が長くなることはなくほぼ $r = 2$ と同様の結果となる)。ただし、クラスタ形成後についてエージェントの状態が 1 から 0 へ (あるいは逆) 変化する数 R_c は 0 である。

また表 2 には、局所的交流の半径 r と、形成されるクラスタの大きさの関係をまとめて

表 2 局所的交流の半径 r とクラスタの擬似的半径 p_r の関係

Table 2 Relation between the radius r of local interaction and pseudo-radius p_r of clusters.

	$r = 1$	$r = 1.7$	$r = 2$
Model B/Case S	5.3	7.4	10.3
Model B/Case M, $M = 1$	5.6	8.2	11.4
Model B/Case M, $M = 2$	4.7	8.1	10.1
Model L	6.7	16.4	22.4

いる。しかしながらクラスタは、島の形状をしたものが連続しており、その境界も明確に区分できないケースが多い。そこで Model B, Model L ごとに、交流 (参照) 半径 r とクラスタの相対的に大きな島の形状をしている部分を真円でカバーした場合のその擬似的な半径の平均 p_r を示している。表 2 より Model B/Case S, Model B/Case M ともに参照半径 r が大きくなるに従いクラスタの擬似的半径 p_r は増加していることが分かる。Model L については Model B と比較し、クラスタサイズが大きくなる効果が強く現れている。結果は省略しているが、どちらのモデルにおいても $r > 2$ の範囲においてはこれ以上擬似的な半径は大きくなり $r = 2$ とほぼ同じサイズとなった。

Model B の Case S と Model B/Case M に関しては Model B/Case M は Model B/Case S の拡張で、状態数が多くなっており、 $r = 1$ では収束までの時間 T_c は Model B/Case M の方が約 2 倍と長く、また状態変化を繰り返す格子点数も約 5 倍と多く発生している。これら差異は参照する周辺半径 r が 1.7, 2 と大きくなるに従い小さくなり、 $r \geq 2$ ではほとんど差は見られない結果となった。また、現実の問題への適用可能性という点を考えると単純に 1 つの状態変数のみで表されるケースは多くないと考えられ、状態変数が多数の Model B/Case M がより一般的であるといえる。

4.2 GP 学習するエージェントの状態のクラスタ形成

次に、複数の状態を持つエージェントからなる平面における、GP 学習するエージェントの状態のクラスタ形成について議論する。シミュレーションの条件を以下にまとめておく。

- セル平面：200 × 200
- Model B/Case M での状態の参照： $M = 1 \sim 2$
- GP における個体プールの大きさ：共通するプールのみで 1000 個体
- GP における個体の配列の長さ：20 ~ 30
- GP 適用回数：シミュレーションの 1 時刻進行ごとに 50 回の GP 操作 (交叉, 突然変異それぞれ)

ここで、GP における個体プールはエージェントの数が膨大であるので、エージェントごとに個体を仮定した場合にはデータ量がきわめて大きくなり、シミュレーションを厳密に実施することは困難である。したがって本論文では、すべてのエージェントが共通の個体プールを用いると仮定している。

表 3 には、GP 手法を用いて推定されたエージェント行動決定関数の形の例を示している。ただしこの関数の形は、適合的期待によるエージェント行動を推定したものではなく、エージェントが時刻 t においてとるであろう行動を式 (17) から得るための周辺エージェントの状態予測式を時間変数 $x_i^d(t-k)$ により推定したものである。図 6 には Model B/Case

表 3 GP 手法によるエージェント行動決定関数推定の例

Table 3 An example of estimated functional form for decision function of agent based on the GP method.

cases	$r = 1, M = 1$	Err
Model B/Case S	$x(t) + [-0.62 - [x(t-2) - 0.01]] + 0.01x(t-2) + 0.79$	0.00012
Model B/Case M	$x(t) - [x(t-3) - [(-0.12)[2x(t) + x(t-3) + 0.14x(t)]]]$	0.023
cases	$r = 1.7, M = 2$	Err
Model B/Case S	$0.22[x(t-3)] - 0.96[x(t-2) + x(t) + 0.1$	0.0011
Model B/Case M	$x(t) - [x(t-3) - [(-0.12)[0.01[x(t-1) + 0.04 + x(t-3) + x(t)]]x(t-3) + x(t-2)]]]$	0.021

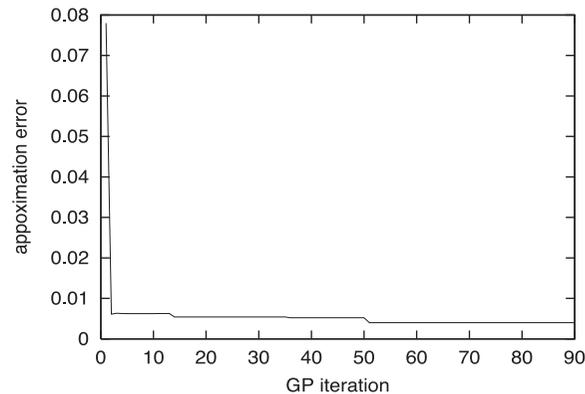


図 6 GP 手法によるエージェント行動決定関数の推定誤差の変化の例 (Model B/Case M)

Fig. 6 An example of change of approximation error by using the functional approximation to decision rules of agents based on the GP method (Model B/Case M).

M における GP 手法による状態変数予測関数近似を行った場合の、平方 2 乗誤差の変化の様子を、横軸に世代をとって示している。誤差はエージェントが行う 1 つの状態 $x_i^d(t)$ についての、推定誤差の平均値である。この図から約 50 世代で誤差は収束していることが分かる。

図 7 には、Model B/Case S について $t = 20$ 以降において GP 推定されたエージェント行動決定関数を用いて行動をした場合の状態のクラスタへの収束の状況を、状態遷移を行っているエージェントの総数 R_c の変化として、GP 予測を用いた結果と用いない結果 (図 2 と同じ値) を示している。ただし、どの格子点における、どの状態の変化もほぼ同様であるので、図では任意の格子点におけるエージェントの状態変化を示している。

図 8 には、Model B/Case M ($M = 1$) について、同様に $t = 25$ 以降において GP 推定されたエージェント行動決定関数を用いて行動をした場合と GP 予測を用いない場合 (図 5 と同じ値) のクラスタへの収束の状況 R_c を示している ($r = 1.7$ と $r = 2.0$ については GP 学習あり、なしの結果はほぼ重なっており、図からは明確に読み取れないので、後の表 4 より数値的に読み取ることとする)。

まず Model B/Case S (図 7) については、GP 学習なし、GP 学習あり結果から、少なくともクラスタが形成されないでエージェントの状態が 1 から 0 へ (あるいは逆) 変動するケースはなくなり、しかも、それぞれのケースについてクラスタ形成までの時間が短縮さ

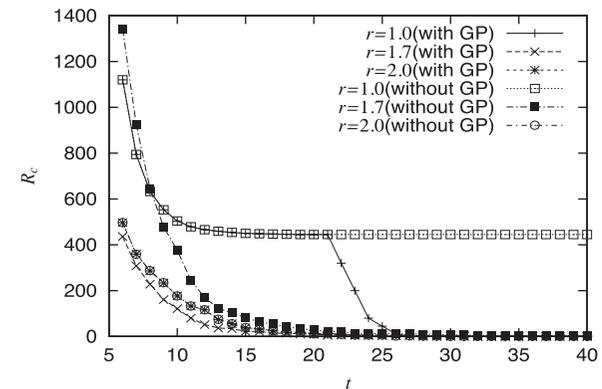


図 7 ある状態の状態遷移個数 R_c の時間変化の例 (Model B/Case S)

Fig. 7 An example of change of number of state denoted as R_c for a certain variable (Model B/Case S).

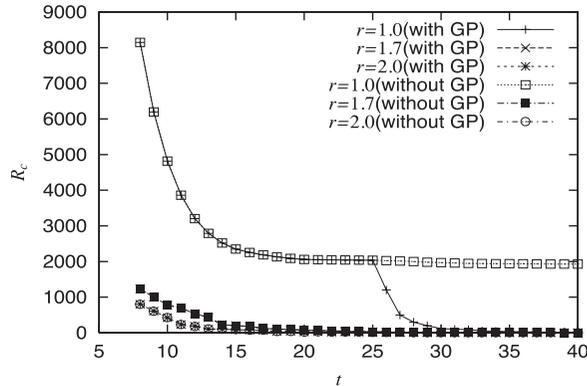


図 8 ある状態の状態遷移個数 R_c の時間変化の例 (Model B/Case M)

Fig. 8 An example of change of number of state denoted as R_c for a certain variable (Model B/Case M).

表 4 エージェントが GP 手法により行動決定する場合の T_c および R_c の変化 (欄中では $T_c(R_c)$ で示す)
Table 4 Changes of T_c and R_c for state variables when agents behave based on the GP method (denoted as $T_c(R_c)$ in columns).

	$r = 1$	$r = 1.7$	$r = 2$
Model B/Case S	26.3(0)	32.1(0)	28.2(0)
Model B/Case M, $M = 1$	42.1(0)	40.2(0)	29.2(0)
Model B/Case M, $M = 2$	34.4(0)	35.2(0)	31.3(0)

れていることが確認できる。このようなことから GP 手法を用いてエージェントの行動決定を改善する効果は存在すると分析される。

同様に Model B/Case M (図 8) については GP 学習なしと比較し、GP 学習ありの場合はクラスタ形成の速度には大きな変化はないが、表 1 の結果において Model B/Case S, Model B/Case M に見られたようなクラスタ形成後、一部の格子点 (50 回のシミュレーションの平均で 1928.2 個) のみ状態遷移を繰り返すケースでも GP 学習を導入することにより、すべて 0 あるいは 1 へと収束している。

これを数値として確認するために、GP 手法によりエージェントが行動を決定する場合について、クラスタ形成までの時間 T_c と、その後において状態遷移を繰り返すエージェントの数 R_c をまとめたものを表 3 に示す。表の欄中には $T_c(R_c)$ という形式で示している。こ

の結果を表 1 の数値と比較することにより、GP 手法によるエージェント学習の効果を確認すると一部の変動を繰り返す状態遷移数 R_c は減少したことが確認される、収束までの時間 T_c については $r = 2$ については GP 学習を用いない図 1 と比較し短くなっていることが確認できる。 $r = 1, 1.7$ については一部の変動を繰り返す格子点が収束へと向かい、全体が収束するので、この完全な収束に向かう分だけ余分に時間が必要となり、 T_c は減少が確認できず、増加しているケースも存在する。すなわち、エージェントの GP 学習による合理的期待による行動の近似的な実現の効果を、理論的に証明することはできないが、エージェントが GP 学習をしないケースにおいてはクラスタ形成が実現しない (一部が変動を続ける) ケースでも、本論文の手法により学習を導入することにより収束と向かっていることが確認できる。

GP による学習では自己と周辺エージェントの 1 期先の状態を最大 3 期前までの状態を用い予測を実施することにより得た 1 期先の状態変数を用い行動を決定することとなる。よって単に式 (16) により行動するよりもさらに 1 期先を予測して行動をしていることとなり、さらには用いる情報にも違いがあり単純な比較はできないが、GP による状態変数の予測式の予測が適切に実施され、クラスタが式 (16) のみにより行動する場合に比べて、図 7, 8, 表 4 に示すように状態遷移を繰り返す格子点が少なくなっていると考えられる。

5. 観測データからのエージェント行動推定の考察

5.1 観測データからのエージェント行動推定

次に、現実のデータを用いて、エージェントが状態遷移において使用する行動決定関数を GP により推定する問題を考察する。これまで述べてきた Model B/Case M においては式 (16), (17) に示すように、格子点 c のエージェントは時刻 $t - 1$ における周辺のエージェント $d, d \in S_c$ の状態の総和を用いることにより、次の時刻 t の状態を決定すると仮定している。この問題の逆問題といえるものとして、エージェントの状態の時系列が与えられた場合に、式 (16) の状態 $x_{i+j}^d(t - 1)$ の関数 $\mu(x_i^c(t - 1))$ が、どのような形状をしているかを推定する問題を考える。すなわち、周辺のエージェント d の状態の単純な総和ではなく、非線形を含む状態 $x_{i+j}^d(t - 1)$ の関数 $\mu(x_i^c(t - 1))$ により、式 (16) の計算がなされているとの仮定を導入すると同時に、この関数の形を GP 手法を用いて推定する問題である。この $\mu(x_i^c(t - 1))$ の値が、 σ を閾値として $x_i^c(t)$ を式 (17) の出力を 0 あるいは 1 に設定する規則は変更しないものとする。現実に観測されるクラスタ形成においては、Model B/Case M のように周辺のエージェント状態の総和を用いて行動決定を行う単純なケースではない

場合が多数発生すると考えられ、現実問題のエージェントの行動を推定する意味で興味ある問題であるといえる。

以下の事例では、日本における都市への人口集中（逆に山間地においては過疎化）および米国における白人居住の縮小（逆に非白人居住の拡大）をクラスタ形成の過程として分析し、エージェントである自治体（州）単位の住民集合の行動決定関数を推定する。つまり日本においては自治体、米国においては州を1つの単位と見なし、それら自治体（州）に住む住民（白人）が周辺自治体（州）の状態（老齢率や企業所得など）を観察し移住の決定がなされ、結果として人口密度（白人比率）が変化すると仮定する。

ある格子点（地域） c において日本における人口集中、米国における白人居住の縮小を Model B と同様に状態 $x_c(t)$ として、この状態を設定（変更）するために、エージェントがどのような決定をしているかを推定する。これら決定関数では周辺エージェントの状態 $x_{i+j}^d(t-1)$ を用いると仮定した場合に、これまで述べてきたエージェントの行動決定関数 $\mu(x_{i+j}^d(t-1))$ がどのような形状をしているかを GP による推定することとなる。これにより人口集中あるいは白人居住の縮小に影響する状態変数の特定と、その変数を含む関数 $\mu(\cdot)$ の形状を推定することができ、エージェント行動、人口集中、白人比率の縮小の原因を分析することが可能となる。

以下では、日本における都市への人口集中（Model B/Case J と呼ぶ）および米国における非白人居住の拡大（Model B/Case U と呼ぶ）をエージェント行動によるクラスタ形成の過程として分析するための、基本的なデータの概要を示す。用いたデータはすべて公開されているものであり、提供団体は日本については総務省統計局、国土地理院、国税庁であり、米国では Census Bureau, Bureau of Economic Analysis である³³⁾。データの収集期間は日本・米国どちらも、1960年から2005年まで5年ごとの10年分の観測値である。Model B/Case J, Model B/Case U では利用できる変数に制限があり、生産エージェントについての生産関数の推定を必要とせず、人口密度や白人比率が高いほど有利となる Model B を適用している。

データ収集の単位は日本では都道府県ごと、米国では州ごとであるとし、日本（米国）では自治体（州）を1つのエージェントと見なす。具体的には、日本（米国）の場合 10×13 (8×13) の格子点を持つ長方形を日本地図（米国）を覆うようにあてはめ、格子点から最も距離の近い自治体（州）をエージェントとしてあてはめていく。ただし、実際の自治体（州）の配置をそのまま2次元平面に置き換えると、格子点よりも自治体（州）が密集している部分においてエージェントの距離が必要以上に離れるといった問題が発生する。この

ため、地図上の実際の距離が他の自治体（州）との距離よりも近いにもかかわらず、格子点上で隣接していなかったり、周辺に1つもエージェントがない場合には距離的に近い自治体（州）をダミーとして周辺格子点へ配置しておく。ダミーはシミュレーションにおいては、元の自治体（州）の同じエージェントと見なして処理している。つまり、このダミーの自治体（州）については情報を参照するのみで状態遷移は元の自治体の状態変数の単なるコピーを用いる。あくまでもエージェントの配置における隣接関係だけを取り出して、2次元平面上での、相互の位置関係を決定している。

表5には日米の例についてエージェントの特徴を記述する観測データを変数としてまとめたものを示している。この表の中で y は Model B の $x_i^c(t)$ と同様にクラスタ形成を説明するための変数であり、変数 x_i は、この y をエージェントの行動決定関数の結果と見なした場合の関数に含まれる変数である（Model B の $x_{i+j}^d(t-1)$ に該当）。日本については47都道府県について表5の y, x_1, x_2, \dots, x_9 のデータを10年分、よって 47 （都道府県） $\times 10$ （変数） $\times 10$ （年）を観測値として得られているとし、米国では48（州、アラスカ、ハワイ除く） $\times 8$ （変数） $\times 10$ （年）の観測値が得られているとしている。変数の数値はすべて住民あたりなど相対的な数値に変換し、相互比較が可能なものにしていく。なお変数によっては、複数の時系列を総合して整合性を保ち、GP手法による関数推定のための変数の値域をそろえるため、対数をとったり、傾向線で割ったりするなどの補正を行っている。また変数の間には相関が存在するものもあり、すべての変数をエージェントの行動決定関数に用いる必要はないので、最終的な関数推定の結果には、表4の中の変数がGPにより選択的に含まれている（詳細は結果を説明するところで述べる）。

表5 日本（Model B/Case J）と米国（Model B/Case U）の自治体基本データ（変数）
Table 5 Basic data (variables) for local government of Japan (Model B/Case J) and the USA (Model B/Case U).

y	人口密度（人/平方 Km）	y	白人比率（住民 1000 人あたり）
x_1	老齢率（住民 1000 人あたり）	x_1	人口密度（人/平方 Km）
x_2	企業所得（円）	x_2	企業所得（ドル/社）
x_3	企業数（会社数）	x_3	住民所得（ドル/人）
x_4	住民所得（円）	x_4	犯罪発生率（住民 10 万人あたり）
x_5	勤労者数（人）	x_5	移転所得（ドル/人）
x_6	第1次産業数（企業数）	x_6	実質移転所得（ドル/人）
x_7	第2次産業数（企業数）	x_7	年金生活者数（住人 1000 人あたり）
x_8	第3次産業数（企業数）		
x_9	高速道路通過数（道路本数）		

なお、3.2 節で Model B/Case M の状態遷移数を減少させるために状態変数の GP 予測を用いたが、ここでは状態遷移数を減少させることが目的ではなく周辺自治体（州）の状態変数 (x_1, x_2, \dots) と人口密度（白人比率） y の関係性（移住決定関数）を推定する目的のみに GP を利用する。この目的の違いから 3.2 節では周辺の状態推定精度を上げるため 3 期過去の値まで用いていたが、Model B/Case J, Model B/Case U では周辺自治体（州）の状態（変数）と各自自治体（州）の人口密度（白人比率）の関係が明確となるように 1 期前の値のみを用いることとする。

GP 手法による関数推定により、式 (17) の行動決定関数の $\mu(x_i^c(t-1))$ 、(つまり式 (16)) を求めることとなるが、用いる変数 x_1, x_2, \dots はその時刻において平均の値より大きい (1) か小さい (0) かにより、2 値化された値を変数 x_i として用いている。これにより式 (17) と同様な行動決定により日本（米国）における人口密度（白人比率）、つまり y が全地域の平均より大きい (1) か小さい (0) の 2 値の予測出力を得ることができる。GP により学習された行動決定関数の $\mu(x_i^c(t-1))$ の推定式の評価はこの 2 値化された実際の y の値の正確さ（正しく予測できたデータ数）により与える。これらのことより Model B/Case J, Model B/Case U は行動決定関数が GP 学習の結果非線形となる場合があるが、Model B/Case M の拡張モデルとなっている。

5.2 エージェント行動決定関数の GP 推定

クラスタ形成の過程は、日本では自治体ごとの人口密度の変化を、米国では州ごとの白人人口比率を、平均以上（以下）を点 1 (0) として表現したパターンを得る。図 9 には格子点のエージェントの状態 (y) が周辺と同じものとなる割合（確率） P_S 、すなわちクラスタの大きさに対応する量の時間変化を示している。この P_S の定義においては、隣接するエージェントどうし関係だけを用いている。すなわち格子点 (i, j) における y の値を $y^{(i,j)}$ とした場合に、この格子点について以下ようになる。

$$P_S^{(i,j)} = \sum_{k=-1,1} \sum_{l=-1,1} I_{k,l}/5, \quad I_{k,l} = \begin{cases} 1, & \text{if } y^{(i,j)} = y^{(i+k,j+l)}, \\ 0, & \text{if } y^{(i,j)} \neq y^{(i+k,j+l)}. \end{cases} \quad (19)$$

この値を平面上に配置された全部のエージェントについて平均したものが P_S である。他の変数の傾向を図示することは省略するが、変数 y の P_S は他の変数 x_i の P_S よりやや大きく、次第に一定値に収束していった。

表 6 には、推定されたエージェント行動決定関数を示している。なお、関数推定の誤差は、現実のデータを用いた推定であるため、直前に与えた人工的なデータのケースよりは、

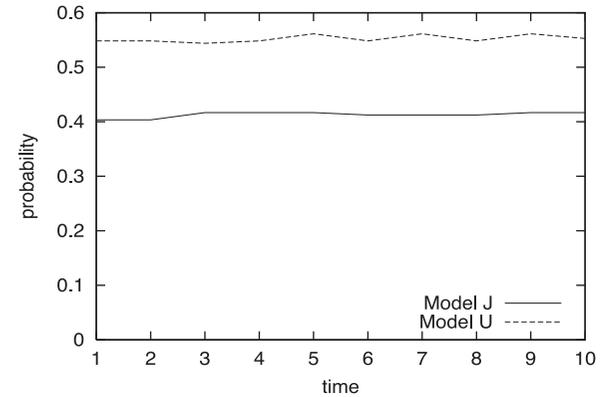


図 9 日本 (Model B/Case J), 米国 (Model B/Case U) において格子点のエージェントの変数 y が周辺と同じである確率 P_S の時間変化

Fig. 9 Changes of probability P_S showing that the variable y of an agent on a certain lattice is the same as neighbors in Japan (Model B/Case J) and USA (Model B/Case U).

表 6 GP 手法により推定されたエージェント行動決定関数

Table 6 Estimated functional forms of behavioral decision function of agents based on the GP method.

models	
Model B/Case J	$x_5 + x_1 [0.524(x_1 + x_3 - x_2 - 0.885) - x_1 x_5]$
Model B/Case U	$0.438 + 0.561x_1 + 0.801(x_2 - x_3)$

やや大きくなっており、Model B/Case J, Model B/Case U においてそれぞれ、0.13 および 0.054 である。この関数推定の結果から、自治体における住民をエージェントと見なした場合の行動は、次のように整理することができる。まず Model B/Case J においては、クラスタ形成に影響を与えている変数は x_1, x_2, x_3, x_5 であり、企業数や住民の所得など経済活動のほかに、高齢人口も関連していることが分かる。次に Model B/Case U において x_1, x_2, x_3 の変数だけがクラスタ形成に関係しており、州における白人人口の動向、すなわち白人の定住は、所得に大きく左右されていることが分かる。

また、GP により推定された行動決定関数により状態遷移を継続すると Model B/Case U, Model B/Case J のそれぞれについて 3 個のクラスタが形成された。しかしながら Model B/Case U におけるクラスタは相互に分離されているのと比較して Model B/Case J の場

合には一部で連結されている。またそれぞれの3つのクラスタの大きさは Model B/Case J におけるよりも Model B/Case U において開きが拡大している。なおこの場合のクラスタの大きさはクラスタの面積と同じ面積となる真円でカバーした場合の半径として定義しており、Model B/Case U においては半径 3.5, 1.3, 1.2, Model B/Case J においては半径 1.5, 1.5, 1.2 となっている。これは Model B/Case U では平面に近い部分が中心を占める地理的な配置がクラスタ拡大に影響しているためと思われる。

6. むすび

本論文では、局所的な交流に基づく状態遷移を行うマルチエージェントからなる平面におけるクラスタ形成分析について示した。エージェントの挙動解析について、2つのモデルと拡張を示し、局所的交流とクラスタの特性との関係などを議論した。またエージェント行動決定関数を、エージェント行動の観測データから推定する手法について述べた。また現実のデータに対する応用例において都市の地理的な配置の違いや観測する時系列に応じたクラスタ形成の違いを論じた。

今後、GP 予測手法の拡張によるクラスタ形成における制御や、現実に観測されるクラスタ形成の分析について検討を進めていきたい。

参考文献

- 1) Arrow, K.J. and Debreu, G.: The existence of an equilibrium for a competitive economy, *Econometrica*, Vol.XXII, pp.265–290 (1954).
- 2) Oomes, N.: Local trade networks and spatially persistent unemployment, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.27, pp.2115–2149 (2003).
- 3) Kranton, R.: Receptlocal exchange, a self-sustaining systems, *American Economic Review*, Vol.86, No.4, pp.830–851 (1996).
- 4) Coe, D.T., Subramanian, A. and Tamirisa, N.T.: The missing globalization puzzle, *IMF Working Paper*, WP/02/171, International Monetary Fund, Washington DC. (2002).
- 5) Cooper, R. and John, A.: Coordinating coordination failure in Keynesian models, *Quarterly Journal of Economics*, Vol.103, No.3, pp.441–463 (1988).
- 6) Outkin, A.V.: Cooperation and local interactions in the prisoners' dilemma game, *Journal of Economic Behavior & Organization*, Vol.52, pp.481–503 (2003).
- 7) Tesfatsion, L.: Structure, behavior, and market power in an evolutionary labor market with adaptive search, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.25, pp.419–457 (2001).

- 8) Durrett, R. and Steif, J.E.: Fixation result for threshold voter systems, *Annals of Probability*, Vol.21, No.1, pp.232–247 (1993).
- 9) Parunak, H.V.D., Savit, R., Brueckner, S.A. and Sauter, J.: Experiments in indirect negotiation, AAAI Technical Report FS-01-03, pp.70–78 (2001).
- 10) Savit, R., Manuca, R. and Riolo, R.: Adaptive Competition, Market Efficiency, and Phase Transitions, *Physical Review Letters*, Vol.82, No.10, pp.2203–2206 (1999).
- 11) Currie, M. and Kubin, I.: Chaos in the core-periphery model, *Journal of Economic Dynamics & Control*, Vol.60, pp.252–275 (2006).
- 12) Puga, D.: Urbanization patterns: European versus less developed countries, *Journal of Regional Science*, Vol.38, pp.231–252 (1998).
- 13) Krugman, P.R.: Increasing returns and economic geography, *Journal of Political Economy*, Vol.99, pp.483–499 (1991).
- 14) 高木 昇, 時永祥三: 平面上における協働エージェントの配置パターンに出現するカオス性変動の解析とその制御, 信学技報, Vol.NLP108-477, pp.65–70 (2009).
- 15) 池田欽一, 時永祥三: 局所的交流に基づく状態遷移を行うマルチエージェントからなる平面上におけるクラスタ形成分析と遺伝的プログラミングによる推定手法の応用, 数理モデル化と問題解決研究会研究報告(発表予定)(2009).
- 16) Conway, J.H.: Real-time computation by n-dimensional arrays of finite-state machines, *IEEE Trans. Comput.*, Vol.18, No.4, pp.349–365 (1969).
- 17) Gardner, M.: Mathematical games, *Scientific American*, Vol.223, pp.120–123 (1970).
- 18) 池田欽一, 時永祥三, 呂 建軍: 遺伝的プログラミングと遅延トモグラフィを用いたネットワーク構成の同定と内部遅延時間の推定, 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用, Vol.47, No.SIG 1(TOM 14), pp.12–18 (2006).
- 19) Chen, X. and Tokinaga, S.: Approximation of chaotic dynamics for input pricing at service facilities based on the GP and the control of chaos, *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.E85-A, No.9, pp.2107–2117 (2002).
- 20) Ikeda, Y. and Tokinaga, S.: Controlling the chaotic dynamics by using approximated system equations obtained by the genetic programming, *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.E84-A, No.9, pp.2118–2127 (2001).
- 21) 陳 暁榮, 時永祥三: 共進化 GP を用いたマルチエージェントシステムの構成とその人工市場分析への応用, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J86-A, No.10, pp.1038–1048 (2003).
- 22) Ikeda, Y. and Tokinaga, S.: Chaoticity and fractality analysis of an artificial stock market generated by the multi-agent systems based on the co-evolutionary Genetic Programming, *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.E87-A, No.9, pp.2387–2394 (2004).
- 23) 呂 建軍, 時永祥三: 遺伝的プログラミングによる時系列モデルの集合的近似とクラ

- スタリングへの応用, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J88-A, No.7, pp.803-813 (2005).
- 24) 呂 建軍, 時永祥三: 遺伝的プログラミングによる時系列セグメント識別を用いたカテゴリ記号表現に基づく 2 階層認識手法とその予測への応用, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J88-A, No.11, pp.1258-1271 (2005).
- 25) Tokinaga, S., Lu, J. and Ikeda, Y.: Neural network rule extraction by using the Genetic Programming and its applications to explanatory classifications, *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol.E88-A, No.10, pp.2627-2635 (2005).
- 26) 池田欽一, 陳 曉榮, 時永祥三: GP による学習を基礎としたマルチエージェントシステムによるプライシング時系列のカオス性分析とその応用, 電子情報通信学会論文誌, Vol.J89-A, No.4, pp.298-307 (2006).
- 27) Koza, J.R.: *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*, MIT Press (1992).
- 28) Koza, J.R.: *Genetic Programming II: Automatic Discovery of Reusable Programs*, MIT Press (1994).
- 29) Keith, M.J. and Martin, M.C.: Genetic programming in C++: Implementation issues, *Advances in Genetic Programming*, Kinnear, K.E. Jr. (Ed.), MIT Press (1994).
- 30) 時永祥三, 池田欽一: 局所的交流をする平面上のエージェント特性で生成される信号のカオス・マルチフラクタル分析, 電子情報通信学会論文誌, 採録決定済み (2011).
- 31) Arrow, K.J. and Debreu, G.: Existence of an equilibrium for a competitive economy, *Econometrica*, Vol.22, pp.265-290 (1954).
- 32) Evans, L., Soner, H. and Souganidis, P.: Phase transitions and generalized motion by mean curvature, *Communications in Pure and Applied Mathematic*, Vol.45, No.9, pp.1097-1123 (1992).
- 33) 総務省統計局, 入手先(<http://www.stat.go.jp/>), 国土地理院, 入手先(<http://www.gsi.go.jp/>), 国税庁, 入手先(<http://www.nta.go.jp/>), Census Bureau, available from (<http://www.census.gov/>), および U.S. Bureau of Economic Analysis, available from (<http://www.bea.gov/>).

付 録

A.1 GP 手法の概要

問題を分かりやすくするため, 時系列の予測関数の推定問題を取り上げる. 時系列を予測する方程式は四則演算など演算子をノード(節), 変数や定数をターミナル(葉)とした木構造で表現できる. この木構造をプログラミングするにはポインタや配列などが用いられる. この木構造で表された関数式を GP の個体と呼ぶ.

木構造で表現された関数のターミナルにある変数に値を代入し, 関数の値を求め, 観測された時系列データ $x(t)$ との 2 乗誤差により近似度を評価し, この逆数により個体 i の適合

度 S_i を定義する. 誤差の小さいより良い予測式ほど高い適合度を得ることになる.

適合度の高い個体に対して部分的に他の適合度の高い個体を部分木を交換する交叉処理, 部分木やノードを新たな部分木やノードに置き換える突然変異処理を繰り返すことにより新たな個体 (offspring) を作成し, 関数近似を最適化していく.

以上のような方法をアルゴリズムとしてまとめると, 次のようになる.

(ステップ 1)

乱数を用いて被演算子, 演算記号からなるランダムに発生させた木構造の初期個体のプールを構成する.

(ステップ 2)

個体に表現された関数をもとに, それぞれの個体により得られる予測値を求める. これをもとにして, 個体における適合度 S_i を求める.

(ステップ 3)

適合度に比例する確率に応じて, 2 つの個体を選択され, この 2 つの個体に対して部分木を交換する遺伝的操作 (交叉処理) を行い, 生成された新しい個体を次のステップにおける代替個体のプールである P-B に格納しておく. このような新しい個体の生成を, 規定回数繰り返す. 新規個体の生成が終了したら, 遺伝的操作前のプール P-A の個体の中で, 相対的に適合度の低い個体を, プール P-B の個体により置き換える.

(ステップ 4)

ステップ 3 で交叉処理を適用し, 新しい個体のプールを作成したあとに, 次に示す突然変異を実施する. 突然変異は任意に個体を選択して, この個体の被演算子, 演算記号の部分を, 任意に選択した被演算子, 演算記号により置き換えたり, 部分木を新たにランダムに作成した部分木に置き換えたりすることにより実施される.

(ステップ 5)

ステップ 2 からステップ 4 までの操作を規定回数あるいは設定した近似精度に達するまで繰り返す.

(平成 21 年 11 月 30 日受付)

(平成 23 年 1 月 16 日再受付)

(平成 23 年 6 月 21 日採録)



時永 祥三 (正会員)

昭和 46 年九州大学工学部情報工学科卒業。昭和 52 年同大学院博士課程修了。工学博士。同年北九州高専電気工学科講師。昭和 54 年大分大学工学部組織工学科講師，助教授。昭和 61 年九州大学経済学部経済工学科助教授。平成 4 年同教授。昭和 64 年～平成 2 年カリフォルニア大学，テキサス大学客員研究員。経営情報システム，経営エキスパートシステム，時系列処理の研究に従事。日本 OR 学会等会員。



池田 欽一

平成 8 年九州大学経済学部経済工学科卒業。平成 13 年同大学院博士課程修了。博士 (経済学)。平成 13 年信州大学経済学部助教授。平成 20 年北九州市立大学経済学部准教授。経済統計解析，複雑系，時系列解析の研究に従事。日本 OR 学会会員。