

コンピュータグラフィックスにおける質感表現

新 谷 幹 夫^{†1}

コンピュータグラフィックスにおいて、質感表現はレンダリングの中心課題であり、多くの研究が積み重ねられてきている。本稿では、反射モデル、表面下散乱モデルとこれらよりはややスケールの大きな樹木・髪の実像生成モデルを取り上げ、技術状況を解説する。

Rendering Techniques for Realistic Material Property Representation

MIKIO SHINYA^{†1}

Simulating and representing material properties has been one of the most important area in the rendering research. This paper reviews rendering techniques that can effectively synthesize realistic images of various materials.

1. はじめに

視覚表現において、対象物体の持つ輝き、つややかさ、柔らかさ、細かさ、などの材質の特性を効果的に表現することは重要である。コンピュータグラフィックスにおいても質感表現はレンダリングの中心課題であり、多くの研究が積み重ねられてきている。

レンダリングモデルは、以下に大別できる。

- 大域照明 (global illumination) モデル: 照明光の影や物体間の相互反射・透過などを考慮し、周囲から物体に入射する輝度分布を算出する。ray tracing 法, radiosity 法, path tracing 法, photon mapping 法などが代表的である。
- 局所照明 (local illumination) モデル: 入射した光の反射・散乱などを考慮し、物体から出射する輝度分布を算出する。反射特性を記述する BRDF (Bi-directional Reflectance Distribution Function) や表面化散乱モデルを表す BSSRDF (Bi-directional Scattering Reflectance Distribution Function) などで記述される。
- 結像 (imaging) モデル: 物体光がスクリーンに像を結ぶ過程を考慮し、画素値を算出する。焦点ボケ (depth of field)、motion blur、高輝度部のフレア処理などがあげられる。

このうち、物体の性質を直接示すものは局所照明モデルであり、質感表現の中核をなす。ただし、「大域」と「局所」は相対的な概念であり、散乱現象などを扱う場合には関連が深い。以下、反射モデル、表面下散

乱モデルとこれらよりはややスケールの大きな樹木・髪の実像生成モデルを取り上げ、技術状況を解説する。

2. 反射モデル

2.1 放射輝度

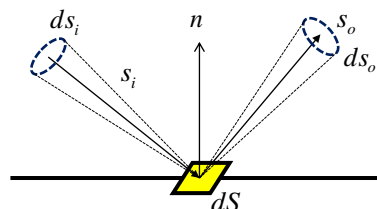


図 1 輝度と BRDF.

反射モデルは入射する光の「強度」と反射する「強度」の関係性を記述する。「強度 (intensity)」とは光のエネルギー密度を示す概念である。光は位置と方向を属性として持つので、面積および立体角に対する様々な照明学的定義がなされている。反射モデルを記述する場合、放射輝度 (radiance) を用いることが多い^{*1}。輝度 L は、単位 (投影) 面積・単位立体角当たりのエネルギー (放射束, flux) を示し、

$$L(x, s) = d\Phi / ((n \cdot s) dS \cdot d\Omega). \quad (1)$$

と定義される。ここで、 n は反射面の法線方向、 dS は反射面の微小面積、 $d\Phi$ は入射放射束、 $d\Omega$ は立体角

^{†1} 東邦大学
Toho University

^{*1} 物理量としてのエネルギーを扱う放射量と人間の比視感度を加味した測光量の2つの系統があるが、本稿では放射量を扱う。

を表す(図1)。輝度は通常、反射・発光など出射光の強度を表すが、CG分野では入射光に対しても援用する。本稿では、「入射輝度」、「出射輝度」などと呼ぶことにする*1。

輝度が重要であることの1つの理由は、イメージング過程にある。 x とスクリーン上の点 x_i が結像関係にある場合、 x_i における照度 E は

$$E(x_i) = d\Phi_i/dS = A \cos^4 \theta' L(x, s) \quad (2)$$

と表される。ここで、 A は結像系(瞳、透過率など)により決まる定数、 θ' は結像点における入射角を示している。通常のピンホールカメラモデルにおいては、画素と物体とは常に結像関係にあるので、輝度から画素値が直接的に求まる。

2.2 BRDF

図1に示すように、法線方向が n である物体表面 dS に s_i 方向から入射輝度 $L_i(s_i)$ で照明したとき、表面 dS で反射した光の s_o 方向の出射輝度が $L_o(s_o)$ であったとする。このとき、

$$L_o(s_o) = R(s_i, s_o) L_i(s_i) (n \cdot s_i) \quad (3)$$

とおき、 $R(s_i, s_o)$ をBRDF(Bi-directional Reflectance Distribution Function: 双方向反射分布関数)と呼ぶ。 R が s_i, s_o に関して一定値のとき、表面はLambert反射に従うことになる。

一般の状況では、物体表面は様々な方向から照明光を受ける。このときの出射輝度は以下の積分で求められる。

$$L_o(s_i, s_o) = \int_{\Omega_+} R(s_i, s_o) L_i(s_i) (n \cdot s_i) ds_i \quad (4)$$

ここで、 Ω_+ は表面上方向の単位半球を表している。

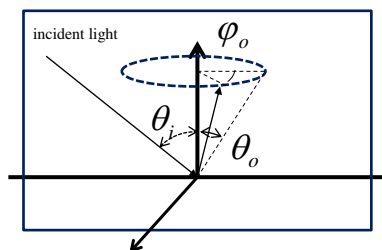


図2 BRDF記述の座標系。

一般に、BRDFは方向に関して4自由度があるが、多くの場合は特定の方向性を持たず、例えば法線と入射方向が作る面を基準にして図2のようローカル座標を

*1 入射光の放射量としては放射照度(irradiance)が定義されている。照度は方向に関する依存性がなく単位面積当たりの放射束 $d\Phi/dS$ で定義される。CGの文献では、前述の入射輝度をirradianceと称する場合も見受けられるので、注意が必要である。

とれば、3次元の関数

$$R(s_i, s_o) = R(\theta_i, \theta_o, \phi_o) \quad (5)$$

とすることができる。このような反射を等方性(isotropic)反射と呼ぶ。他方、髪の毛などのように材質に特定の方向性がある場合には、その方向を基準に座標系にとる必要がある。このような反射を非等方性(anisotropic)反射と呼ぶ。

物理的には以下の2つの性質がBRDFに求められる。

- Helmholtzの相反性:「光学現象は光源と観測点に関して対称性がある。」

$$R(s_i, s_o) = R(s_o, s_i)$$

- エネルギー保存:「出射する放射束の総和は入射放射束より大きくはならない。」

$$\int_{\Omega_+} R(s_i, s_o) (n \cdot s_o) ds_o \leq 1$$

CGで最もよく利用される反射モデルはLambertモデルとPhongモデルである。Lambertモデルは前述のようにBRDFが一定値であり、石膏のような質感を表現する。Phongモデルは、ハイライトを生成することでプラスチックのような質感を表現する。しかし、このモデルは直観と計算の容易性に着目して構築されたもので、物理的な整合性は低く、例えば相反律を満足しない。そこで、材質の特徴をきめ細かく記述する反射モデルが提案されて来ている。

2.3 微細平面モデル

物体表面が完全な平面であれば、反射光はSnell則に従い、正反射方向のみに反射する。しかし実際の表面は、様々な向きの方から構成されている。表面が微細な平面形状からなっていて、それぞれが鏡面反射をすれば、反射輝度は、

- 微細面同志の遮蔽
- 入射方向と法線で決まるFresnel反射率
- 微細面の法線に関する面積分布

などによってモデル化できる。Torrance-Sparrowモデル¹⁾では、微細面がV字型の谷形状であるとして算出した。また、Fresnel反射係数は、水平入射に近付くと反射が大きくなる効果を示しており、Fresnelの法則から求められる。最後の法線分布が表面の粗さを表し、ガウス分布やBeckmann分布などが用いられる。表面が等方的な場合は分布も等方的であり、等方的な反射モデルとなる。傷などにより異方性がある場合には、分布も異方的となり、異方性反射モデルとなる²⁾。

Cook-Torranceモデル³⁾では、金属反射における波長依存性をモデル化している。また、Oren-Nayerモデル⁴⁾では、微細面が鏡面ではなくランバート面であるとして、拡散反射をモデル化している。

面積分布や正確な遮蔽効果を先験的に求めることは容易ではない。そこで、繊維の編み込みなどの微細形

状を幾何学的に表現し、光線追跡などのシミュレーションにより BRDF を求めることも行われ、ベルベットなどの質感を表現できることを示した⁵⁾。また、微細面の分布や微細幾何形状のモデリングは自明なことではないので、直接 BRDF を計測することは有用である。Ward らは CCD ベースの BRDF 測定装置を開発し、異方的なガウス関数で表現した⁶⁾。測定装置は市販されているものもいくつかある。

2.4 半透明物体や散乱性物体の BRDF

植物の葉、衣服、埃や土などの散乱物体は表面における反射の他に、物体内部での吸収・散乱・透過などの効果が加わる。このような場合には、後述の BSSRDF を用いた方が正確ではあるが、光の浸透距離が相対的に小さい場合には BRDF を用いることもできる。これらの BRDF は plane-parallel 散乱モデルで求めることができ、次節で議論する。

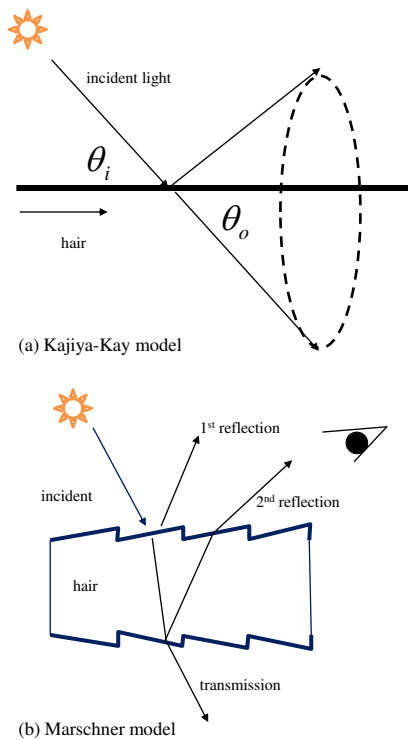


図 3 髪の毛の反射モデル。

毛髪は髪の毛の方向に関して強い方向性があり、ハイライトが「天使の輪」のようになるといった特徴がある。Kay-Kajiya モデル⁷⁾ は、図 3-a に示す円筒での鏡面反射方向が、 $\theta_i = \theta_o$ となることを考慮し、Phong モデル風の経験的反射関数として

$$L = k_s \cos^n(\theta_i - \theta_o) \quad (6)$$

を用いている。このモデルは取り扱いが容易であるが、髪を軸とする回転に関して依存性がなく、透過・吸収

を記述できない。

Marschner は、表面反射に加え、髪内部での反射・屈折を考慮したモデルを提案した⁸⁾。髪の毛の形状としては、円筒に対する「ギザギザ」も扱い、反射、透過、内部反射を計算している (図 3-b)。モデルでは、各成分の輝度はガウス関数で表されている。

3. 散乱材質の表現

金属や結晶などを除く殆どの物体は散乱性を持ち、布、食べ物、飲み物、髪などの質感を生き生きと表現するには、散乱光の扱いが非常に重要である。本節では、まず表面下散乱と BSSRDF を説明し、散乱現象ビジュアルシミュレーションの基礎となる光輸送理論を概説する。ついで、この理論に基づくシミュレーション技法を解説し、表面化散乱のレンダリング技術を紹介する。

3.1 表面下散乱と BSSRDF

肌や飲食物などのレンダリングを考えると、視点が物質内に入ることは稀で、物質内での散乱光を外部から観察することが多い。このような場合には、表面における散乱強度のみ計算すればよい。これは表面下散乱 (sub-surface scattering) とよばれ、散乱プロセスをブラックボックス化した処理も可能となる。

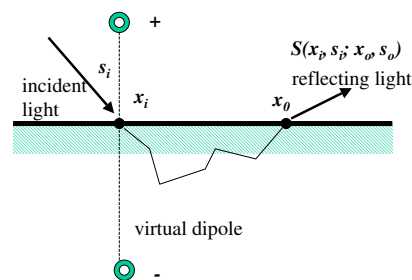


図 4 BSSRDF と双極子モデル。

図 4 に示すように、表面上の点 x_i に s_i 方向から単位入射光を照射する。この光線は、物質内で散乱を繰り返し、点 x_o において s_o 方向に強度 S_d で出射したとする。この散乱現象を線形システムと考えれば、関数 $S_d(x_i, s_i; x_o, s_o)$ は系のインパルス応答とみなせ、BSSRDF (Bi-directional Scattering Surface Reflectance Distribution Function) と呼ばれる。

入射輝度分布を $I_{in}(x, s)$ としたとき、反射強度 I_{out} は積分

$$I_{out}(x, s) = \int_A \int_{\Omega_+} S_d(x_i, s_i; x_o, s_o) I_{in}(x', s') (n \cdot s_o) dx ds \quad (7)$$

により求められる。ただし、 A は物質表面、 n は表面の法線、 Ω_+ は上側半球である。BSSRDF の積分は BRDF の式 (4) と異なり、空間積分を含んでいて、線形空間フィルタリングと見なせる。

BSSRDF の拡がりは散乱過程の空間的なスケールの目安を表す。このスケールの範囲で、法線などの幾何学属性や照明光が一定と見なせる場合は、BSSRDF の畳み込み積分は空間的に一定値となり、反射点における法線・入射光分布により決まる⁹⁾。すなわち、一般の表面反射のシェーディングと同様に、BRDF (Bidirectional Reflectance Distribution Function) によりレンダリングが可能となる。例えば、布の散乱スケールが 1mm 程度で、袖周りなどの曲率半径が 50mm 程度の衣類なら、BRDF で近似できる。

BRDF 同様、BSSRDF も測定により得られることもできる¹¹⁾。また、シミュレーション結果の分析を基にした経験的に定義されたモデルも提案されている¹²⁾。しかし、次節以降で説明する散乱理論により導出することもできる。

3.2 散乱理論

CG 応用では、光の回折などの波動的な現象は無視できることが多く、散乱現象は光輸送問題として定式化される。本章では、ボリュームレンダリング方程式と呼ばれる積分偏微分方程式およびその積分形式を示すとともに、散乱強度分布を例示する。

3.2.1 ボリュームレンダリング方程式

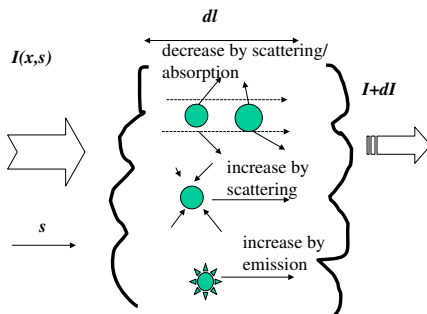


図5 ボリュームレンダリング方程式。

散乱物質中に光を照射すると、散乱・吸収を繰り返しながらエネルギーが伝播する。図5に示すように、位置 x における s 方向の散乱強度を $I(x, s)$ とする。 s 方向に dl 移動したときの散乱強度の変化 $dI(x, s)$ は

- 散乱および吸収による減少
- 周囲から来る光を散乱することによる増加
- 発光による増加

の和からなる。散乱係数 (単位長あたりの散乱する割合) を σ_s 、吸収係数 (単位長あたりの吸収する割合) を σ_a とし、その和 $\sigma_s + \sigma_a = \sigma_t$ を減衰係数とすれば、散乱および吸収による減少は $I(x, s)\sigma_t dl$ となる。 s 方向の光が s' 方向に散乱する割合は位相関数と呼ば

れる。位相関数を $p(s, s')$ とすれば、 s' 方向から s 方向へ散乱する強度は $I(x, s')p(s, s')\sigma_s dl$ であり、これを s' に関して積分すれば、周囲から来るすべての光が散乱することによる増分が得られる。また、 x における発光強度を $e(x, s)$ とすれば、発光による増加は $e(x, s)dl$ となる。したがって、

$$dI(x, s) = (-\sigma_t I + \sigma_s \int_{\Omega} p(s, s') I(x, s') ds' + e(x', s)) dl \quad (8)$$

と表せる。 s 方向の微分 d/dl は $s \cdot \nabla$ と書けるので、

$$(\nabla \cdot s) I(x, s) = -\sigma_t I + \sigma_s \int_{\Omega} p(s, s') I(x, s') ds' + e(x', s) \quad (9)$$

この積分偏微分方程式はCG分野ではボリュームレンダリング方程式と呼ばれ、散乱の支配方程式となる。ただし、 Ω は単位球面を表す。

位相関数 $p(s, s')$ は散乱物質により決まり、大気分子のように光の波長と比べて非常に小さい粒子ではレイリー散乱理論、波長程度ではミー散乱理論により与えられる。CG 応用では便宜上、Henyey-Greenstein の式、

$$p(s, s') = (1/4\pi)(1 - g^2)/(1 + 2g(s \cdot s') + g^2)^{2/3}$$

を用いることも多い。ここで、 g はパラメータで平均方向余弦に等しい。通常、位相関数は単位球上での積分は1となるように規格化されている。また、 $\alpha = \sigma_s/\sigma_t$ はアルベド (albedo) と呼ばれ、散乱の強さを示す。

ボリュームレンダリング方程式 (9) を直接解くことは容易でないため、確率的な手法や近似手法が用いられている。確率的な手法ではモンテカルロ法を用いて積分の評価を行う。粒子との衝突を確率的に扱うことで、path-tracing 法やフォトンマップ法を拡張して適用することができる。一般に確率的手法は収束が遅く、両者とも実時間処理には不適である。このため、質感表現においては近似解法が用いられることが多い。以下、質感表現に有効な技法を紹介する。

3.3 Plane-parallel 近似と BRDF

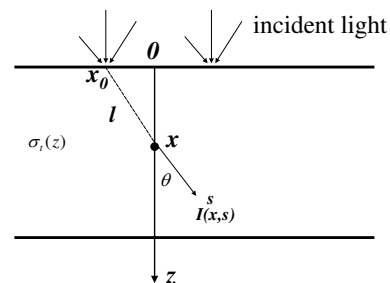


図6 Plane-parallel 解。

図6に示すように、散乱媒質が層状均質で照明も均一である場合には、散乱光は深さ z と方向 s のみの関数となる。このため、式(9)の ∇ は z に関する常微分に置き換えることができるので、次の線形方程式を得る。

$$\cos\theta dI(z, s)/dz = -\sigma_t I + \sigma_s \int_{\Omega} p(s, s') I(z, s) ds' \quad (10)$$

ただし、 θ は s と z 軸のなす角である。

式(10)を方向 s に関して N 方向に離散化すれば、1階連立線形常微分方程式になり、係数行列を固有値解析することにより、解として、

$$I(z) = V \tilde{I}(z) = \sum_{j=0}^N A_j \exp(\lambda_j d(z)) v_j \quad (11)$$

を得ることが知られている¹⁰⁾。ただし、 V_i, λ_i は、固有ベクトルおよび固有値である。また、係数 A_j は入射光分布などの境界条件から求められる。特に $z=0$ とおけば、表面での反射光・透過光の分布

$$I(0) = \sum_{j=0}^N A_j v_j \quad (12)$$

を得る。すなわち、各方向の平行入射光に対し係数 A_i を求めれば、BRDFが求められる。

多重散乱物体のBRDFは、初め確率的手法で求められたが⁹⁾、後にPlane-parallel近似を導入され¹³⁾、植物の葉のBRDFおよびBTDF(Bi-directional Transmittance Distribution Function)が求められた¹⁴⁾。また、複数の層からなる散乱媒質に対する処理法も開発されている¹⁵⁾。

3.4 拡散近似とBSSRDF

3.4.1 拡散近似

多重散乱成分の角度分布はなだらかであり、高周波成分が少ない。そこで、散乱光強度を直接減衰光 I_0 と拡散成分 I_d とに分け、 I_d を以下の2項で近似する。

$$I_d(x, s) \simeq (1/4\pi)(\phi(x) + 3(s \cdot E(x))),$$

ここで、スカラー関数 $\phi(x)$ は $I_d(x, s)$ の s に関する平均で、ベクトル関数 $E(x)$ は1次モーメントに対応する。これをボリュームレンダリング方程式(9)に代入し、整理すると、

$$\nabla(\kappa(x)\nabla\phi(x)) = \sigma_a\phi + S(x) \quad (13)$$

$$\kappa(x) = 1/(3(\sigma_a + \sigma'_s)) \quad (14)$$

$$\sigma'_s = (1-g)\sigma_s \quad (15)$$

と拡散方程式にまとめられる。ただし、 g は位相関数の平均方向余弦であり、 $S(x)$ は媒質内の発光による項である。また、 E は

$$E(x) = \nabla\phi(x)$$

と与えられる。

拡散近似は次章で述べる双極子法の基礎ともなっている。

3.5 双極子/多双極子法

双極子(dipole)法はJensenらにより導入された手法であり、拡散近似に基づいている¹⁶⁾。

まず、 $\sigma_{tr} = \sqrt{\sigma_a\sigma'_t}$ とすれば、関数

$$\exp(-\sigma_{tr}|(x-a)|)/|x-a|$$

は発光がない場合 ($S(x)=0$) の拡散方程式を満たす。

境界が平面で、媒質の厚さが無限大であれば、この関数を2つ配置することで、境界条件を満たすようにできる(4)。すると、BSSRDF S_d は、

$$S_d(x_i, s_i; x_o, s_o) = (1/\pi)F_t(x_i, s_i) R_d(|x_i - x_o|)F_t(x_o, s_o) \quad (16)$$

$$R_d = A \exp(-\sigma_{tr}|(x-p_+)|)/|x-p_+| - B \exp(-\sigma_{tr}|(x-p_-)|)/|x-p_-| \quad (17)$$

と表せる。ここで、 F_t はFresnel反射による透過率であり、屈折率変化がない場合は1となるので方向依存性はなくなる。距離の関数 R_d は、正負ペアとなる仮想的な点光源(双極子)を p_+, p_- に配置し、この双極子からの距離を用いてを計算する。尚、 A, B は定数である。

厚さが有限の場合は、入射面、透過面、双方の境界条件を満たす必要がある。このためには、無限個の仮想双極子を配置する必要があるが、実用上は有限個の双極子で近似する。この手法は、多双極子(multipole)法と呼ばれている¹⁷⁾。

双極子法、多双極子法の問題点の1つは、1次散乱を含む低次の散乱をうまく表現できないことにある。これは1次散乱成分を仮想的な発光と見なし、 $S(x)$ に含ませることで改善できる¹⁰⁾。d'Eonらは、原子力工学における輸送理論を導入し、より精度の高いBSSRDF計算法を提案している¹⁸⁾。

BSSRDFを用いた輝度計算式(7)は位置に関する線形フィルタリングとなっている。このフィルタ計算を高速に行うために、階層的フィルタリングなどの効率化手法^{19),20)}が提案されている。また、BRDFをガウス関数の和で近似し、テクスチャ空間でフィルタ処理する手法も提案されている²¹⁾。

4. 密集した小物体の質感表現

樹木の葉の繁みや頭髮などは、葉や髪など小物体の集合であるが、総体として特有の質感を持つ。これらの質感は、個々の小物体の反射特性のみならず、透過や吸収、小物体間の相互反射などにも起因している。これらは大域照明モデルを用いて計算することも勿論可能であるが、散乱モデルを用いる方が効率的である。

4.1 頭髮の質感表現

黒髪のように吸収率の高い髪では、1次反射成分が支配的で、1次散乱、すなわちself-shadowを計算し、直接光の減衰率を求めることでレンダリングできる。直接光の減衰は、opacity map²²⁾, deep opacity map²³⁾などで求めることができる。

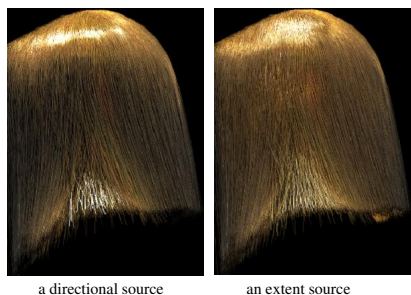


図7 髪の毛の生成画像例。左は平行光線、右は面光源で照明した場合。

しかしながら、金髪などの明るい髪においては、多重散乱が優位になり、無視することができなくなる。Zinkeらは dual scattering 法²⁴⁾と呼ばれる髪の毛の高速な多重散乱表現手法を提案した。この手法では、局所的には髪が平行であるとして、多重反射を平行面間の繰り返し反射のみとする。経験主義的であり理論的基盤が弱い側面があるが、視覚的には良い結果を与えている。

また、Plane-parallel 近似を用いることで、多重散乱を高速に計算することもできる。Dual-scattering と比較して物理的基盤が強いため、面光源など多様な光源への適用が可能である²⁵⁾。生成画像例を図7に示す。

4.2 樹木の質感表現

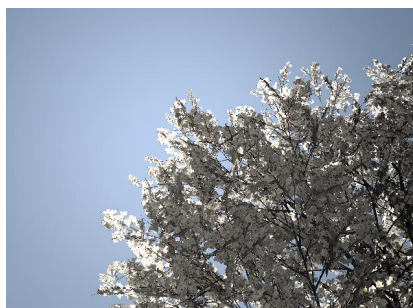


図8 桜の生成画像例。

樹木の葉や花は透過性があり、こんもりとした質感を表現するには多重散乱を考慮することが重要である。Qinらは、葉の多重反射を、平行面の繰り返し反射で置き換え、経験的な計算手法を提案した²⁶⁾。また、Boulangierらは2次散乱まで考慮した画像生成法を提案した²⁷⁾。この手法は実時間表示可能であるが、前処理は重く、形状や光源変化には実時間対応できない。

Plane-parallel 近似は対象依存性が低い物理近似モデルであり、髪や表面下散乱と同様に、樹木にも適用可能である。前計算等も重くなく、高速な表示が可能である²⁸⁾。生成画像例を図8に示す。

5. まとめ

質感表現のCG技法を散乱物質の表現を中心に紹介した。技術的に残されている課題としては、不均質な散乱物体の高速表示技術があげられる。また、人間の視覚系は散乱物体の表示の精度には寛大であり、視覚特性に基づいた散乱レンダリング手法も重要な課題である。

参考文献

- 1) K. Torrance, E. M. Sparrow, Theory for off-specular reflectance from roughened surfaces, *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 56, No. 7, pp. 1105-1114, 1967.
- 2) P. Poulin, A. Fournier, A model for anisotropic reflection, *SIGGRAPH'90*, pp. 273-282, 1990.
- 3) R. Cook, K. Torrance, A reflectance model for Computer Graphics, *ACM Transactions on Graphics*, vol. 1, No. 1, pp. 7-24, 1982.
- 4) M. Oren, S. Nayar, Generalization of Lambert's reflectance model, *SIGGRAPH'94*, pp. 239-246, 1994.
- 5) S. H. Westin, J. Arvo, K. Torrance, Predicting reflectance functions from complex surfaces, *SIGGRAPH'92*, pp. 255-264, 1992.
- 6) G. J. Ward, Measuring and modeling anisotropic reflection, *SIGGRAPH'92*, pp. 265-272, 1992.
- 7) J. Kajiya and T. Kay, Rendering fur with three dimensional textures, *SIGGRAPH'89*, pp. 271-280, 1989.
- 8) S. R. Marschner, H. W. Jensen, M. Cammarano, S. Worley, and P. Hanrahan, Light scattering from human hair fibers, *SIGGRAPH'03*, pp. 1780-1791, 2003.
- 9) Hanrahan, P. and Krueger, W., Reflection from layered surfaces due to subsurface scattering, *SIGGRAPH'93*, pp.165-174, 1993.
- 10) A. Ishimaru, *Wave propagation and scattering in random media*, volume 1, Academic Press, New York, 1978.
- 11) Tong, X. and Wang, J. and Lin, S. and Guo, B. and Shum, H.-Y., Modeling and rendering of quasi-homogeneous materials, *ACM Transactions on Graphics*, vol. 24, No.3, pp.1054-1061, 2005.
- 12) C. Donner, J. Lawrence, R. Ramamoorthi, T. Hachisuka, H. W. Jensen, S. Nayar, An Empirical BSSRDF Model, *SIGGRAPH 2009* (2009).
- 13) J. Stam, An illumination model for a skin layer bounded by rough surfaces, *Proceedings of the 12th Eurographics Workshop on Render-*

- ing, pp.39-52, 2001.
- 14) W. Wang, J. Dorsey, X. Yang, B. Guo, and H.-Y. Shum, Real-time rendering of plant leaves, ACM Transactions on Graphics vol. 24, No. 3, pp.712-719, 2006.
 - 15) 新谷、白石、土橋、岩崎、西田、散乱媒質の反射・透過分布の計算と補間処理、画像電子学会誌、vol. 38, No.4, pp.423-431, 2009
 - 16) Jensen, H. W. and Marschner, S. R. and Levoy, M. and Hanrahan, P., A practical model for subsurface light transport, SIGGRAPH 2001, pp.511-518, 2001.
 - 17) Donner, C. and Jensen, H. W., Light diffusion in multi-layered translucent materials, ACM Transactions on Graphics, vol. 24, No. 3, pp.1032-1039, 2005.
 - 18) E. d'Eon, G. Irving, A quantized-diffusion model for rendering translucent materials, ACM Transactions on Graphics, vol. 30, No. 4, 56, 2011.
 - 19) T. Mertens, J. Kautz, J. and Bekaert, H. Seidelz, F. Van Reeth, Interactive rendering of translucent deformable objects, EGSR 2003, pp.130-140, 2003.
 - 20) K. Xu, Y. Gao, Y. Li, T. Ju, S. Hu, Real-time homogeneous translucent material editing, Computer Graphics Forum, vol 26, No. 3, pp.545-552, 2007.
 - 21) E d'Eon, D. Luebke, E. Enderton, Efficient rendering of human skin, EGSR 2007, 2007.
 - 22) T. Kim, U. Neumann, Opacity shadow map, EGSR 2001, pp. 177-182, 2001.
 - 23) C. Yuksel, and J. Keyser, Deep opacity map, Computer Graphics Forum, vol. 27. No.2, pp. 675-680, 2008.
 - 24) A. Zinke, C. Yuksel, A. Weber, and J. Keyser, Dual scattering approximation for fast multiple scattering in hair, ACM Transactions on Graphics vol. 26, No. 3, pp. 1-10 (2008).
 - 25) M. Shinya, M. Shiraishi, Y. Dobashi, K. Iwasaki, T. Nishita, A simplified plane-parallel scattering model and its application to hair rendering, Pacific Graphics 2010, pp.85-92, 2010.
 - 26) X. Qin, E. Nakamae, K. Tadamura, Y. Nagai, Fast photo-realistic rendering of trees in daylight, Computer Graphics Forum, vol 22, No. 3, pp. 243-252, 2003.
 - 27) K. Boulanger, K. Bouatouch, S. Pattanaik, Rendering trees with indirect lighting in real time, Computer Graphics Forum, vol. 27, No.4, pp. 1189-1198, 2008.
 - 28) 新谷、白石、土橋、岩崎、西田、多重散乱モデルの効率化と樹木レンダリングへの応用, Visual

Computing グラフィクスと CAD 合同シンポジウム 2009, 09-18 (2009).