

## プログラムのページ

担当 鈴木 誠 道

### 7407 中点公式による高速 sine 変換, cosine 変換

鳥居達生・入沢 実 (大阪大学工学部  
応用物理学科)

閉区間  $[0, \pi]$  における台形公式による高速 sine 変換, cosine 変換のプログラムはすでに発表した<sup>1)</sup>。

今回, 開区間  $(0, \pi)$  における中点公式による高速 sine 変換, cosine 変換のプログラムを作成したので報告する。

周期  $2\pi$  の実数値関数  $X(t)$  が偶関数ならば, 入力データは対称性,

$$X_{j+1/2} = X_{N-(j+1/2)}, \quad X_{j+1/2} = X\left(\frac{2\pi}{N}\left(j + \frac{1}{2}\right)\right),$$

$$j=0, 1, \dots, N-1,$$

をもち, 出力データは,

$$B_k = 2 \sum_{j=0}^{N/2-1} X_{j+1/2} \cos\left(\frac{2\pi}{N} k \left(j + \frac{1}{2}\right)\right),$$

$$k=0, 1, \dots, \frac{N}{2}-1, \quad N \text{ は偶数},$$

となる。さらに  $2/N$  をかけたものが cosine 展開の係数である。

入力データが歪対称,

$$X_{j+1/2} = -X_{N-(j+1/2)},$$

ならば, 出力データは,

$$B_k = -2 \sum_{j=0}^{N/2-1} X_{j+1/2} \sin\left(\frac{2\pi}{N} k \left(j + \frac{1}{2}\right)\right),$$

$$k=1, 2, \dots, \frac{N}{2},$$

となる。さらに  $-2/N$  をかけたものが sine 展開の係数である。算法については文献 2) を参照されたい。

### プログラムの使用法

中点公式による高速 cosine 変換

CALL CFFTMS (N, C, X, Y)

N: 標本数 2 のべき乗

$$C: \cos \frac{\pi}{N} j, \quad j=1, 2, \dots, \frac{N}{2}$$

X:  $X_{1/2}, X_{1+1/2}, \dots, X_{N/2-1/2}$  の順序で入力し  $B_0, B_1, \dots, B_{N/2-1}$  の順序で出力される。

Y: 中間結果のための配列  $N/2$  語

中点公式による高速 sine 変換

CALL SFFTMS (N, C, X, Y)

パラメータ N, C, Y の定義は上と同じ。X の入力は上と同じで出力は  $B_1, B_2, \dots, B_{N/2}$  である。

三角関数表作成

CALL COSINE (N, C)

C:  $\cos \frac{2\pi}{N} j$  ( $0 < j \leq \frac{N}{4}, N=2^*$ ) が計算される。

計算時間を示す。

表 1 計算時間 (m sec) NEAC 2200-700

N	cosine 変換	sine 変換
64	4	4
128	11	10
256	24	24
512	56	56
1024	127	126
2048	284	283
4096	632	627
8192	1380	1390

```

0001 SUBROUTINE CFFTMS(N,C,X,Y)
C FAST FOURIER COSINE TRANSFORM
C N=N/2**M NUMBER OF SYMMETRIC DATA
C C(N/2) TABLE OF COSINE FUNCTION
C X(N/2) INPUT AND OUTPUT DATA
C Y(N/2) WORKING MEMORY
0002 DIMENSION X(1),Y(1),C(1)
0003 IF(N.EQ.8) RETURN
0004 NG=N/8
0005 NU=NG*NG
0006 NH=NU*NG
0007 R=2.0*C(NU)
0008 JA=1
0009 JB=NU
0010 DO 15 J=1,NG,2
0011 NJ=NH-J
0012 CA=C(J)
0013 SA=(NJ)
0014 JC=JA+NG
0015 JD=JB+NG
0016 XA=X(JA)+X(JD)
0017 XB=X(JA)-X(JD)
0018 YA=X(JC)+X(JB)
0019 YB=X(JC)-X(JB)
0020 X(JA)=XA+YA
0021 X(JD)=XA-YA
0022 X(JC)=YB+CA-SA+YB
0023 X(JB)=-YB+SA-CA+YB
0024 JA=JA+1
0025 JB=JB+1
0026 15 CONTINUE
0027 IF(N.EQ.8) GO TO 50
0028 NLA=N
0029 NLB=N
0030 NNA=NH
0031 NNB=NH
0032 20 NNC=NB/2
0033 NLC=NLA+NLB
    
```

```

0034 JA=HLA
0035 JB=NLB
0036 DO 40 J=1,NNC
0037 LA=J
0038 LAI=-J
0039 LBN=NH+J
0040 LBI=HM+LAI
0041 KAM=LAM
0042 KAI=LAI
0043 KBF=LAI+NNB
0044 KBI=LAM+NNB
0045 Y(LAR)=X(KAR)+X(KBR)
0046 Y(LBI)=X(KAP)+X(KBP)
0047 NJ=HM-JA
0048 CA=C(JA)
0049 SA=C(IJ)
0050 25 KAI=KAI+HNA
0051 KBI=KBI+HNA
0052 LA=LAM+HNB
0053 LAI=LAI+HNB
0054 LBN=LBN+HNB
0055 IF(LAN,GE,LEBR) GO TO 30
0056 LBI=LBI+HNB
0057 KAR=KAR+HNA
0058 KBR=KBR+HNA
0059 Y(LAK)=X(KAR)+X(KBP)
0060 Y(LAI)=X(KAI)+X(KBI)
0061 XA=X(KAR)+X(KBR)
0062 XB=X(KAI)+X(KBI)
0063 Y(LBR)=CA*XA-SA*XB
0064 Y(LBI)=-SA*XA-CA*XB
0065 GO TO 25
0066 30 NJ=NH-JB
0067 CA=C(JB)
0068 SA=C(IJ)
0069 Y(LAK)=CA*X(KAI)+SA*X(KBI)
0070 Y(LAI)=-SA*X(KAI)-CA*X(KBI)
0071 JB=JA+HLC
0072 JA=JB+HLA
0073 40 CONTINUE
0074 IF(NNA,LE,4) GO TO 60
0075 DO 45 J=1,NH
0076 X(J)=Y(IJ)
0077 45 CONTINUE
0078 NNA=NHU
0079 NNB=HNC
0080 NLB=HLA
0081 NL=HLC
0082 GO TO 20
0083 50 DO 55 J=1,HH
0084 Y(J)=X(J)
0085 55 CONTINUE
0086 60 LBR=NH
0087 K=2
0088 DO 65 LAR=1,NG
0089 X(LAR)=2.0*Y(K-1)
0090 X(LBR)=-2.0*Y(K)
0091 K=K+2
0092 LBR=LBR-1
0093 65 CONTINUE
0094 X(NG+1)=Y(NH)
0095 RETURN
0096 END

```

```

0001 SUBROUTINE SFFTMS(H,C,X,Y)
C FAST FOURIER SINE TRANSFORM
C N=N2*MM NUMBER OF SKEN-SYMMETRIC DATA
C C(N/2) TABLE OF COSINE FUNCTION
C X(N/2) INPUT AND OUTPUT DATA
C Y(N/2) WORKING MEMORY
DIMENSION X(1),Y(1),C(1)
IF(MOD(N,8) RETURN
NG=H/8
NH=NH+NH
NH=NH+H0
R=2.0*C(H0)
JA=1
JB=NH
DO 15 J=1,NG+2
NJ=NH-J
CA=C(J)
SA=C(HJ)
X(JC)=XA+YA
X(JD)=XA-YA
XB=X(JA)+X(JD)
XA=X(JA)-X(JD)
YB=X(JC)+X(JB)
YA=X(JC)-X(JB)
X(JD)=XA-YA
X(JC)=XB+CA-SA*YB
X(JB)=-XB+SA-CA*YB
JA=JA+1
JH=JH+1
15 CONTINUE
IF(N,LE,8) GO TO 50
HLA=4
NLB=2
NNA=H0
NNB=H0
20 NN=HND/2
NL=HLA+HLA
JA=HLA
JB=NLB
DO 40 J=1,NNC
LAR=J
LAI=-J
LBN=NH+J
LBI=HM+LAI
KAR=LAR

```

```

0042 KAI=LAI
0043 KBR=LAI+NNB
0044 KBI=LAR+NNB
0045 Y(LAR)=X(KAR)+X(KBR)
0046 Y(LBI)=X(KAP)+X(KBP)
0047 NJ=HM-JA
0048 CA=C(JA)
0049 SA=C(IJ)
0050 25 KAI=KAI+HNA
0051 KBI=KBI+HNA
0052 LA=LAM+HNB
0053 LAI=LAI+HNB
0054 LBN=LBN+HNB
0055 IF(LAM,GE,LEBR) GO TO 30
0056 LBI=LBI+HNB
0057 KAR=KAR+HNA
0058 KBR=KBR+HNA
0059 Y(LAK)=X(KAR)+X(KBP)
0060 Y(LAI)=X(KAI)+X(KBI)
0061 XA=X(KAR)+X(KBR)
0062 XB=X(KAI)+X(KBI)
0063 Y(LBR)=CA*XA-SA*XB
0064 Y(LBI)=-SA*XA-CA*XB
0065 GO TO 25
0066 30 NJ=NH-JB
0067 CA=C(JB)
0068 SA=C(IJ)
0069 Y(LAK)=CA*X(KAI)+SA*X(KBI)
0070 Y(LAI)=-SA*X(KAI)-CA*X(KBI)
0071 JB=JA+HLC
0072 JA=JB+HLA
0073 40 CONTINUE
0074 IF(NNA,LE,4) GO TO 60
0075 DO 45 J=1,HH
0076 X(J)=Y(IJ)
0077 45 CONTINUE
0078 NNA=NHU
0079 NNB=HNC
0080 NLB=HLA
0081 NL=HLC
0082 GO TO 20
0083 50 DO 55 J=1,HH
0084 Y(J)=X(J)
0085 55 CONTINUE
0086 60 LBR=NH
0087 K=2
0088 DO 65 LAR=1,NG
0089 X(LAR)=2.0*Y(K-1)
0090 X(LBR)=-2.0*Y(K)
0091 K=K+2
0092 LBR=LBR-1
0093 65 CONTINUE
0094 X(NG+1)=Y(NH)
0095 RETURN
0096 END

```

```

0001 SUBROUTINE COSINE(H,C)
C COSINE FUNCTION
C N=N2*MM C(I)=COS(2*PI*1592654*J/N)
C C(N/4) TABLE OF COSINE FUNCTION
C DIMENSION C(1)
IF(N,LE,2) RETURN
C(1)=0.0
IF(N,LE,4) RETURN
PAI=3.141592654
POE=0.125*PAI
NB=N/8
JM=1
11 S=JM
S=PO/S
S=SIN(S)
S1=0.2*0.5*S
TS=2.0*0.5
J=JM
12 JJ=J+J
C(JJ)=C(JJ)
IF(J,LE,11) GO TO 13
J1=J-1
I=J-1
C(I1)=(C(J)+C(I))/TS
J1=J
GO TO 12
13 C(1)=S
JM=JM+JM
GO TO 11
END

```

参考文献

- 鳥居達生, 入沢 実: 高速 sine 変換, cosine 変換, 情報処理, Vol. 15, No. 7, pp. 574~575 (1974).
- 鳥居達生: 高速 sine 変換, cosine 変換とその数値積分への応用, 情報処理, Vol. 15, No. 9, pp. 670~679 (1974).

(昭和 49 年 3 月 16 日受付)