

## プログラムのページ

担当 中 西 正 和

### 7406 3次テーラー展開に基づく複素係数代数方程式の解法

鳥居達生・都田艶子 (大阪大学工学部)

#### 1) 近似根の計算

計算法の原理は、3次エルミート補間式の代りに3次テーラー展開式を用いることを除けば、文献(1)の方法と同じである。

入力データに対して簡単な前処理を併用することにより、文献(1)の方法に比べ、さらに収束性は改善されている。

さて、 $f(z)$  を  $n$  次複素係数多項式

$$f(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n$$

とする。点  $z_i$  における  $f(z)$  の3次テーラー展開式を  $g(z)$  とすれば、これは組立除法により求まる。

$$b_0 = a_0, \quad c_0 = b_0, \quad d_0 = c_0, \quad e_0 = d_0$$

$$b_{k+1} = a_{k+1} + z_i b_k, \quad c_{k+1} = b_{k+1} + z_i c_k$$

$$d_{k+1} = c_{k+1} + z_i d_k, \quad e_{k+1} = d_{k+1} + z_i e_k$$

$$(k=0, 1, \dots, n)$$

すなわち、

$$g(z) = e_{n-3}(z-z_i)^3 + d_{n-2}(z-z_i)^2 + c_{n-1}(z-z_i) + b_n \equiv \gamma_0(z-z_i)^3 + \gamma_1(z-z_i)^2 + \gamma_2(z-z_i) + \gamma_3.$$

点  $z_i$  がニュートン法の収束定理を満たしているか否かは、反復のたびごとに  $g(z)$  に対して判別する。

すなわち、

$$|f'(z_i)| \neq 0$$

$$2|h_i| M_i \leq |f'(z_i)|$$

ただし

$$h_i = -f(z_i)/f'(z_i)$$

$$M_i = 2(3|\gamma_0||h_i| + |\gamma_1|).$$

これらの条件が満たされれば  $g(z)$  に対してニュートン反復を2回行い、新しい近似値  $z_{i+1}$  を計算する。

$$z_{i+1} = z_i + h_i - \frac{(\gamma_0 h_i + \gamma_2) h_i^2}{(3\gamma_0 h_i + 2\gamma_1) h_i + \gamma_2}.$$

条件が満たされない時は、 $g(z) = 0$  を解き、 $z_i$  に最も近い根を  $z_{i+1}$  とする。3次式を解く方法は、文献(2)による。

これらの操作をくり返し、

$$|f(z_i)| \leq \varepsilon_1(z_i)$$

を満たすまで  $i$  をすすめる。本プログラムではさらに1回反復して、根  $\zeta$  としている。ここで  $\varepsilon_1(z)$  は、関数値  $f(z)$  を計算するときの誤差限界であり、次式で決定される。

$$\varepsilon_1(z) = 4.0 \times 2^{-i} \sum_{k=0}^n |b_k| |z|^{n-k}.$$

各根  $\zeta$  に対して、文献(1)にならい、条件数は次のように定義した。

$$\text{cond}(\zeta) = 2 \sum_{k=0}^n |b_k| |\zeta|^{n-k} / |\zeta \cdot f'(\zeta)|.$$

次に、前処理について簡単な注意を述べる。

単位円の内部と外部に  $f(z)$  の根を“均一”に分布させるために、 $z$  に次の変換をほどこす。

$$rz \rightarrow z$$

ただし、

$$r = \left( \frac{|a_{n-2}| + |a_{n-1}| + |a_n|}{|a_0| + |a_1| + |a_2|} \right)^{1/(n-2)}.$$

円の内部から根を求めるために、初期値  $z_0 = 0$  とした。1根求めるたびごとに、円の内外に根が“均一”に分布しているか否か調べる。すなわち、

$$|a_0| + |a_1| + |a_2| < |a_n| + |a_{n-1}| + |a_{n-2}|$$

ならば、円の外部に根が多く存在する傾向を示すので、 $1/z \rightarrow z$  の変数変換を行う。求めた根が与えられた方程式  $f(rz)$  の逆数方程式の根ならば、このことを出力結果において知るために、便宜上、条件数に負符号を付してある。このとき、再び  $1/\zeta \rightarrow \zeta$  の変換を行ってもとにもどす。

2) 近似根の補正、誤差評価、残差および残差の誤差限界、条件数の計算

前述の方法で求めた任意の近似根を  $z_0$  とする。 $z_0$  における  $f(z)$  の3次テーラー展開式  $g(z)$ 、および  $f(z_0)$  の誤差限界  $\varepsilon_1(z_0)$  を求める。 $g(z)$  に対して、 $z_0$  がニュートン法の収束条件を満たせば、これにニュートン反復を2回行い、 $\zeta$  とし、あらためて  $f(\zeta)$ 、 $f'(\zeta)$  を求める。満たさなければ、 $z_0$  そのものをとる。つまり、補正しない。近似根  $\zeta$  の誤差は  $|f(\zeta)/f'(\zeta)|$  で定義し、 $\zeta$  の条件数を求める。 $z_0$  がニュー

トン法の収束条件を満たさない場合,  $z_0$ は重根, あるいは近接根であるから, 条件数は大きくなるが,

$$|f(\zeta)| \leq \epsilon_1(\zeta) \text{ (実際は } \epsilon_1(z_0) \text{ を用いている)}$$

を満たせば,  $\zeta$  は根として採用できるであろう.

このように, ニュートン法の収束条件を満たさない根は注意を要するので, 条件数に負符号をつけた.

$|f(\zeta)| > \epsilon_1(\zeta)$  ならば, いかなる意味でも, 根として採用できないので,  $\text{cond}(\zeta) = 0$  として, このことを明示した.

3) プログラムの使用方法

CALL CPEQ (N, A, B, C, Z, COND, ID)

N: 求める多項式  $f(z)$  の次数  $n$ , 入出力の際保存される.

A:  $f(z)$  の係数, 次数の高い方から  $a_0, a_1, \dots, a_n$ , 複素数型  $n+1$  語, 入出力の際保存される.

B: 作業用配列, 複素数型  $n+1$  語

C: 作業用配列, 複素数型  $n+1$  語

Z:  $n$  個の近似根, 複素数型  $n$  語, 出力

COND: 減次される多項式に対する根  $\zeta$  の条件数, 実数型  $n$  語, 出力.

逆数方程式の根の条件数には負符号をつける. 次の場合には, 0 と設定される. 1)  $\zeta = 0$ , 2)  $f'(\zeta) = 0$ , 3) 減次された多項式の次数が3以下, 4) IMAX 回反復しても収束の判定を満たさない.

ID: 中間結果の印字の指定, ID=0 ならば印字せず, ID=1 ならば印字する. 入力

補助的に3次方程式を解くプログラム<sup>2)</sup>

SUBROUTINE CARDAN (C, Z)

SUBROUTINE CROOT (A, X)

を用いている.

CALL CERROR (N, A, B, Z, ERR, FNORM, EPS1, COND)

N: 次数  $\geq 3$

A:  $f(z)$  の係数  $a_0, a_1, \dots, a_n$ , 複素数型  $n+1$  語

B: 作業用配列, 複素数型  $n+1$  語

Z: 第1近似の根が入力され, 補正されて出力する. 複素数型  $n$  語

ERR: 近似根  $\zeta$  の誤差, 実数型  $n$  語, 出力

FNORM:  $|f(\zeta)|$ , 実数型  $n$  語, 出力

EPS1:  $f(\zeta)$  を計算したときの誤差限界, 実数型  $n$  語, 出力

COND: 与えられた多項式に対する根  $\zeta$  の条件数, 実数型  $n$  語, 出力.

$|f(\zeta)| > \epsilon_1(\zeta)$  のときは0とおく.

補正しない根の条件数には負符号をつける.

参考文献

- 1) 鳥居達生, 都田艶子: 3次エルミート補間法に基づく根の計算法, 情報処理, Vol. 14, No. 4, pp. 253~259 (1973).
- 2) 平野晋保: 変形 Cardano 法 (手稿).

```

100  SUBROUTINE CPEQ(N,A,B,C,Z,COND,ID)
101  DIMENSION A(N+1),B(N+1),C(N+1),Z(N),COND(N)
102  DIMENSION EPS1(N),FNORM(N),ERR(N)
103  DIMENSION I(1),I2(1),I3(1),I4(1),I5(1),I6(1),I7(1),I8(1),I9(1),I10(1)
104  DIMENSION I11(1),I12(1),I13(1),I14(1),I15(1),I16(1),I17(1),I18(1),I19(1),I20(1)
105  DIMENSION I21(1),I22(1),I23(1),I24(1),I25(1),I26(1),I27(1),I28(1),I29(1),I30(1)
106  DIMENSION I31(1),I32(1),I33(1),I34(1),I35(1),I36(1),I37(1),I38(1),I39(1),I40(1)
107  DIMENSION I41(1),I42(1),I43(1),I44(1),I45(1),I46(1),I47(1),I48(1),I49(1),I50(1)
108  DIMENSION I51(1),I52(1),I53(1),I54(1),I55(1),I56(1),I57(1),I58(1),I59(1),I60(1)
109  DIMENSION I61(1),I62(1),I63(1),I64(1),I65(1),I66(1),I67(1),I68(1),I69(1),I70(1)
110  DIMENSION I71(1),I72(1),I73(1),I74(1),I75(1),I76(1),I77(1),I78(1),I79(1),I80(1)
111  DIMENSION I81(1),I82(1),I83(1),I84(1),I85(1),I86(1),I87(1),I88(1),I89(1),I90(1)
112  DIMENSION I91(1),I92(1),I93(1),I94(1),I95(1),I96(1),I97(1),I98(1),I99(1),I100(1)
113  DIMENSION I101(1),I102(1),I103(1),I104(1),I105(1),I106(1),I107(1),I108(1),I109(1),I110(1)
114  DIMENSION I111(1),I112(1),I113(1),I114(1),I115(1),I116(1),I117(1),I118(1),I119(1),I120(1)
115  DIMENSION I121(1),I122(1),I123(1),I124(1),I125(1),I126(1),I127(1),I128(1),I129(1),I130(1)
116  DIMENSION I131(1),I132(1),I133(1),I134(1),I135(1),I136(1),I137(1),I138(1),I139(1),I140(1)
117  DIMENSION I141(1),I142(1),I143(1),I144(1),I145(1),I146(1),I147(1),I148(1),I149(1),I150(1)
118  DIMENSION I151(1),I152(1),I153(1),I154(1),I155(1),I156(1),I157(1),I158(1),I159(1),I160(1)
119  DIMENSION I161(1),I162(1),I163(1),I164(1),I165(1),I166(1),I167(1),I168(1),I169(1),I170(1)
120  DIMENSION I171(1),I172(1),I173(1),I174(1),I175(1),I176(1),I177(1),I178(1),I179(1),I180(1)
121  DIMENSION I181(1),I182(1),I183(1),I184(1),I185(1),I186(1),I187(1),I188(1),I189(1),I190(1)
122  DIMENSION I191(1),I192(1),I193(1),I194(1),I195(1),I196(1),I197(1),I198(1),I199(1),I200(1)
123  DIMENSION I201(1),I202(1),I203(1),I204(1),I205(1),I206(1),I207(1),I208(1),I209(1),I210(1)
124  DIMENSION I211(1),I212(1),I213(1),I214(1),I215(1),I216(1),I217(1),I218(1),I219(1),I220(1)
125  DIMENSION I221(1),I222(1),I223(1),I224(1),I225(1),I226(1),I227(1),I228(1),I229(1),I230(1)
126  DIMENSION I231(1),I232(1),I233(1),I234(1),I235(1),I236(1),I237(1),I238(1),I239(1),I240(1)
127  DIMENSION I241(1),I242(1),I243(1),I244(1),I245(1),I246(1),I247(1),I248(1),I249(1),I250(1)
128  DIMENSION I251(1),I252(1),I253(1),I254(1),I255(1),I256(1),I257(1),I258(1),I259(1),I260(1)
129  DIMENSION I261(1),I262(1),I263(1),I264(1),I265(1),I266(1),I267(1),I268(1),I269(1),I270(1)
130  DIMENSION I271(1),I272(1),I273(1),I274(1),I275(1),I276(1),I277(1),I278(1),I279(1),I280(1)
131  DIMENSION I281(1),I282(1),I283(1),I284(1),I285(1),I286(1),I287(1),I288(1),I289(1),I290(1)
132  DIMENSION I291(1),I292(1),I293(1),I294(1),I295(1),I296(1),I297(1),I298(1),I299(1),I300(1)
133  DIMENSION I301(1),I302(1),I303(1),I304(1),I305(1),I306(1),I307(1),I308(1),I309(1),I310(1)
134  DIMENSION I311(1),I312(1),I313(1),I314(1),I315(1),I316(1),I317(1),I318(1),I319(1),I320(1)
135  DIMENSION I321(1),I322(1),I323(1),I324(1),I325(1),I326(1),I327(1),I328(1),I329(1),I330(1)
136  DIMENSION I331(1),I332(1),I333(1),I334(1),I335(1),I336(1),I337(1),I338(1),I339(1),I340(1)
137  DIMENSION I341(1),I342(1),I343(1),I344(1),I345(1),I346(1),I347(1),I348(1),I349(1),I350(1)
138  DIMENSION I351(1),I352(1),I353(1),I354(1),I355(1),I356(1),I357(1),I358(1),I359(1),I360(1)
139  DIMENSION I361(1),I362(1),I363(1),I364(1),I365(1),I366(1),I367(1),I368(1),I369(1),I370(1)
140  DIMENSION I371(1),I372(1),I373(1),I374(1),I375(1),I376(1),I377(1),I378(1),I379(1),I380(1)
141  DIMENSION I381(1),I382(1),I383(1),I384(1),I385(1),I386(1),I387(1),I388(1),I389(1),I390(1)
142  DIMENSION I391(1),I392(1),I393(1),I394(1),I395(1),I396(1),I397(1),I398(1),I399(1),I400(1)
143  DIMENSION I401(1),I402(1),I403(1),I404(1),I405(1),I406(1),I407(1),I408(1),I409(1),I410(1)
144  DIMENSION I411(1),I412(1),I413(1),I414(1),I415(1),I416(1),I417(1),I418(1),I419(1),I420(1)
145  DIMENSION I421(1),I422(1),I423(1),I424(1),I425(1),I426(1),I427(1),I428(1),I429(1),I430(1)
146  DIMENSION I431(1),I432(1),I433(1),I434(1),I435(1),I436(1),I437(1),I438(1),I439(1),I440(1)
147  DIMENSION I441(1),I442(1),I443(1),I444(1),I445(1),I446(1),I447(1),I448(1),I449(1),I450(1)
148  DIMENSION I451(1),I452(1),I453(1),I454(1),I455(1),I456(1),I457(1),I458(1),I459(1),I460(1)
149  DIMENSION I461(1),I462(1),I463(1),I464(1),I465(1),I466(1),I467(1),I468(1),I469(1),I470(1)
150  DIMENSION I471(1),I472(1),I473(1),I474(1),I475(1),I476(1),I477(1),I478(1),I479(1),I480(1)
151  DIMENSION I481(1),I482(1),I483(1),I484(1),I485(1),I486(1),I487(1),I488(1),I489(1),I490(1)
152  DIMENSION I491(1),I492(1),I493(1),I494(1),I495(1),I496(1),I497(1),I498(1),I499(1),I500(1)
153  DIMENSION I501(1),I502(1),I503(1),I504(1),I505(1),I506(1),I507(1),I508(1),I509(1),I510(1)
154  DIMENSION I511(1),I512(1),I513(1),I514(1),I515(1),I516(1),I517(1),I518(1),I519(1),I520(1)
155  DIMENSION I521(1),I522(1),I523(1),I524(1),I525(1),I526(1),I527(1),I528(1),I529(1),I530(1)
156  DIMENSION I531(1),I532(1),I533(1),I534(1),I535(1),I536(1),I537(1),I538(1),I539(1),I540(1)
157  DIMENSION I541(1),I542(1),I543(1),I544(1),I545(1),I546(1),I547(1),I548(1),I549(1),I550(1)
158  DIMENSION I551(1),I552(1),I553(1),I554(1),I555(1),I556(1),I557(1),I558(1),I559(1),I560(1)
159  DIMENSION I561(1),I562(1),I563(1),I564(1),I565(1),I566(1),I567(1),I568(1),I569(1),I570(1)
160  DIMENSION I571(1),I572(1),I573(1),I574(1),I575(1),I576(1),I577(1),I578(1),I579(1),I580(1)
161  DIMENSION I581(1),I582(1),I583(1),I584(1),I585(1),I586(1),I587(1),I588(1),I589(1),I590(1)
162  DIMENSION I591(1),I592(1),I593(1),I594(1),I595(1),I596(1),I597(1),I598(1),I599(1),I600(1)
163  DIMENSION I601(1),I602(1),I603(1),I604(1),I605(1),I606(1),I607(1),I608(1),I609(1),I610(1)
164  DIMENSION I611(1),I612(1),I613(1),I614(1),I615(1),I616(1),I617(1),I618(1),I619(1),I620(1)
165  DIMENSION I621(1),I622(1),I623(1),I624(1),I625(1),I626(1),I627(1),I628(1),I629(1),I630(1)
166  DIMENSION I631(1),I632(1),I633(1),I634(1),I635(1),I636(1),I637(1),I638(1),I639(1),I640(1)
167  DIMENSION I641(1),I642(1),I643(1),I644(1),I645(1),I646(1),I647(1),I648(1),I649(1),I650(1)
168  DIMENSION I651(1),I652(1),I653(1),I654(1),I655(1),I656(1),I657(1),I658(1),I659(1),I660(1)
169  DIMENSION I661(1),I662(1),I663(1),I664(1),I665(1),I666(1),I667(1),I668(1),I669(1),I670(1)
170  DIMENSION I671(1),I672(1),I673(1),I674(1),I675(1),I676(1),I677(1),I678(1),I679(1),I680(1)
171  DIMENSION I681(1),I682(1),I683(1),I684(1),I685(1),I686(1),I687(1),I688(1),I689(1),I690(1)
172  DIMENSION I691(1),I692(1),I693(1),I694(1),I695(1),I696(1),I697(1),I698(1),I699(1),I700(1)
173  DIMENSION I701(1),I702(1),I703(1),I704(1),I705(1),I706(1),I707(1),I708(1),I709(1),I710(1)
174  DIMENSION I711(1),I712(1),I713(1),I714(1),I715(1),I716(1),I717(1),I718(1),I719(1),I720(1)
175  DIMENSION I721(1),I722(1),I723(1),I724(1),I725(1),I726(1),I727(1),I728(1),I729(1),I730(1)
176  DIMENSION I731(1),I732(1),I733(1),I734(1),I735(1),I736(1),I737(1),I738(1),I739(1),I740(1)
177  DIMENSION I741(1),I742(1),I743(1),I744(1),I745(1),I746(1),I747(1),I748(1),I749(1),I750(1)
178  DIMENSION I751(1),I752(1),I753(1),I754(1),I755(1),I756(1),I757(1),I758(1),I759(1),I760(1)
179  DIMENSION I761(1),I762(1),I763(1),I764(1),I765(1),I766(1),I767(1),I768(1),I769(1),I770(1)
180  DIMENSION I771(1),I772(1),I773(1),I774(1),I775(1),I776(1),I777(1),I778(1),I779(1),I780(1)
181  DIMENSION I781(1),I782(1),I783(1),I784(1),I785(1),I786(1),I787(1),I788(1),I789(1),I790(1)
182  DIMENSION I791(1),I792(1),I793(1),I794(1),I795(1),I796(1),I797(1),I798(1),I799(1),I800(1)
183  DIMENSION I801(1),I802(1),I803(1),I804(1),I805(1),I806(1),I807(1),I808(1),I809(1),I810(1)
184  DIMENSION I811(1),I812(1),I813(1),I814(1),I815(1),I816(1),I817(1),I818(1),I819(1),I820(1)
185  DIMENSION I821(1),I822(1),I823(1),I824(1),I825(1),I826(1),I827(1),I828(1),I829(1),I830(1)
186  DIMENSION I831(1),I832(1),I833(1),I834(1),I835(1),I836(1),I837(1),I838(1),I839(1),I840(1)
187  DIMENSION I841(1),I842(1),I843(1),I844(1),I845(1),I846(1),I847(1),I848(1),I849(1),I850(1)
188  DIMENSION I851(1),I852(1),I853(1),I854(1),I855(1),I856(1),I857(1),I858(1),I859(1),I860(1)
189  DIMENSION I861(1),I862(1),I863(1),I864(1),I865(1),I866(1),I867(1),I868(1),I869(1),I870(1)
190  DIMENSION I871(1),I872(1),I873(1),I874(1),I875(1),I876(1),I877(1),I878(1),I879(1),I880(1)
191  DIMENSION I881(1),I882(1),I883(1),I884(1),I885(1),I886(1),I887(1),I888(1),I889(1),I890(1)
192  DIMENSION I891(1),I892(1),I893(1),I894(1),I895(1),I896(1),I897(1),I898(1),I899(1),I900(1)
193  DIMENSION I901(1),I902(1),I903(1),I904(1),I905(1),I906(1),I907(1),I908(1),I909(1),I910(1)
194  DIMENSION I911(1),I912(1),I913(1),I914(1),I915(1),I916(1),I917(1),I918(1),I919(1),I920(1)
195  DIMENSION I921(1),I922(1),I923(1),I924(1),I925(1),I926(1),I927(1),I928(1),I929(1),I930(1)
196  DIMENSION I931(1),I932(1),I933(1),I934(1),I935(1),I936(1),I937(1),I938(1),I939(1),I940(1)
197  DIMENSION I941(1),I942(1),I943(1),I944(1),I945(1),I946(1),I947(1),I948(1),I949(1),I950(1)
198  DIMENSION I951(1),I952(1),I953(1),I954(1),I955(1),I956(1),I957(1),I958(1),I959(1),I960(1)
199  DIMENSION I961(1),I962(1),I963(1),I964(1),I965(1),I966(1),I967(1),I968(1),I969(1),I970(1)
200  DIMENSION I971(1),I972(1),I973(1),I974(1),I975(1),I976(1),I977(1),I978(1),I979(1),I980(1)
201  DIMENSION I981(1),I982(1),I983(1),I984(1),I985(1),I986(1),I987(1),I988(1),I989(1),I990(1)
202  DIMENSION I991(1),I992(1),I993(1),I994(1),I995(1),I996(1),I997(1),I998(1),I999(1),I1000(1)
203  DIMENSION I1001(1),I1002(1),I1003(1),I1004(1),I1005(1),I1006(1),I1007(1),I1008(1),I1009(1),I1010(1)
204  DIMENSION I1011(1),I1012(1),I1013(1),I1014(1),I1015(1),I1016(1),I1017(1),I1018(1),I1019(1),I1020(1)
205  DIMENSION I1021(1),I1022(1),I1023(1),I1024(1),I1025(1),I1026(1),I1027(1),I1028(1),I1029(1),I1030(1)
206  DIMENSION I1031(1),I1032(1),I1033(1),I1034(1),I1035(1),I1036(1),I1037(1),I1038(1),I1039(1),I1040(1)
207  DIMENSION I1041(1),I1042(1),I1043(1),I1044(1),I1045(1),I1046(1),I1047(1),I1048(1),I1049(1),I1050(1)
208  DIMENSION I1051(1),I1052(1),I1053(1),I1054(1),I1055(1),I1056(1),I1057(1),I1058(1),I1059(1),I1060(1)
209  DIMENSION I1061(1),I1062(1),I1063(1),I1064(1),I1065(1),I1066(1),I1067(1),I1068(1),I1069(1),I1070(1)
210  DIMENSION I1071(1),I1072(1),I1073(1),I1074(1),I1075(1),I1076(1),I1077(1),I1078(1),I1079(1),I1080(1)
211  DIMENSION I1081(1),I1082(1),I1083(1),I1084(1),I1085(1),I1086(1),I1087(1),I1088(1),I1089(1),I1090(1)
212  DIMENSION I1091(1),I1092(1),I1093(1),I1094(1),I1095(1),I1096(1),I1097(1),I1098(1),I1099(1),I1100(1)
213  DIMENSION I1101(1),I1102(1),I1103(1),I1104(1),I1105(1),I1106(1),I1107(1),I1108(1),I1109(1),I1110(1)
214  DIMENSION I1111(1),I1112(1),I1113(1),I1114(1),I1115(1),I1116(1),I1117(1),I1118(1),I1119(1),I1120(1)
215  DIMENSION I1121(1),I1122(1),I1123(1),I1124(1),I1125(1),I1126(1),I1127(1),I1128(1),I1129(1),I1130(1)
216  DIMENSION I1131(1),I1132(1),I1133(1),I1134(1),I1135(1),I1136(1),I1137(1),I1138(1),I1139(1),I1140(1)
217  DIMENSION I1141(1),I1142(1),I1143(1),I1144(1),I1145(1),I1146(1),I1147(1),I1148(1),I1149(1),I1150(1)
218  DIMENSION I1151(1),I1152(1),I1153(1),I1154(1),I1155(1),I1156(1),I1157(1),I1158(1),I1159(1),I1160(1)
219  DIMENSION I1161(1),I1162(1),I1163(1),I1164(1),I1165(1),I1166(1),I1167(1),I1168(1),I1169(1),I1170(1)
220  DIMENSION I1171(1),I1172(1),I1173(1),I1174(1),I1175(1),I1176(1),I1177(1),I1178(1),I1179(1),I1180(1)
221  DIMENSION I1181(1),I1182(1),I1183(1),I1184(1),I1185(1),I1186(1),I1187(1),I1188(1),I1189(1),I1190(1)
222  DIMENSION I1191(1),I1192(1),I1193(1),I1194(1),I1195(1),I1196(1),I1197(1),I1198(1),I1199(1),I1200(1)
223  DIMENSION I1201(1),I1202(1),I1203(1),I1204(1),I1205(1),I1206(1),I1207(1),I1208(1),I1209(1),I1210(1)
224  DIMENSION I1211(1),I1212(1),I1213(1),I1214(1),I1215(1),I1216(1),I1217(1),I1218(1),I1219(1),I1220(1)
225  DIMENSION I1221(1),I1222(1),I1223(1),I1224(1),I1225(1),I1226(1),I1227(1),I1228(1),I1229(1),I1230(1)
226  DIMENSION I1231(1),I1232(1),I1233(1),I1234(1),I1235(1),I1236(1),I1237(1),I1238(1),I1239(1),I1240(1)
227  DIMENSION I1241(1),I1242(1),I1243(1),I1244(1),I1245(1),I1246(1),I1247(1),I1248(1),I1249(1),I1250(1)
228  DIMENSION I1251(1),I1252(1),I1253(1),I1254(1),I1255(1),I1256(1),I1257(1),I1258(1),I1259(1),I1260(1)
229  DIMENSION I1261(1),I1262(1),I1263(1),I1264(1),I1265(1),I1266(1),I1267(1),I1268(1),I1269(1),I1270(1)
230  DIMENSION I1271(1),I1272(1),I1273(1),I1274(1),I1275(1),I1276(1),I1277(1),I1278(1),I1279(1),I1280(1)
231  DIMENSION I1281(1),I1282(1),I1283(1),I1284(1),I1285(1),I1286(1),I1287(1),I1288(1),I1289(1),I1290(1)
232  DIMENSION I
```

```

10000  MDSHADS(REAL(4))=ABS(A1*G(4))
11000  R4=2*(ABS(REAL(3)))+ABS(A1*G(4))+ABS(REAL(6(4)))
11100  1/(A1*G(4)))+4*H(4)
11200  IF(DHORN1.LE.2.#*HORN)GO TO 42
11300  P1=(1.-G(4))*2.#*G(3)+G(2)
11400  Z1=Z1+H(4)*G(3)+H(4)*G(2)
11500  GO TO 70
11600  42 IF(ABS(REAL(6(4)))+ABS(A1*G(4)).LE.EPS1)GO TO 40
11700  44 CALL CAPDAG(X)
11800  R1=ABS(REAL(1)))+2*ABS(A1*G(1)))+2
11900  R2=ABS(REAL(2)))+2*ABS(A1*G(2)))+2
12000  R3=ABS(REAL(3)))+2*ABS(A1*G(3)))+2
12100  44=H(4)
12200  I=1
12300  IF(A1.LE.H(2))GO TO 50
12400  41=H(2)
12500  I=2
12600  50 IF(A1.LE.H(3))GO TO 52
12700  I=3
12800  52 Z1=Z1+X(I)
12900  GO TO 44
13000  40 R(4)=4
13100  GO TO 44
13200  76 H=K(1)
13300  I=K(1)
13400  IF(I.EQ.1)GO TO 80
13500  GO TO 20
13600  80 Z1H=Z1*H
13700  COND(H)=1/(CAUS(Z1)+CAUS(Z1*H)))*J5
13800  IF(LJ5.EQ.-1)Z1=H*Z1
13900  H=1
14000  DO 82 K=1,N
14100  82 K1=K+1+K(K+1)+2*H(K)
14200  IF(I.EQ.0)WRITE(10)H(K)
14300  506 FORMAT(1/1)
14400  GO TO 6
14500  90 WRITE(10)S101Z1
14600  910 FORMAT(1/10)DIVENS(1)Z2Z0(10)
14700  P=0

100  SUPROUTINE CAPDAG(Z)
200  DIMENSION C(4),CC(3),Z(3),A(3)
300  COMPLEX C,CC,Z,A
400  N=CMPLX(0.5,SQRT(0.75))
500  PO 1 I=1,3
600  1 CC(1)=C(1)/C(4)
700  CALL CROOT(CC(3))#2=-3.#CC(2),X)
800  H=CC(1)*X
900  H=CC(1)*X
1000  IF(CABS(H)-CABS(Z))2+2.#3
1100  2 Y=CC(2)/I
1200  D=K
1300  GO TO 4
1400  3 Y=CC(2)/I
1500  P=X
1600  4 O=1./((1+Y*CC(3))+Y*CC(2))+Y*CC(1))
1700  P=H*O/I
1800  CALL CROOT(O#H+P#H*H)
1900  H=O.#H(-O#H)
2000  H=O.#H(-O#H)
2100  H=CABS(H)
2200  H=CABS(H)
2300  IF(A=H)5,6
2400  5 H=EXP(ALOG(A)/3.)
2500  H=ATANH(A1*HAG(X))+REAL(X)/3.
2600  GO TO 7
2700  6 H=EXP(ALOG(A)/3.)
2800  H=ATANH(A1*HAG(X))+REAL(X)/3.
2900  7 A(1)=CMPLX(CABS(H),R=21411)
3000  7(1)=A(1)*H/A(1)
3100  8(2)=H/A(1)
3200  7(2)=A(2)-H/A(2)
3300  8(3)=H/A(2)
3400  7(3)=A(3)-H/A(3)
3500  8(4)=CABS(Z(1))
3600  8(5)=CABS(Z(2))
3700  IF(A=H)8,9
3800  8 IF(A=CABS(Z(3)))1,9,10,12
3900  9 IF(A=CABS(Z(3)))1,11,12
4000  10 7(1)=H/((2)+Z(1))
4100  GO TO 13
4200  11 7(2)=H/((2)+Z(2))
4300  GO TO 13
4400  12 7(3)=H/((2)+Z(2))
4500  13 NO 14 14(1)
4600  14 7(1)=H/((2)+Z(1))
4700  8(4)=CABS(Z(1))
4800  8(5)=CABS(Z(2))
4900  IF(A=H)15,16,18
5000  15 IF(A=CABS(Z(3)))17,17,17,17
5100  16 IF(A=CABS(Z(3)))19,18,17
5200  17 7(1)=CC(1)/(Z(2)+Z(1))
5300  RETURN
5400  18 7(2)=CC(1)/(Z(1)+Z(1))

```

```

5500  RETURN
5600  19 7(1)=CC(1)/(Z(2)+Z(1))
5700  RETURN
5800  GO

100  SUPROUTINE CROOT(A,X)
200  COMPLEX A,X
300  C=CABS(A)
400  IF(C)1,4,2
500  1 Y=0
600  RETURN
700  2 H=C*H(1)+H(2)*ABS(REAL(A))
800  IF(H.EQ.0)3,4
900  3 X=CMPLX(A1*HAG(A)+H(2)/3)
1000  RETURN
1100  4 X=CMPLX(H(1)+A1*HAG(A)+H(2)/3)
1200  RETURN
1300  END

100  SUPROUTINE CERROR(A,D,Z,ERR,FHORN,EPS1,COND)
200  C
300  C
400  C
500  C
600  C
700  C
800  C
900  C
1000  C
1100  C
1200  C
1300  C
1400  C
1500  C
1600  C
1700  C
1800  C
1900  C
2000  C
2100  C
2200  C
2300  C
2400  C
2500  C
2600  C
2700  C
2800  C
2900  C
3000  C
3100  C
3200  C
3300  C
3400  C
3500  C
3600  C
3700  C
3800  C
3900  C
4000  C
4100  C
4200  C
4300  C
4400  C
4500  C
4600  C
4700  C
4800  C
4900  C
5000  C
5100  C
5200  C
5300  C
5400  C
5500  C
5600  C
5700  C
5800  C
5900  C
6000  C
6100  C
6200  C
6300  C
6400  C

```

(昭和 49 年 2 月 7 日受付)