

スパースコーディングを用いた新生ニューロンをもつ連想記憶モデルの相互情報量による最適化と指数的忘却との比較

綴木 剛,[†] 宮田 龍太,^{††} 倉田 耕治^{†††}

先行研究により、新生ニューロンをもつ連想記憶モデルはオーバーロードを回避し、最近の記憶を安定して保持することが明らかになった。ただしスパースコーディングの場合、新生ニューロンをもつ連想記憶のネットワークが何をもって想起成功したか判断するのが先行研究では恣意的だった。近年、相互情報量により想起状態の質を測るのが最も良いことがわかってきた。本論文では、新生ニューロンをもつスパースな連想記憶モデルについて、細胞新生数の最適化を相互情報量を用いて行った。さらに比較のために、指数的忘却をもつスパースな連想記憶モデルにおける忘却係数の最適化についても、相互情報量を用いて行った。その結果、従来の想起性能評価である方向余弦とは異なる結果を得た。

Optimization of the sparsely encoded associative memory model with unit replacement by the mutual information and comparison with the forgetting model

According to the previous researches, the associative memory model with unit replacement, in which a few old units are replaced with new ones at each learning step for embedding a new pattern, could avoid overloading. However, the previous researches decided whether the network could retrieve the stored pattern correctly in an arbitrary manner, in other words, the direction cosine between the memory pattern and the stationary state of the sparsely encoded network. Recently, it has been shown that the mutual information should be the most appropriate concept to measure the retrieval quality, especially for sparsely encoded networks but also in general. In this paper, from the view of information theory, we analyze the sparsely encoded associative memory model with unit replacement. We searched the optimal replacement number to maximize the mutual information of the sparsely encoded network by the numerical simulations. Moreover, for comparison, we also analyze the sparsely encoded associative memory model with the forgetting process, which also avoids overloading. We searched the optimal decay rate to maximize the mutual information at each firing rate by the numerical simulations. Using the mutual information, we obtain the different results of the optimal values from those using the direction cosine.

1. はじめに

Hopfield モデル¹⁾に代表される連想記憶 (associative memory) モデルは、情報を学習・保持し、必要ときに思い出すという脳の記憶様式に関連した抽象モデルである。連想記憶モデルでは、Hebb 則に従ってシナプス強度を学習ごとに変化させることで記憶パターンをネットワーク内に埋め込む。そして保持した記憶パターンに関しては、多少のノイズが入った状態

からでも復元することができる。連想記憶モデルについてはこれまで数多くの解析がなされてきた。

特に、連想記憶モデルの特性は埋め込む記憶パターンのコーディング方法に依存することが知られている。システムサイズ (全ニューロン数) に比べて、発火しているニューロンの数を極めて小さく符号化することをスパースコーディングと呼ぶ²⁾。スパースコーディングされた連想記憶モデルは、ネットワークの発火率を 0.5 とする 1/2 コーディングよりも、記憶容量 (storage capacity) が劇的に大きくなるのが先行研究により示されている^{2),3)}。

ただし連想記憶モデルでは、記憶容量 (1/2 コーディングの場合、 $0.138N$, N :システムサイズ⁴⁾) を越えようと、ネットワークがオーバーロード (overloading) を引き起こし、それまで記憶していたものを全て思い

[†] 岡山理科大学工学部

Faculty of Engineering, Okayama University of Science

^{††} 東京工業大学大学院総合理工学研究科

Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology

^{†††} 琉球大学工学部

Faculty of Engineering, University of the Ryukyus

出せなくなる。もしもネットワークのシナプス強度のダイナミクスに減衰，すなわち古い記憶を忘却する機構があれば，オーバーロードを回避することができる。Mézard ら (1986) は指数的忘却をもつ連想記憶モデルを提案した¹³⁾。彼らのモデルでは，学習するごとにシナプス強度を指数減衰させることでオーバーロードを回避し，最近学習した記憶パターンを保持することができる。しかし，脳内にそのような忘却システムが存在するという生理学的証明はこれまで報告されていない。

脳内の連想記憶の場として目される海馬では，脳の発生が終了した成体においても，ニューロンの新生 (neurogenesis) が古くから報告されてきた⁶⁾。ニューロンの新生は記憶回路の形成に重要な役割を果たしていると考えられている⁷⁾。先行研究から，新生ニューロンをもつ連想記憶モデルもオーバーロードを回避し，最近の記憶を安定して保持することがわかった^{8)~10)}。このモデルでは学習の毎に，一定数のニューロンを死滅・新生させることで，古い記憶パターンの痕跡を徐々に消去し，オーバーロードを回避している。

このモデルでは，ニューロン i の死滅・新生を，そのニューロンと結合していたシナプス w_{ij} ， w_{ji} を 0 にリセットすることで表わしている。ゆえにニューロンの新生は，新生時刻以前に学習した記憶の痕跡を徐々に消去することと等価なので，ネットワーク内に保持できる記憶パターン数には限りがある。そこで想起成功条件を設けるのだが，先行研究では，記憶パターンとその想起定常状態との方向余弦が一定値以上をとる場合を想起成功とした^{8),10)}。スパース符号化の場合，有限細胞数の数値実験では，方向余弦は忘却に伴い自然に減少するため，しきい値の取り方で結果が変わる。しかし，しきい値の設定について客観的な指針はない。

我々は方向余弦の代わりに，ネットワークの想起定常状態と記憶パターンの相互情報量を用いて，新生ニューロンをもつスパースな連想記憶モデルの想起性能を評価した。想起に完全に失敗すれば，相互情報量はほぼ 0 となるので，しきい値を設けず，最近の記憶パターンから充分過去までさかのぼって多くの記憶パターンの相互情報量を加算した結果で評価することで，恣意的なしきい値の設定を避けることができる。方向余弦を同じように加算することもできるが，加算の理論的意味が情報量に比べて不明確である。シミュレーションにより，ネットワークの記憶容量を最大化するために最適な細胞新生数を相互情報量を用いて求めた場合，従来の方向余弦を用いた場合と異なる結果

を得た。

本論文の構成は以下の通りである。第二章において，解析するモデルについて定式化する。第三章では，先行研究で想起性能評価に用いられた方向余弦と，本研究で用いた相互情報量の相違について述べた後，第四章でそれらを用いて行った解析結果を示す。第五章では，オーバーロードを回避する典型的なモデルである，指数的忘却をもつスパースな連想記憶モデルと，本研究で解析したモデルとの比較を行い，第六章でまとめる。

2. 新生ニューロンをもつスパースな連想記憶モデル

本章では，スパースな連想記憶モデルにおけるニューロンの新生を定式化する。連想記憶モデルは，記憶パターンを学習し，ネットワーク内に保持する記憶過程と，その記憶パターンを復元する想起過程から構成されている。

2.1 記憶過程

記憶とは，外界から得られた情報や経験を記憶として取り込むことである。これはニューロン間のシナプス結合 w_{ij} を外部入力に適應するように更新し，保持することに相当する。新生ニューロンをもつ連想記憶モデルにおいて，記憶パターンのネットワーク内への埋め込みは下式により行われる。

$$w_{ij}^{(\text{new})} = \begin{cases} 0 + \xi_i^\mu \xi_j^\mu, & \text{if unit } i \text{ or } j \text{ is replaced,} \\ w_{ij}^{(\text{old})} + \xi_i^\mu \xi_j^\mu, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (1)$$

ここで， w_{ij} はニューロン i から j へ結合しているシナプス強度を表しており，対象行列 $\{w_{ij}\}$: $w_{ij} = w_{ji}$ である。ただし，自己結合はないものと仮定する ($w_{ii} = 0$)。 ξ_i^μ は μ ($\mu = 1, 2, \dots, M$) 番目の記憶パターン ξ^μ の第 i ($i = 1, 2, \dots, N$) 要素である。式 (1) のパターン学習過程は局所的である。すなわち， w_{ij} の増減はネットワークの大域的な構造によらず，学習ステップ μ に学習した記憶パターンの二つの要素の相互作用のみで決まる。ただし，ニューロン i または j が死滅・新生されると，そのニューロンと結合していたシナプス強度の履歴 $w_{ij}^{(\text{old})}$ は 0 にリセットされるため，通常の連想記憶モデルに用いられる Hebb 則とは少し異なった学習を式 (1) は表わしている。

記憶パターン ξ^μ ， $\mu = 1, 2, \dots, M$ の各要素 ξ_i^μ ， $i = 1, 2, \dots, N$ は， $1 - q$ もしくは $-q$ の二値をとり，それらの値をとるとき確率はそれぞれ下式に表される。

$$\text{Prob}[\xi_i^\mu = 1 - q] = q, \quad (2)$$

$$\text{Prob}[\xi_i^\mu = -q] = 1 - q. \quad (3)$$

式 (2), (3) から, パラメータ q は記憶パターンの発火率である. すなわち各パターンは, 全体で N 個のニューロンのうち Nq ($0 \leq q \leq 1$) 個が発火している状態 ($1 - q$) を表している. この発火率 q が 0.5 のときを 1/2 コーディング, $0 < q < 0.5$ のときをスパースコーディングと呼ぶ.

次に, 新生ニューロンによる記憶の忘却効果を式 (4) に示す. 記憶パターンを一つ学習する毎に, R 個のニューロンを死滅・新生させる. これは, 新生したニューロン i と結合していたすべてのニューロン間のシナプス強度 w_{ij} を, 下式のように 0 にリセットすることと等価である.

$$w_{ij} = w_{ji} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

ここで, 新生したニューロンは自己結合を除いて, 他のすべての細胞とのシナプス結合を再構築することを仮定した. また, 各ニューロンには寿命があり, 余命の長さの短い順にニューロンの番号 $i = 1, 2, \dots, N$ が割り当てられている. つまり本研究で解析するモデルでは, パターン記録の度に R 個のニューロンが昇順 ($i = 1, 2, \dots, N$) に死滅・新生される. よって, N/R 回パターンを記録すると, ニューロンの新生がネットワーク内を一巡するので, 最初の記憶パターンの痕跡は完全に消去される. そこで, ネットワークに記録するパターン数 M は下式のようにした.

$$M = \frac{N}{R}. \quad (5)$$

さらに, 新生数として非整数も用いるので, 学習ステップ μ における新生数 $r(\mu)$ を以下のように定義する.

$$r(\mu) = \text{int}[R(\mu + 1)] - \text{int}[R(\mu)]. \quad (6)$$

ここで $\text{int}[x]$ は小数点以下切り捨ての関数である. 例えば $R = 2.5$ とした場合に式 (6) を用いると, $r(1) = 2, r(2) = 3, r(3) = 2, r(4) = 3, \dots$, とする. ゆえに, 平均的には $E[r(t)] = 2.5 = R$ 個のニューロンが学習ごとに新生される.

2.2 想起過程

想起とは, 保持された記憶を呼び出すことである. これは, 記録過程で更新したシナプス結合と入力を用いて出力を算出することに相当する. 自己想起型の場合は図 3 のように, 想起する毎に入力にフィードバックして想起を繰り返す. 想起過程におけるユニット i の状態 s_i の遷移は次式で表わせる.

$$s_i(t + 1) = F[h_i]. \quad (7)$$

$$h_i = \sum_{j=1(\neq i)}^N w_{ij}s_j(t), \quad (8)$$

$$F[\cdot] = \begin{cases} 1 - q & \text{Top } Nq \text{ units,} \\ -q & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (9)$$

h_i は局所場で, この値により, 次の状態 $s_i(t + 1)$ が発火するか否かが決まる. 発火率を制御するため, 式 (9) のように荷重付き入力の総和 $\sum_{j=1(\neq i)}^N w_{ij}s_j(t)$ の値が大きい Nq 個のニューロンを発火 ($1 - q$) させる.

3. 想起性能評価

3.1 方向余弦

この章では, 新生ニューロンをもつスパースな連想記憶モデルの想起性能を評価するために, 先行研究で用いられた方向余弦と, 本研究で用いる相互情報量について述べる.

3.2 方向余弦

先行研究における想起の成否は式 (10) のような記録パターン $\mathbf{s}^{(\mu)}$ と想起されたパターン $\mathbf{x}^{(\mu)}$ との方向余弦の値により判別する¹⁰⁾.

$$\cos \theta = \frac{\xi^{(\mu)} \cdot \mathbf{s}}{\|\xi^{(\mu)}\| \|\mathbf{s}^{(\mu)}\|}, \quad \mu = 1, 2, \dots, M. \quad (10)$$

先行研究¹⁰⁾ では, $\cos \theta \geq 0.8$ 以上の $\mathbf{x}^{(\mu)}$ を想起成功とみなしてその数をカウントし, 想起成功回数を各細胞新生数におけるネットワークの記憶容量とした.

3.3 相互情報量

μ 番目の記録パターン ξ^μ とその想起定常状態 \mathbf{s} との (一細胞あたりの) 相互情報量 $I(\xi_i^\mu; s_i)$ は以下で与えられる.

$$I(\xi_i^\mu; s_i) = \sum_{\xi_i^\mu} \sum_{s_i} P(\xi_i^\mu, s_i) \times \log_2 \frac{P(\xi_i^\mu, s_i)}{P(\xi_i^\mu)P(s_i)}. \quad (11)$$

ここで, $P(\xi_i^\mu, s_i)$ は記憶パターンと想起定常状態の同時確率で, $P(\xi_i^\mu)$ は記憶パターンの発火率ないし非発火率, $P(s_i)$ は想起定常状態の発火率ないし非発火率である. 記録パターンの各要素は, $1 - q$ または $-q$ の正負二値を式 (2), (3) の確率でそれぞれとる. 同様に, ネットワークの各素子も $1 - q, -q$ の二値をとるので, 記憶パターンと想起定常状態の同時確率は $P(\xi_i^\mu = 1 - q, s_i = 1 - q), P(\xi_i^\mu = -q, s_i = -q), P(\xi_i^\mu = 1 - q, s_i = -q), P(\xi_i^\mu = -q, s_i = 1 - q)$ の四通りに分割される. したがって, 式 (11) を具体的

に記述すると、下式になる。

$$\begin{aligned}
 & I(\xi_i^\mu; s_i) \\
 &= P(\xi_i^\mu = 1 - q, s_i = 1 - q) \\
 &\quad \times \log_2 \frac{P(\xi_i^\mu = 1 - q, s_i = 1 - q)}{q^2} \\
 &+ P(\xi_i^\mu = -q, s_i = -q) \\
 &\quad \times \log_2 \frac{P(\xi_i^\mu = -q, s_i = -q)}{(1 - q)^2} \\
 &+ P(\xi_i^\mu = 1 - q, s_i = -q) \\
 &\quad \times \log_2 \frac{P(\xi_i^\mu = 1 - q, s_i = -q)}{q(1 - q)} \\
 &+ P(\xi_i^\mu = -q, s_i = 1 - q) \\
 &\quad \times \log_2 \frac{P(\xi_i^\mu = -q, s_i = 1 - q)}{q(1 - q)}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

式(12)より、各記憶パターン ξ^μ , $\mu = 1, 2, \dots, M$ に関する相互情報量 $I(\xi_i^\mu; s_i)$ を求める。

しかし、想起に全く失敗しても、 $I(\xi_i^\mu; s_i) \geq 0$ となる。

その理由は二つある。(I) 定義より、相互情報量は非負なので、パターンのランダムなバラつきで、式(11)の $I(\xi_i^\mu; s_i)$ は正になる。すなわち、完全に独立に二つのパターンベクトルを生成して、両者の相互情報量を計算しても正になるということである。(II) もう一つは、想起過程において初期値に用いたパターンの影響が想起定常状態において残る(偽記憶)からである。つまり、記憶していないパターンを想起ダイナミクスの初期値として用いて、その平衡解との相互情報量を求めると、(I) よりさらに大きな影響が出る。

そこで、記憶していないパターン $\tilde{\xi}_i$ をダイナミクスの初期値に与えた場合の想起定常状態 \tilde{s}_i との相互情報量 $I(\tilde{\xi}_i; \tilde{s}_i)$ の平均 $E[I(\tilde{\xi}_i; \tilde{s}_i)]$ を、 $I(\xi_i^\mu; s_i)$ から引いたものを、真の相互情報量 I とした。

$$I = \sum_{\mu}^M (I(\xi_i^\mu; s_i)) - E[I(\tilde{\xi}_i; \tilde{s}_i)]. \quad (13)$$

4. シミュレーション

本章では、第3章で述べた二通りの想起性能評価法を用いて、新生ニューロンをもつスパースな連想記憶モデルの数値実験結果を示す。

システムサイズは $N = 1000$ で、発火率は $q = 0.1$ とした。想起過程におけるネットワークの初期状態には記憶パターンをそのまま用いた。また、ネットワークダイナミクスは同期更新とし、終了条件は周期解を考慮し、現在のネットワークの状態 $\mathbf{s}(t)$ が前々回 $\mathbf{s}(t-2)$ と一致したときとした。

図1に先行研究¹⁰⁾同様、方向余弦を用いて想起性

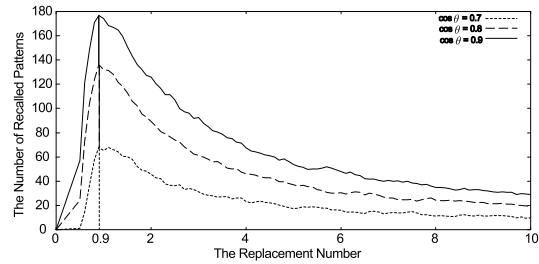


図1 記憶容量(または想起成功回数、縦軸)と細胞新生数 R (横軸)との関係。ただし、想起性能評価に方向余弦 $\cos \theta$ を用いている。実線: $\cos \theta \geq 0.7$ で想起成功、破線: $\cos \theta \geq 0.8$ で想起成功、点線: $\cos \theta \geq 0.9$ で想起成功。

能を評価した場合の結果を示す。記憶パターンとその想起定常状態との方向余弦がある一定値以上をとるときを想起成功とみなし、 $0 \leq R \leq 10$ まで0.1刻みの各細胞新生数 R について、その想起成功数をカウントした。図1より、想起成功回数(記憶容量)を最大化するのに最適な細胞新生数は $R = 0.9$ のときであることがわかった。また、 $\cos \theta \geq 0.7, 0.8, 0.9$ としきい値が上がるにつれて、想起成功回数(記憶容量)は減少したが、記憶容量を最大化するのに最適な細胞新生数は変わらなかった。

図2は各新生数 R における、記憶していないパターン $\tilde{\xi}$ とそれを初期値とした場合の想起定常状態 \tilde{s} との相互情報量の平均 $E[I(\tilde{\xi}; \tilde{s})]$ を表わす。 $R = 0$ 、すなわち通常の連想記憶モデルがオーバーロードを引き起こしている状態において、 $E[I(\tilde{\xi}; \tilde{s})] = 0.12$ と最大値をとり、 $R = 0.1$ で $E[I(\tilde{\xi}; \tilde{s})] = 0.005$ と急激に下がった後は、 R を増やしても $E[I(\tilde{\xi}; \tilde{s})] = 0.005$ 付近でゆるぐ結果となった。

図3に新生数 R と、記憶パターン ξ^μ とその想起定常状態 \mathbf{s} との相互情報量 I の関係を示す。図3より、相互情報量 I を最大化するのに最適な新生数 R は0.3であった。

図1の方向余弦の場合と比較すると、図1,3の両者とも単峰性で、かつピークの後には R の増加に伴い減少するという傾向は同じであった。しかし、方向余弦を用いた場合のピークが $R = 0.9$ であったのに対して、相互情報量のピークは $R = 0.3$ であった。

5. 指数的忘却をもつスパースな連想記憶モデルとの比較

指数的忘却は、記憶パターンを一つ学習するごとにシナプス強度を下式のように指数減衰させる。

$$w_{ij}^{(\text{new})} = (1 - \alpha)w_{ij}^{(\text{old})} + \xi_i^\mu \xi_j^\mu. \quad (14)$$

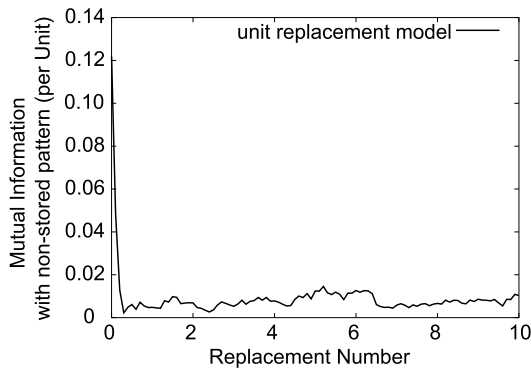


図 2 ネットワークに記録していないパターン ξ とそれを初期値とした場合の想起定常状態 \tilde{s} との相互情報量の平均 $E[[I(\xi_i; \tilde{s}_i)]]$ (縦軸) と細胞新生数 R (横軸) との関係. サンプル数は 10 とした.

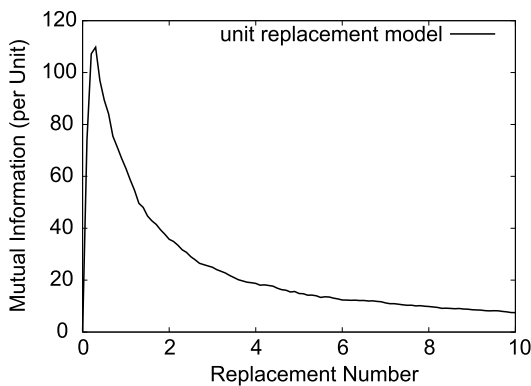


図 3 記録パターン ξ^μ とその想起定常状態 \tilde{s} との相互情報量 I (式 (13), 縦軸) と細胞新生数 R (横軸) との関係.

ただし, α は減衰率を表している. すなわちこのモデルでは, パターンを一つ学習するごとに, 学習履歴 $w_{ij}^{(old)}$ が速度 α で一次減衰していく. 指数的忘却モデルと新生ニューロンモデルの相違は, この記録過程における忘却の仕方のみである. ただし, 新生ニューロンモデルでは N/R 回学習すると新生が一巡するので, 記録パターン数を式 (5) のように決定していたが, 指数的忘却の場合は一巡するといったことはないの, 細胞数に対して十分大きなパターン数をネットワークに記録した. 具体的な記録パターン数は $2N$ とした.

図 4 に指数的忘却をもつスパースな連想記憶モデルについて, 方向余弦を用いて想起性能を評価した結果を示す. 記録パターンとその想起定常状態との方向余弦がある一定値以上をとるときを想起成功とみなし, $0 \leq \alpha \leq 0.01$ まで 0.0001 刻みの各減衰率 α について, その想起成功数をカウントした. 図 4 より, 想起成功回数 (記憶容量) を最大化するのに最適な減衰率

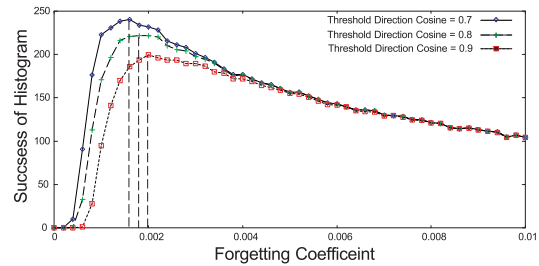


図 4 記憶容量 (または想起成功回数, 縦軸) と忘却係数 α (横軸) との関係. ただし, 想起性能評価に方向余弦を用いている. 実線: $\cos \theta \geq 0.7$ で想起成功 ($\alpha = 0.0016$ のとき最適値), 破線: $\cos \theta \geq 0.8$ で想起成功 ($\alpha = 0.0018$), 点線: $\cos \theta \geq 0.9$ で想起成功 ($\alpha = 0.0020$ のとき最適値). \therefore 最適値の平均 0.0018

は, $\cos \theta \geq 0.7, 0.8, 0.9$ としきい値が上がるにつれて, $\alpha = 0.0014, 0.0016, 0.0018$ と大きくなり, 一意に決まらなかった. また, 減衰率 α が上昇するにつれ, しきい値による記憶容量の違いは減少していく傾向が見られた.

図 5 は各減衰率 α について, 記録していないパターン ξ とそれを初期値とした場合の想起定常状態 \tilde{s} との相互情報量の平均 $E[[I(\xi_i; \tilde{s}_i)]]$ を表す. $\alpha = 0$, すなわち通常の連想記憶モデルがオーバーロードを引き起こしている状態において, $E[[I(\xi_i; \tilde{s}_i)]] = 0.16$ と最大値をとった後, $\alpha \approx 0.005$ にかけて $E[[I(\xi_i; \tilde{s}_i)]]$ は急激に減少し, $\alpha > 0.005$ では $E[[I(\xi_i; \tilde{s}_i)]] \approx 0.006$ 付近に収束する結果になった. 図 5 で見られる波形は図 2 の波形と似た傾向をもつことがわかる.

図 6 に指数減衰率 α と, 記録パターン ξ^μ とその想起定常状態 \tilde{s} との相互情報量 I の関係を示す. 図 6 より, 相互情報量 I を最大化するのに最適な忘却率 α は 0.0029 であった. 図 4 の方向余弦の場合と比較すると, 図 1,3 の両者とも単峰性で, かつピーク後は α の増加に伴い減少するという傾向は同じであった. しかし, 方向余弦を用いた場合のピークは $\alpha = 0.0016$ (しきい値 0.7, 0.8, 0.9 の場合の平均値) であったのに対して, 相互情報量のピークは $R = 0.0029$ であった. 新生ニューロンの場合 (図 1,3) は, 相互情報量のピークは方向余弦の場合のピークよりも前側になったが, 指数的忘却の場合 (図 4,6) は, 相互情報量のピークは方向余弦の場合のピークよりも後側になった.

6. むすび

本研究では, 新生ニューロン・指数的忘却をもつスパースな連想記憶モデルの想起性能評価に, 方向余弦の代わりに, 記録パターンとその想起定常状態との相互情報量を用いて, 相互情報量 I を最大化するのに最

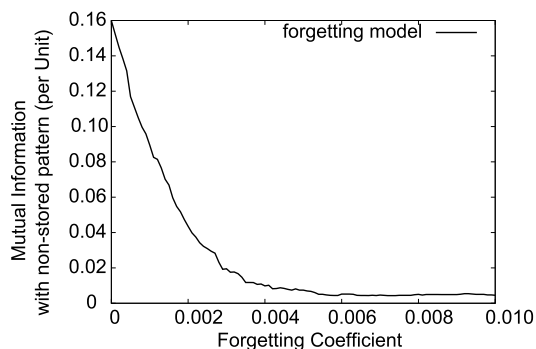


図5 ネットワークに記録していないパターン ξ とそれを初期値とした場合の想起定常状態 \bar{s} との相互情報量の平均 $E[[I(\xi_i; \bar{s}_i)]]$ (縦軸) と忘却係数 α (横軸) との関係. サンプル数は 10 とした.

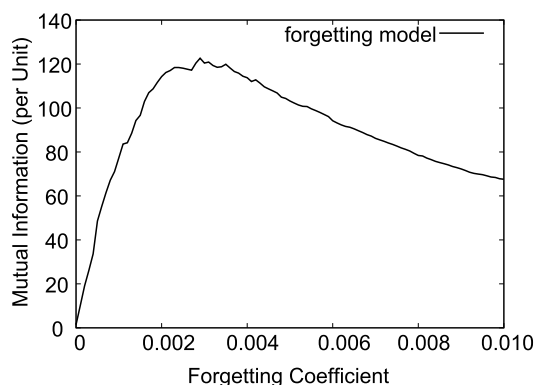


図6 記録パターン ξ^{μ} とその想起定常状態 \bar{s} との相互情報量 I (式 (13), 縦軸) と忘却係数 α (横軸) との関係.

適な細胞新生数 R または指数減衰率 α を, 数値実験により求めた.

シミュレーションの結果, 新生ニューロンモデルの場合, 方向余弦を用いて記憶容量を最大化するのに最適な細胞新生数が $R = 0.9$ であったのに対して, 相互情報量 I を最大化するのに最適な細胞新生数は $R = 0.3$ であった. それに対して, 指数的忘却モデルの場合, 方向余弦を用いて記憶容量を最大化するのに最適な指数減衰率の平均は $\alpha = 0.0016$ であったのに対して, 相互情報量を最大化するのに最適な細胞新生数は $R = 0.0029$ であった.

すなわち, 新生ニューロンモデルを相互情報量で最適化する場合, 方向余弦の場合よりも小さい細胞新生数でよいのに対して, 指数的忘却モデルを相互情報量で最適化する場合, 方向余弦の場合よりも大きい指数減衰率が必要であるというモデルの相違がわかった.

参考文献

- 1) J. J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities", *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol.79, pp.2554-2558, 1982.
- 2) S. Amari, "Characteristics of sparsely encoded associative memory", *Neural Networks*, Vol.2, pp.451-457, 1989.
- 3) M. Okada, "Notions of associative memory and sparse coding" *Neural Networks*, Vol.9, No.8, pp.1429-1458, 1996.
- 4) D. J. Amit, H. Gutfreund, and H. Sompolinsky, "Storing infinite numbers of patterns in a spin-glass model of neural networks", *Physical Review Letters*, Vol.55, No.14, pp.1530-1533, 1985.
- 5) S. Amari and K. Maginu, "Statistical neurodynamics of associative memory", *Neural Networks* Vol.1, pp.63-73, 1988.
- 6) J. Altman, "Are New Neurons Formed in the Brains of Adult Mammals?", *Science*, Vol.135, pp.1127-1128, 1962.
- 7) T. Kitamura, Y. Saitoh, and N. Takashima et al., "Adult neurogenesis modulates the hippocampus-dependent period of associative fear memory", *Cell*, Vol.139, pp.814-827, 2009.
- 8) A. Date and K. Kurata, "A property of neural networks of associative memory models with replacing units", *Artificial Life and Robotics*, Vol.12, pp.291-294, 2008.
- 9) T. Aonishi, Y. Komatsu, and K. Kurata, "Self-consistent Signal to Noise Analysis of Hopfield Model with Unit Replacement", *Neural Networks*, Vol.23, No.10, pp.1180-1186, 2010.
- 10) R. Miyata, S. Muta, and K. Kurata, "Memory capacity and information capacity of the sparsely encoded associative memory model with replacement units", *Artificial Life and Robotics*, Vol.15, No. 3, pp.291-295, 2010.
- 11) D. Bolle, D. R. C. Dominguez, and S. Amari, "Mutual information of sparsely encoded associative memory with self-control and ternary neurons", *Neural Networks*, Vol.13, pp.455-462.
- 12) D. Bolle, T. Verbeiren, "Q-state neural network using mutual information", *Physics Letters*, Vol.297, pp.156-161, 2002.
- 13) M. Mézard, J. P. Nadal, and G. Toulouse, "Solvable models of working memories", *Journal of Physique*, Vol.47, pp.1457-1462, 1986.