

## 荷重積分を用いたガウス関数による局所的アピランスの表現

小河雅司<sup>†</sup> 後藤秀聡<sup>†</sup> 本谷秀堅<sup>†</sup><sup>†</sup> 名古屋工業大学

〒 466-8555 愛知県名古屋市昭和区御器所町

E-mail: <sup>†</sup>{ogawa,goto}@cv.nitech.ac.jp, <sup>††</sup>hontani@nitech.ac.jp

あらまし 本稿では画像の局所的アピランスを、ガウス関数をモデルとしてパラメトリックに表現する手法を提案する。パラメータ推定には二次元へと拡張した荷重積分法を応用する。荷重積分法とは一次元正弦波信号の周波数を高精度に推定する近年開発された手法である。従来のパラメータ推定法の多くは、推定値が量子化される為推定精度に課題があった。提案法は、ガウス関数が満たす微分方程式を導出し、その連立方程式を解く事でパラメータを推定する。このため推定値は連続化されており推定精度が高い。本稿では提案法の基本原理と、画像雑音に対しての頑健化、シミュレーションと実画像による実験から性能を評価する。

キーワード 初期処理, 画像表現, 荷重積分法

## 1. はじめに

画像のぼけの量を位置ごとに推定することには多数の応用がある。例えばマッティング [1] ではマスク画像の生成の際にぼけ量の推定が行われる。また、動物体検出 [3] や遠近の強調 [5] などにおいても画像のボケ量の推定が行われる。これらの手法の多くはボケが加わる前の画像のエッジとしてステップ関数を仮定する。そして以下に示す基本原理に基づき、画像の勾配よりぼけ量を推定する。

エッジに直行する方向  $x$  の一次元プロファイル  $I(x)$  を考え、PSF を  $K(x)$  で表し、ステップ関数  $s(x)$  で表す。 $s(x)$  は次式の通りである。

$$s(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0), \\ 1 & (x \geq 0). \end{cases} \quad (1)$$

このとき、エッジ近傍で画像  $I(x)$  は次式で表される。

$$I(x) \propto s(x) * K(x). \quad (2)$$

このとき画像勾配強度は次式に示す通り PSF 自身になる。PSF はエッジの位置に観測される。

$$\frac{dI}{dx} \propto \frac{ds}{dx} * K(x) = K(x). \quad (3)$$

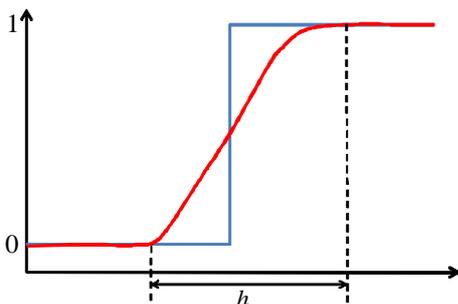


図 1 文献 [1] におけるぼけ量の推定

既存のぼけ量推定法のうち、例えば文献 [1], [2] では図 1 に示すように、二階微分のゼロ交差を挟んで画像勾配が非ゼロな領域の幅  $h$  に基づきぼけ量を推定する。また文献 [3], [4] では、ぼけの方向を水平と垂直に分けた上で、勾配強度の分布に基づきぼけ量をベイズ推定する。上記手法を含む既存の手法の多くは、カーネル関数としてガウス関数を仮定し、エッジの方向や分散  $\sigma^2$  の値がそれぞれ異なるガウス関数をモデルとして複数用意する。そして、それらモデルと画像をしかるべき特徴量に基づき比較し、最も適合度の高いモデルを選択することによりぼけ量  $\sigma^2$  を推定する。このため、推定値は基本的に離散化されており、連続的な推定値を得るためには補間に頼らざるを得ない。

推定値が離散化されてしまう性質は、プリミティブに基づいた画像の表現法の多くが共通して持つ性質でもある。画像の局所パターンが構成する多様体は、テクスチャが構成する implicit なものと、エッジなどプリミティブが構成する explicit なものとに分けることができる [6]。前者はテクスチャの周波数や分散などの統計値を指定することで決定される多様体であり、後者は Gabor や Wavelet などの関数のパラメータにより直接表現できる。後者のパラメータ推定法の多くは、Gabor 関数などモデルとする関数をあらかじめ定めた後、パラメータの値のそれぞれ異なる複数のモデルを構築する。各モデルはエッジや尾根線の走行方向やぼけ量などの異なるパターンに対応する。そして与えられた画像とモデルとを相関などに基づき比較し、最も適合度の高いモデルのパラメータを選択し画像の記述に採用する [6]。このような原理に基づく限り、モデル構築の際に用いるパラメータは離散化せざるをえない事から、採用されるプリミティブも原理的に離散化される。

ここでプリミティブとして定めた Gabor 関数や

Wavelet 関数のパラメータ空間はもともと連続である．記述に採用されうるパラメータを連続値とすることによりももとの関数が持っている表現能力を最大限に活かすことは画像記述の観点から有用であり，そのためには従来とは異なるアプローチが必要であることが分かる．

本稿ではガウス関数をモデルとし，そのパラメータを画像に基づき代数的に推定する手法を提案する．本質的に上記従来法と異なり，推定値は連続値となる．このことを実現するために，荷重積分法 [7] と呼ばれる一次元信号の瞬時周波数の解析法を採用し，二次元へと拡張する．従来の周波数解析では，Fourier 解析や Wavelet 解析のように，それぞれ周波数の異なる複数の基底関数と信号との相関を計算し，その強弱により周波数推定を行っていた．一方，荷重積分法においては，正弦波信号が従う微分方程式から周波数を変数とする連立方程式を導出し，その連立方程式を解くことにより周波数が推定される．解の空間は本質的に連続であり従来法と比較して高精度に周波数を推定できることが報告されている．本稿では，ガウス関数が従う微分方程式に基づき，画像の荷重積分により係数の定まる線型方程式を導出する．そして，それら方程式を連立させて解くことによりパラメータを推定する．

以下，まず基本原理と画像雑音に対する頑健化の工夫，ならびに局所画像をガウス関数で記述することが適しているか否かを判定する手法を提案する．次に提案法の性能をシミュレーションと実画像実験により評価した結果を報告する．

## 2. 荷重積分法

### 2.1 二次元荷重積分法の一般解

局所パターンをモデル化するための関数として次のものを考える．式 (4) では  $\alpha(x, y)$  がパターンの濃度変化を表す関数であり， $\phi(x, y)$  はパターンの振動を表す関数である．ただし  $\Re(f)$  は  $f$  の実部を表す．

$$f(x, y) = \Re(Ae^{j\phi_0} e^{\alpha(x, y)} e^{j\phi(x, y)}). \quad (4)$$

ここでは式 (4) 右辺の  $\alpha(x, y)$  と  $\phi(x, y)$  は複素数を係数とする  $x$  と  $y$  の多項式であると仮定する． $\alpha$  と  $\phi$  を多項式とする式 (4) の関数はガウス関数だけではなくガボール関数や Wavelet 関数など，画像や音声など各種の信号の表現に広く利用される一般的なものである．式 (4) の両辺を  $x, y$  で偏微分すると次式を得る．

$$\begin{cases} \frac{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)}{f(x, y)} = \frac{\partial \alpha(x, y)}{\partial x} + j \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x}, \\ \frac{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)}{f(x, y)} = \frac{\partial \alpha(x, y)}{\partial y} + j \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y}. \end{cases} \quad (5)$$

本稿では  $\alpha(x, y)$  と  $\phi(x, y)$  に複素多項式を仮定しているため，上式右辺も多項式となる．その係数を次式のように  $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i$  で表すことにする．これら係数の値は，のちに具体例を示す通り，関数を記述するパラ

メータ関数である．

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)}{f(x, y)} &= \sum_{i=1}^{N_1} a_i x^i + \sum_{i=1}^{N_2} \sum_{j=1}^{N_3} b_{ij} x^i y^j + \sum_{i=1}^{N_4} c_i y^i, \\ \frac{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)}{f(x, y)} &= \sum_{i=1}^{M_1} d_i x^i + \sum_{i=1}^{M_2} \sum_{j=1}^{M_3} e_{ij} x^i y^j + \sum_{i=1}^{M_4} f_i y^i. \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) を変形して式 (7) を得る．式 (7) 左辺は各位置  $(x, y)$  で定義される式であることに注意する．

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} - \left\{ \sum_{i=1}^{M_1} a_i x^i + \sum_{i=1}^{M_2} \sum_{j=1}^{M_3} b_{ij} x^i y^j + \sum_{i=1}^{M_4} c_i y^i \right\} f(x, y) &= 0, \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} - \left\{ \sum_{i=1}^{M_5} d_i x^i + \sum_{i=1}^{M_6} \sum_{j=1}^{M_7} e_{ij} x^i y^j + \sum_{i=1}^{M_8} f_i y^i \right\} f(x, y) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

本研究の目的は，画像に基づき式 (7) の右辺の係数  $a_i, f_i$  を求めることである．これら係数を求めることができれば，ガウス関数のスケールパラメータやガボール関数の周波数など，画像のアピアランスを記述する関数のパラメータを求めることができる．

画像のある局所領域  $\Omega$  の内部で，画像のアピアランス  $I(x, y)$  が関数  $f(x, y)$  で表現できるとする．

$$I(x, y) = f(x, y) \quad (x, y) \in \Omega. \quad (8)$$

関数  $f(x, y)$  のパラメータの値により式 (7) の係数  $a_i, f_i$  の値は定まる．つまり，領域  $\Omega$  においてアピアランス  $I(x, y)$  が  $f(x, y)$  で表現できるときには，領域  $\Omega$  内の全点で，共通のパラメータ  $a_i, d_i$  の値で式 (7) が成立する．このため，領域  $\Omega$  内部の各ピクセルで画素値  $I(x, y)$  とその微分係数  $\partial f/\partial x$  と  $\partial f/\partial y$  を式 (7) に代入すれば，係数  $a_i, f_i$  を未知数とする線形の連立方程式を得ることができる．微分係数は多くの場合隣接するピクセル間の差分により近似計算される． $\Omega$  内部のピクセル数が未知数より多くなるように  $\Omega$  を設定すれば，解を一意に決定できるだけの方程式が得られる．しかし，この手法では画像雑音や微分係数の差分近似誤差の影響を強く受け，精度の良いパラメータ推定は期待できない．そこで荷重積分法では，式 (7) の微分方程式を積分方程式へと変換し，上記問題を解決する．

式 (5) の微分方程式が領域  $\Omega$  内の各ピクセルで成立することは，式 (9) 右辺の積分方程式が任意の荷重関数  $\omega(x, y)$  について成立することと同値である．紙数の関係で式 (7) の第一式のみを記す．

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} - \left\{ \sum_{i=1}^{M_1} a_i x^i + \sum_{i=1}^{M_2} \sum_{j=1}^{M_3} b_{ij} x^i y^j \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{M_4} c_i y^i \right\} I(x, y) &= 0, \quad \forall (x, y) \in \Omega. \end{aligned}$$

$$\leftrightarrow \int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} - \left\{ \sum_{i=1}^{M_1} a_i x^i + \sum_{i=1}^{M_2} \sum_{j=1}^{M_3} b_{ij} x^i y^j + \sum_{i=1}^{M_4} c_i y^i \right\} I(x, y) \right\} \omega(x, y) d\Omega = 0, \forall \omega. \quad (9)$$

式 (9) の積分を和と積を交換することにより式 (10) の形に変換する .

$$\int_{\Omega} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \omega(x, y) d\Omega - \sum_{i=1}^{M_1} a_i \int_{\Omega} x^i I(x, y) \omega(x, y) d\Omega - \sum_{i=1}^{M_2} \sum_{j=1}^{M_3} b_{ij} \int_{\Omega} x^i y^j \omega(x, y) d\Omega - \sum_{i=1}^{M_4} c_i \int_{\Omega} y^i I(x, y) \omega(x, y) d\Omega = 0. \quad (10)$$

式 (10) の左辺は三つの項から成り立っている . このうち第一項は画像  $I(x, y)$  の  $x$  微分の関数  $\omega(x, y)$  による荷重積分であり , 第二項と第三項は  $x^i I(x, y)$  と  $y^i I(x, y)$  の荷重積分になっている . 後者の二項は画素値の荷重積分値であり精度良く計算できるが , 前者の計算には微分計算の差分近似を用いざるを得ず , 高精度に計算することができない . そこで , 部分積分により微分演算をなくし , さらに荷重  $\omega(x, y)$  を適切な関数型に設定することにより , 式 (10) の第一項の計算精度を向上させる . 具体的には荷重関数  $\omega(x, y)$  を式 (11) に示すように複素正弦関数  $e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)}$  と滑らかな窓関数  $p(x, y)$  の積に設定する .

$$\omega(x, y) = p(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)}. \quad (11)$$

ただし領域  $\Omega$  の境界上の点  $(x, y) \in \partial\Omega$  においては  $p(x, y) = 0$  を満たすとする . 具体的には本稿では窓関数に Hann の関数を用いた . このとき式 (10) の第一項は部分積分を用いて式 (12) のように書き直すことができる .

$$\int_{\Omega} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \omega(x, y) dx dy = \int_{\Omega} I(x, y) \frac{\partial p(x, y)}{\partial x} e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy + j\omega_x \int_{\Omega} I(x, y) p(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy. \quad (12)$$

式 (12) 右辺には , 画像  $I(x, y)$  の微分の項が消えている事がわかる . 窓関数の微分係数は解析的に正確な値を計算できることにも注意する . 以上の結果をまとめると , 結局式 (7) の第一式は式 (13) のように表すことができる .

$$j\omega_x g^{00} + h_x - \sum_{i=1}^{M_1} a_i g^{i0} - \sum_{i=1}^{M_2} \sum_{j=1}^{M_3} b_{ij} g^{ij} - \sum_{i=1}^{M_4} c_i g^{0i} = 0. \quad (13)$$

同様に式 (7) の第二式からは次式を得る .

$$j\omega_y g^{00} + h_y - \sum_{i=1}^{M_5} d_i g^{i0} - \sum_{i=1}^{M_6} \sum_{j=1}^{M_7} e^{ij} g^{ij} - \sum_{i=1}^{M_8} f_i g^{0i} = 0. \quad (14)$$

ただし ,  $g$  と  $h$  は画像の荷重積分により計算される係数であり , それぞれ式 (15) と式 (16) , 式 (17) で定義される .

$$g^{ij} = \int_{\Omega} x^i y^j I(x, y) p(x, y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy, \quad (15)$$

$$h_x = \int_{\Omega} I(x, y) \frac{\partial p(x, y)}{\partial x} e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy. \quad (16)$$

$$h_y = \int_{\Omega} I(x, y) \frac{\partial p(x, y)}{\partial y} e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy. \quad (17)$$

荷重関数  $\omega(x, y)$  を一つ定めることにより , 式 (13) と式 (14) に示す二つの複素代数方程式を得ることができる . それぞれの式は画像の  $x$  微分と  $y$  微分に対応する . 各式の係数は複素数であるため , 各式は実部と虚部の二つの式により構成されている . すなわち , 荷重積分を一つ定めると , 代数方程式が四つ得られる . 荷重関数のうち , 複素正弦関数の周波数を変更することにより , 別の独立な方程式が四本得られる . それらの方程式をパラメータ計算に必要な本数連立することにより複素係数の値を求めることができる .

以下 , ガウス関数をモデルとする場合のより詳細な解法を説明する .

## 2.2 ガウス関数による二次元荷重積分法の具体例

本稿では次式の Gauss 関数をモデルとする .

$$I(x, y) = A \exp \left\{ -\frac{(\cos \theta (x - \mu_x) + \sin \theta (y - \mu_y))^2}{2\sigma^2} \right\} \quad (18)$$

上式を次式のように書き換える .

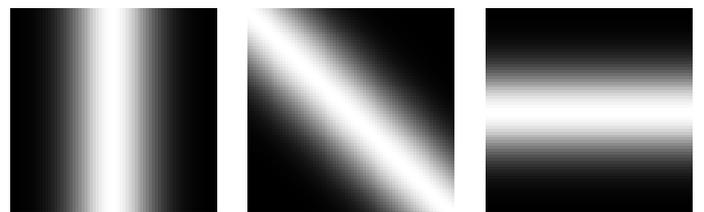
$$I(x, y) = A \exp(a_1 x^2 + a_2 xy + a_3 y^2 + a_4 x + a_5 y) \quad (19)$$

ただし ,  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  は次のとおりである .

$$a_1 = -\cos^2 \theta / 2\sigma^2,$$

$$a_2 = -\cos \theta \sin \theta / \sigma^2,$$

$$a_3 = -\sin^2 \theta / 2\sigma^2,$$



(A)  $\theta = 0$

(B)  $\theta = \pi/4$

(C)  $\theta = \pi/2$

図 2  $\theta$  の変化に対する画像の変化  $\sigma = 12, \mu_x = 35, \mu_y = 35$ .

$$\begin{aligned} a_4 &= \mu \cos \theta / \sigma^2, \\ a_5 &= \mu \sin \theta / \sigma^2. \end{aligned} \quad (20)$$

ここで  $\theta$  はガウス関数の向きを表し、 $\mu_x, \mu_y$  は平均、 $\sigma$  は標準偏差を表す．図 2 に例として  $\theta$  を変化させたときの画像の変化を示す．

式 (7) に対応して、Gauss 関数の  $x$  微分、 $y$  微分により下記の 2 式を得る．

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x,y)}{\partial x} = (2a_1x + a_2y + a_4)I(x,y), \\ \frac{\partial I(x,y)}{\partial y} = (a_2x + 2a_3y + a_5)I(x,y). \end{cases} \quad (21)$$

式 (21) をそれぞれ荷重積分し、同値な積分形式に変換する．得られる代数方程式は次のとおりである．

$$\begin{cases} j\omega g^{00} - h_x - 2a_1g^{10} - a_2g^{01} - a_4^{00} = 0, \\ j\omega g^{00} - h_y - a_2^{10} - 2a_3g^{01} - a_5g^{00} = 0. \end{cases} \quad (22)$$

式 (22) の実部と虚部を明示すると、式 (23) に示す四本の方程式を得る．

$$\begin{cases} -\omega_x g_{\Re}^{00} - h_{x\Re} + v_1 g_{\Re}^{10} + v_2 g_{\Re}^{01} + v_4 g_{\Re}^{00} = 0 \\ \omega_x g_{\Re}^{00} - h_{x\Im} + v_1 g_{\Im}^{10} + v_2 g_{\Im}^{01} + v_4 g_{\Im}^{00} = 0 \\ -\omega_y g_{\Re}^{00} - h_{y\Re} + v_2 g_{\Re}^{10} + v_3 g_{\Re}^{01} + v_5 g_{\Re}^{00} = 0 \\ \omega_y g_{\Re}^{00} - h_{y\Im} + v_2 g_{\Im}^{10} + v_3 g_{\Im}^{01} + v_5 g_{\Im}^{00} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

ここで  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$  は次式のとおりである．

$$\begin{aligned} v_1 &= -2a_1 = -\cos^2 \theta / 2\sigma^2 \\ v_2 &= -a_2 = -\cos \theta \sin \theta / \sigma^2 \\ v_3 &= -2a_3 = -\sin^2 \theta / 2\sigma^2, \\ v_4 &= -a_4 = \mu \cos \theta / \sigma^2, \\ v_5 &= -a_5 = \mu \sin \theta / \sigma^2, \end{aligned} \quad (24)$$

式 (23) は次式のようにも表すことができる．

$$\begin{bmatrix} g_{\omega_{\Re}}^{10} & g_{\omega_{\Re}}^{01} & 0 & g_{\omega_{\Re}}^{00} & 0 \\ g_{\omega_{\Im}}^{10} & g_{\omega_{\Im}}^{01} & 0 & g_{\omega_{\Im}}^{00} & 0 \\ 0 & g_{\omega_{\Re}}^{01} & g_{\omega_{\Re}}^{10} & 0 & g_{\omega_{\Re}}^{00} \\ 0 & g_{\omega_{\Im}}^{01} & g_{\omega_{\Im}}^{10} & 0 & g_{\omega_{\Im}}^{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{x\Re}^{00} + \omega_x g_{\Re}^{00} \\ h_{x\Im}^{00} - \omega_x g_{\Re}^{00} \\ h_{y\Re}^{00} + \omega_y g_{\Im}^{00} \\ h_{y\Im}^{00} - \omega_y g_{\Re}^{00} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

式 (25) の左辺の行列の各成分と右辺のベクトルは画像の荷重積分により計算される．ガウス関数のパラメータ数は四つであるが、線形に解くためには  $v_1-v_5$  の五変数の解を求める必要がある．このため、最低でも二種類の荷重積分関数を必要とする．二種類の荷重積分関数を用いるなら、方程式の数は八本となる．それら関数を連立させて解を得ることは難しくない． $v_1-v_5$  の値に基づき、 $\mu, \sigma, \theta$  の各パラメータは次のようにして求めることができる．

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{1}{v_1 + v_3}}, \\ \theta &= \cos\left(\frac{v_1}{v_1 + v_3}\right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_x &= -v_4 \sigma^2, \\ \mu_y &= -v_5 \sigma^2 \tan \theta. \end{aligned} \quad (26)$$

## 2.3 関数と画像の適合度の自動評価

領域  $\Omega$  内部で画像  $I(x,y)$  がモデル関数  $f(x,y)$  で記述できるなら、前節までに述べた手法によりそのパラメータを推定できる．例えばガウス関数をモデル  $f(x,y)$  に設定した時には、領域  $\Omega$  内部の画像がガウス関数で記述できるなら、その平均や分散などのパラメータを推定できる．しかし、どの位置でも画像をモデル関数  $f(x,y)$  により記述できるわけではない．パラメータ推定を行う際に、設定したモデルで画像を記述することがそもそも妥当かどうかを別途判定する必要がある．

領域  $\Omega$  内の画像を  $f(x,y)$  で記述できないことと、式 (7) 内の係数  $a_i-f_i$  が  $\Omega$  内部の各位置で共通の値を持たないことは同値である．このため、画像が  $f(x,y)$  で記述できないときには、連立方程式 (25) は解を持たない．すなわち、連立方程式の解を一般化逆行列などを利用して計算した後、その解を元の式に代入しても左辺と右辺の値は一致しない．しかし、左辺と右辺の残差は行列の係数の大小などに依存して変化するため、モデルの画像に対する適合度の定量評価には利用できない．ここでは提案法で下記の量によりモデルの適合度を評価する．式 (25) の連立方程式を次式のように表すことにする．

$$\mathbf{G}\mathbf{v} = \mathbf{h}, \quad (27)$$

ただし、 $\mathbf{G}$  と  $\mathbf{h}$  はそれぞれ荷重積分法により得られる係数行列とベクトルである．行列  $\mathbf{G}$  の特異値分解を次式のように表す．

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}_1 \Sigma \mathbf{U}_2^T. \quad (28)$$

行列  $\mathbf{U}$  は列直交行列であり、 $\mathbf{G}$  の値域となる空間への写像行列である．仮に式 (27) が解を持つならベクトル  $\mathbf{h}$  は  $\mathbf{G}$  の値域に含まれており、モデルと画像が乖離するに従い、ベクトル  $\mathbf{f}$  は  $\mathbf{G}$  の値域から外れてくる．このため、次式によりモデルと画像の適合度  $F$  を評価できる．

$$F = \|\mathbf{U}^T \mathbf{h}\| / \|\mathbf{h}\|. \quad (29)$$

適合度  $F$  は画像とモデルが完全に一致すれば 1 の最大値になり、モデルが画像から逸脱するにつれて 0 に近づく．

## 2.4 推定精度の改良

前節までの手続きにより画像とモデルの適合度を評価し、適合する領域においてパラメータを推定することができる．本節では画像雑音に対するパラメータの推定精度を向上させる手法を述べる．

### 2.4.1 ガウシアンフィルタによる平滑化前処理

画像雑音が推定精度を劣化させる原因であるため、その雑音成分を除去する前処理を施す事は有意義である．ただし、雑音除去の演算によりパラメータ推定が困難に

ならないように気をつけねばならない．本稿ではモデル関数にガウス関数を想定している．この場合，小さなスケール  $\sigma_0$  のガウシアンフィルタで画像を平滑化するとき，画像中のガウス関数はガウス関数のまま維持される．また，推定すべきパラメータ  $\sigma$  と平滑化後のスケールパラメータ  $\sigma'$  の間には次式が成り立つ．

$$(\sigma')^2 = \sigma^2 + \sigma_0^2. \quad (30)$$

スケール  $\sigma_0$  のガウシアンフィルタにより元画像を平滑化して雑音を抑制し，荷重積分法によりパラメータ推定を行ったあと，推定されたスケールパラメータ  $\sigma'$  を上式に基づき補正することにより  $\sigma$  の最終的な推定値を得れば良いことが分かる．

#### 2.4.2 偏微分方向の冗長化

本節では荷重積分法を使用するにあたり，必要な条件，特に入力画像についての考察を行う．式 (27) の右辺は式変形前は画素値の微分の項であった．式 (27) の連立方程式は画像の  $x$  微分と  $y$  微分に基づき導出されている．このため領域  $\Omega$  の全ピクセルで偏微分の値がゼロであるとき，方程式の係数がゼロとなり画像雑音に対して脆弱になる．例えば式 (18) のガウス関数で  $\theta = 0$  のとき，ガウス関数は  $y$  軸に平行な尾根線となり  $x$  微分が常にゼロとなる．このため鉛直方向や水平方向に伸びた尾根線に対してパラメータの推定精度が低下する．そこで提案法では  $x$ - $y$  座標系を  $\pi/4$  度回転させた  $u$ - $v$  座標系を用意する．そして前者の座標系と同様に，後者の座標系では， $u$  と  $v$  それぞれの偏微分に基づいた連立方程式を導出する．それぞれの連立方程式で適合度を算出し，適合度より高い方程式を選択し，その解を求める．

#### 2.4.3 近傍ピクセルの併用による冗長化

式 (13)，式 (14) の連立方程式により推定されるパラメータの推定精度は，連立する方程式の数を増やし，冗長化することにより向上させることができる．そのため近傍のピクセルをあわせて方程式を解く．本提案法は各ピクセルで連立方程式 (13)，(14) を解くことでモデル関数のパラメータを推定する．モデル関数は空間的にある程度広がりをもって定義されるものであり，推定されるパラメータは近接するピクセル間で共通の値を持つことが多い．互いに近接するピクセル  $i$  で方程式  $G_i v = h_i$  が得られたとする． $\tilde{G}_i \equiv [G_i | h_i]$ ， $\tilde{v} \equiv [h_i^T, -1]^T$  とあらわすことにすると，式 (27) に対応して次式を得る．

$$\tilde{G}_i \tilde{h}_i = 0. \quad (31)$$

このことから，互いに近接する各ピクセルで得られた方程式全てを連立することにより推定精度を上げることができる

ピクセルの集合  $V$  (例えば  $3 \times 3$  の矩形) でパラメータの値が共通であることを仮定し，次式を最小化するパラメータ  $\tilde{v}$  を特異値分解などを利用して求める．

$$\arg \min_{\tilde{v}} \tilde{v}^T \sum_{i \in V} \tilde{G}_i^T \tilde{G}_i \tilde{v}. \quad (32)$$

後に実験的に示す通りこの手法は画像雑音の抑制に有効である．しかし，計算時間を増大させることには注意を用する．また，この手法はパラメータの推定値の分布を領域  $V$  の大きさ分だけ平滑化する．ただし，この後者の影響については， $V$  の大きさが  $3 \times 3$  程度の小さな矩形でも雑音除去に効果的であるため，限定的である．

## 3. 実験結果

### 3.1 Gauss 関数の推定精度の評価

本節では式 (18) で表されるガウス関数を題材として，荷重積分法によるパラメータの推定精度の評価実験結果を報告する．第一の実験としてモデル関数式 (18) の全パラメータを次に示す値で固定し，領域  $\Omega$  の大きさも  $L = 20$  で固定したうえで，画像の SN 比を変化させ，パラメータの推定精度の変化を調べた．推定精度の評価には，各 SN 比毎に 500 種類の画像を用意し，それぞれの推定値の平均と標準偏差を計算した．実験に用いたパラメータは  $\sigma = 12$ ， $\theta = \pi/4$ ， $\mu_x = 35$ ， $\mu_y = 35$  であり，その画像例を図 3 に示す．

推定法として下記の四通りの手法を適用し，その性能を調べた．

- 1：頑健化のための手法を使わない手法 (第 2.2 節)
- 2：ガウシアンフィルタによる平滑化前処理法 (第 2.4.1 節)
- 3：近傍のピクセルの併用による方程式の冗長化 (第 2.4.3 節)
- 4：上記全ての頑健化手法を採用

図 4 にその結果を示す．図 4 では推定値の平均を点で表示し，推定値の標準偏差を実線で表示した．図を見ると分かるとおり SN の低下と共にパラメータの推定精度は低下するが，各手法とともに推定精度の向上に寄与する．特にガウシアンフィルタを用いることの効果は他の手法と比べて高いことがわかる．さらに，二つの頑健化手法を組み合わせることでより有効なことも確認できた．

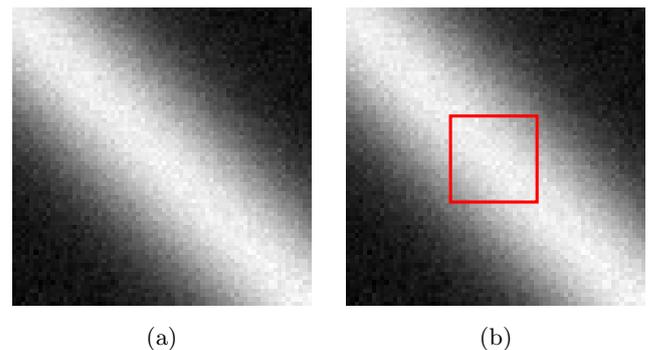


図 3 (a)：実験に用いた画像の一例  $\sigma = 12$ ， $\theta = \pi/4$ ， $\mu_x = 35$ ， $\mu_y = 35$ ，(b)：赤色が矩形の大きさを示す．本図の SN 比は 45db．

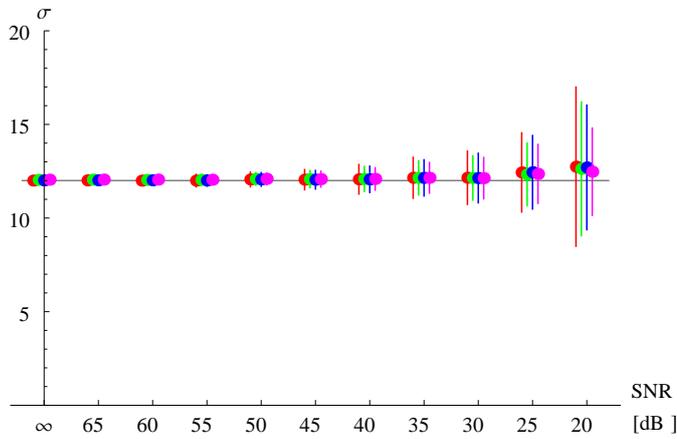


図4 提案法によるガウス関数の標準偏差推定結果．横軸：SN比，縦軸：標準偏差  $\sigma$  の推定値．真値は黒線で提示．赤色：通常の推定，緑色：平滑化前処理，青色：近傍のピクセル併用，紫色：全ての頑健化手法を採用．

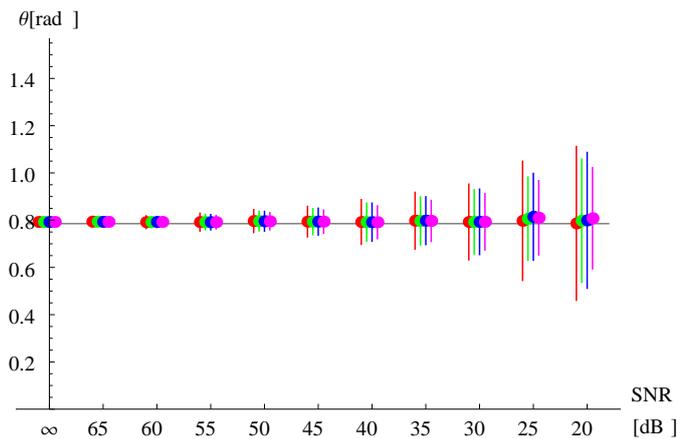


図5 提案法によるガウス関数の向き推定結果．横軸：SN比，縦軸：方向  $\theta$  の推定値．真値は黒線で提示．赤色：通常の推定，緑色：平滑化前処理，青色：近傍のピクセル併用，紫色：全ての頑健化手法を採用．

また，図5は  $\theta$  の推定結果である．この場合でも全ての手法を使用した場合の標準偏差が最も小さく，結果対雑音性能が向上した．

### 3.2 $\sigma$ 変化に対する推定精度の変化に関する実験結果

次に入力パターンの  $\sigma$  と  $L$  の関係を報告する．テスト画像は  $\sigma$  の値を3から15の範囲で変化させ，それぞれに45dbのガウス雑音を加えることにより， $L$  の値を10，14，20と変化させつつ各  $\sigma$  について500枚ずつ用意した．各テスト画像に対してパラメータ推定を行い，その推定誤差を求めた結果を図7に示す．図に示す通り，荷重積分の積分区間  $L$  の値が対象の標準偏差  $\sigma$  と比較して小さいときに推定精度の低下が著しいことが分かる．

### 3.3 実画像への適用

実画像に対してガウス関数をモデルとし，推定を行

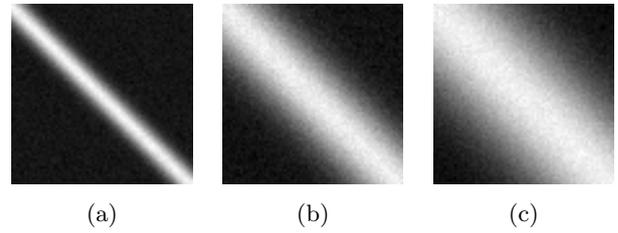


図6 実験に用いた画像例．それぞれの画像のパラメータは (a) :  $\sigma = 3, \theta = 45, \mu_x = 35, \mu_y = 35$  , (b) :  $\sigma = 9, \theta = 45, \mu_x = 35, \mu_y = 35$  , (c) :  $\sigma = 15, \theta = 45, \mu_x = 35, \mu_y = 35$  . SN比はいずれも45db

### Estimate $\sigma$

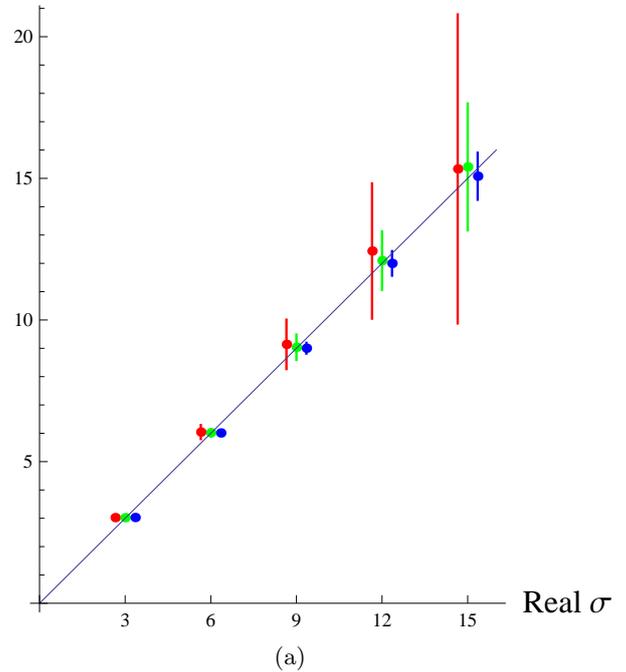


図7 ガウス関数の標準偏差と積分区間の変化による対象の標準偏差  $\sigma$  (横軸) とその推定値の関係．平均値と推定誤差の標準偏差を図示．縦軸：対象の標準偏差  $\sigma$  推定値．真値は黒線で提示．赤色： $L = 10$ ，緑色： $L = 14$ ，青色： $L = 20$

う．画像サイズは  $640 \times 480$  である．推定は矩形サイズを  $L = 20$  で行い，推定には近傍のピクセルを利用する方法，ガウシアンフィルタの利用する方法の双方を利用した方法を適用する．図8を用いた実験結果を報告する．図9に示す画像を用いる．式(3)に示すとおり，元画像の画像勾配の強度画像を生成し，その画像の各位置においてパラメータの推定を行う．勾配強度画像を一例として図10に示す．提案法は勾配強度の大小ではなく，そのぼけ量の推定を目的とすることに注意する．同図を見ると分かる通り，近景の蝶の輪郭はぼけが少なく，背景の葉の輪郭ではぼけ量が大い．

図10に各位置で推定された標準偏差の大きさを図示する．式(29)の適合度が0.7より小さい位置は白色で図示し，それ以外の位置では  $\sigma$  が小さいほど高い輝度値が示されている．図示のための閾値0.7は手作業により設



図 8 対象画像 .

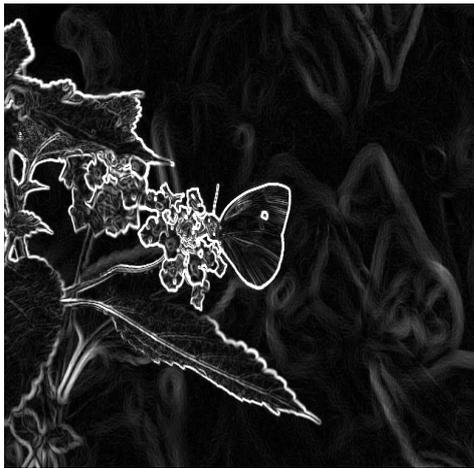


図 9 対象画像の勾配強度 .

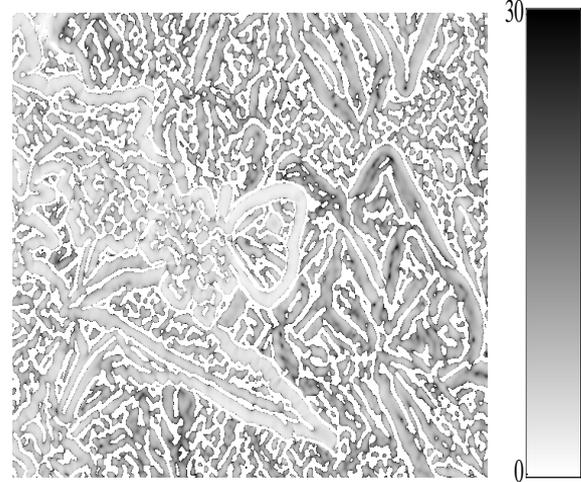


図 10 各位置における標準偏差  $\sigma$  の推定結果

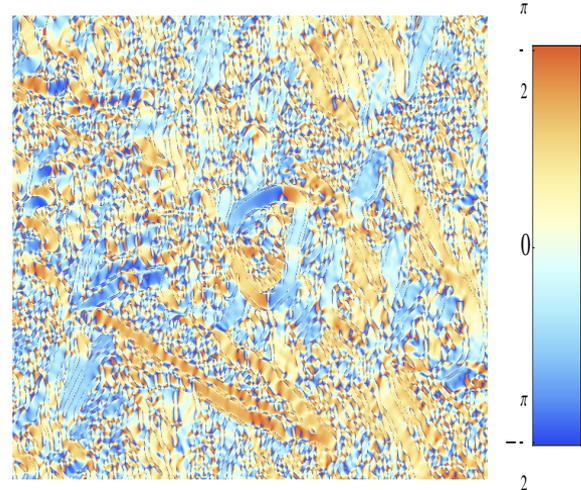


図 11 各位置における方向  $\theta$  の推定結果

定した．図に示した通り，近景の蝶の輪郭における  $\sigma$  の推定値が，背景における推定値より小さいことが分かる．同様に図 11 に，推定された  $\theta$  を示す． $\theta$  は輪郭に直交する方向を表す．図に示す通り，輪郭の法線方向が推定できており，例えば輪郭が水平方向に走行している部分では  $\theta = 0$  となっている．

上記結果の妥当性の評価に必要な goldstandard が存在しないため，画像の各位置における勾配強度画像をサンプルし，プロファイルと推定結果を比較した．例として図 12 に示す結果を図 13 から図 16 に示す．図 13 と図 15 に各位置近傍の画像の拡大図を示す．図 13 は近景の蝶の輪郭の一部であり，勾配のピーク幅は積分区間の大きさ  $L$  と比べても狭い．また，図 15 は背景の一部であり，ピーク幅は  $L$  と同程度であり画像雑音によりプロファイルが小さく摂動している．荷重積分により各図の中央で推定されたパラメータの値を表 1 に示し，このパラメータが記述するガウス関数と元画像を重ねたグラフを図 14 と図 16 にそれぞれ示す．提案法はガウス関数の強度 (式 (18) の係数  $A$ ) は推定できないので，グラフの表示にあたってはピーク値が一致するように正規化している．図

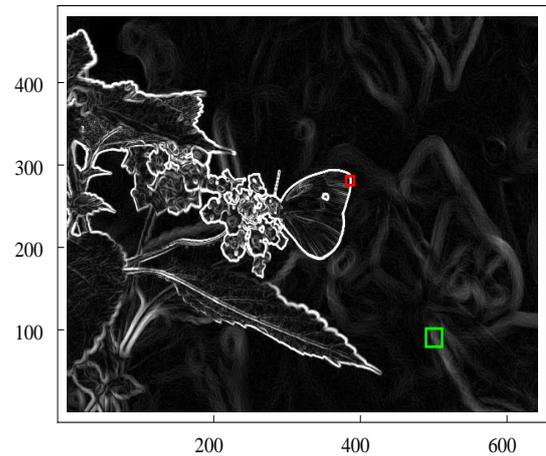


図 12 図 13 から図 16 に図示した位置 .

に示す通り，プロファイルのぼやけやピーク的位置を適切に記述するパラメータが推定できていることが分かる．

#### 4. 終わりに

本稿では局所パターンを表す関数のパラメータを荷重積分法により推定する手法を提案した．この手法は従来法とは異なり，パラメータの値をフィルタと画像の相関

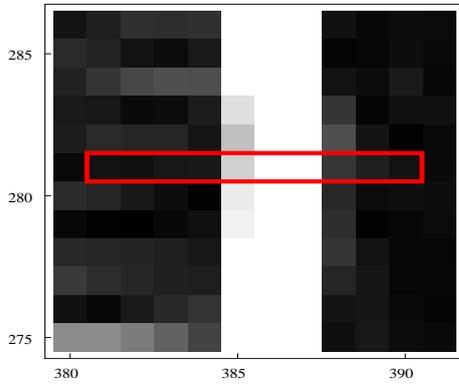


図 13 図 12 の赤枠内の拡大図 .

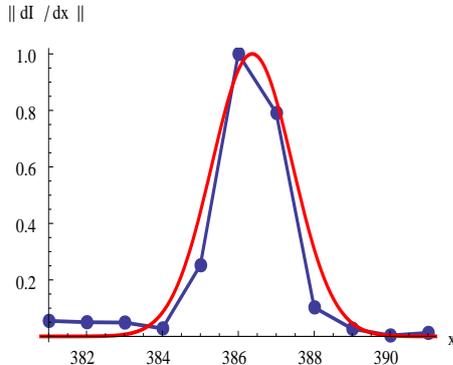


図 14 画像プロファイルとパラメータの推定値に基づくガウス関数による記述

表 1 図 14 及び図 16 の標準偏差  $\sigma$  の推定値

	図 14	図 16
標準偏差 $\sigma$ の推定値	1.2	18.5

の強弱により選択するのではなく、関数が従う微分方程式に基づく連立方程式により求める。このことにより、推定されるパラメータの空間は本質的に連続となった。人工的な画像を利用してその基本的な性能を確認するとともに、実画像実験を通じてその有用性を確認した。

今後は既存手法との抽出精度を比較実験を通して本手法の有用性を確認するとともにさらなる対雑音性能を実現したい。

## 文 献

- [1] C.Rhemann, C.Rother, P.Kohli, M.Celautz, "A Spatially Varying PSF-based Prior for Alpha Matting," IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp.2149-2156, 2010
- [2] C.Rhemann, C.Rother, J.Wang, M.Gelautz, P.Kohli, P.Rott "A Perceptually Motivated Online Benchmark for Image Matting" IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp.1826-1833, 2009
- [3] A.Chakrabarti, T.Zickler, W.T.Freeman, "Analyzing Spatially-varying Blur" IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition pp.2512-2519, 2010
- [4] A.Levin, Y.Weiss, F.Durand, W.T.Freeman, "Understanding and evaluating blind deconvolution algorithms", IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, pp.1964-1971, 2009.

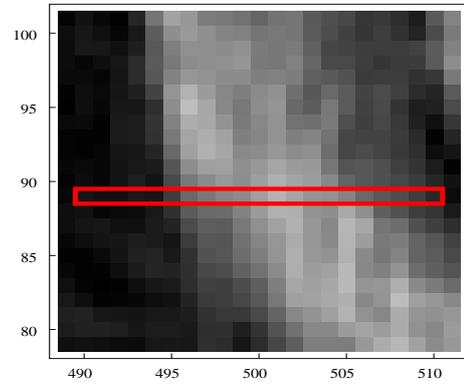


図 15 図 12 の緑色の枠内の画像の拡大図

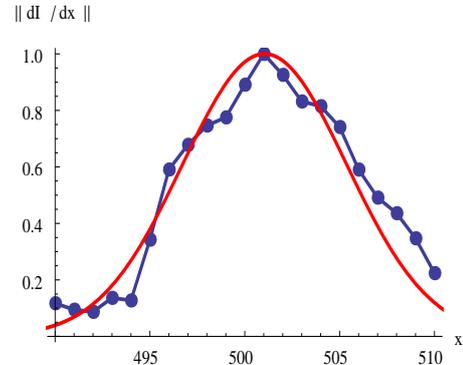


図 16 画像プロファイルとパラメータの推定値に基づくガウス関数による記述

- [5] S.Bea, F.Durand "Defocus Magnification", Computer Graphics Forum, vol.26, no.3, pp571-579, 2007
- [6] S.C. Zhu, K. Shi, and Z.Z. Si, "Learning Explicit and Implicit Visual Manifolds by Information Projection," Pattern Recognition Letters, 2009
- [7] S. Ando and T. Nara, "An Exact Direct Method of Sinusoidal Parameter Estimation Derived from Finite Fourier Integral of Differential Equation," IEEE Transactions on Signal Processing, vol.57, No.9, pp3317-3329, 2009