

論文

シフトレジスタ形しきい値素子回路網の計算機設計*

阿 江 忠**

Abstract

With respect to the design of an autonomous sequential circuit, a unified theory using linear algebra on Galois field is well-known. In this paper we discuss the design of a shift-register-type sequential circuit using a threshold element. In general the behavior of a sequential circuit using threshold elements has been rather investigated. On the other hand, the synthesis of such circuits seems to be difficult, since the synthesis of a threshold function itself requires a number of procedures.

The refore we introduce a method using a computer and make a program for the purpose of hardware realization. One problem is how to treat "don't cares" since a required output sequence has not usually the length equal to 2^m , where m is the number of shift registers.

In order to explain this treatment we use the concept of problem solving method. The method to decide whethre a function f is a threshold one or not depends on 2-asummability.

As a result a program for design is obtained within $m=7$ and it is shown to be profitable.

1. ま え が き

しきい値素子回路網の順序機械としての動作については、自己組織系の動作モデル¹⁾として、あるいは、パターン認識における学習モデルとしての位置づけがもっとも適していると考えられるため、オートノマス動作に関して主に研究がなされている²⁾⁻⁴⁾。

一方、出力周期系列を与えたとき、そのような出力を与えるオートノマス動作をするしきい値素子回路網を設計する問題を“構成問題”と呼ぶとき、構成問題の一般的解法はしきい値素子自体のもつ性質の難しさのため必ずしも容易ではない⁵⁾。メモリ素子を n 個用いる回路網は 2^n 個の状態数をもつが、一般には周期系列の長さは 2 のべきであるとは限らない。したがって構成問題においてしきい値関数を決定しようとする場合、与えられた条件には関数値が $0, 1$ のどちらでもよい定義域が生じる。すなわち、Don't Care (以下 D.C と略す) が存在するから、計算機設計のプログ

ラム作成にあたっては、このことを考慮に入れなければならない。

ところで、所望の出力周期系列を発生するオートノマス順序回路の設計は、シフトレジスタ形モデルに関してすでに統一的方法が確立されている⁶⁾。ただし、ガロア体上の議論であるから、ゲート回路は ring sum 演算となり、これよりしきい値ゲートへの変換法は一般にはできない。

本稿においては、構成問題の複雑さを軽減するため、ひとまず、シフトレジスタ形構成のしきい値素子回路網を対象に構成問題を論じた。上述のガロア体上の議論のような統一的表现はできないから、アルゴリズム的方法を用いなければならない。したがって、いかに能率のよい計算機設計をするかが問題となる。

本稿では Problem Solving 的な見地から問題をとりあげ、所望の周期系列に対してしきい値素子を真理値表で与える計算機設計法を以下で述べる。

2. シフトレジスタ形しきい値素子回路網

本稿の設計問題はつぎのように要約される。所望の周期系列を a_1, a_2, \dots, a_n ($a_i \in \{0, 1\}$) とし、あとは同じ系列を繰返す) と与えたとき Fig. 1 に示すシフト

* Computer Design of a Threshold Logic Network whose memories are Shift Resistors, by Tadashi AE (Dept. of Electronics, Fac. of Eng., Hiroshima University)

** 広島大学工学部電子工学科

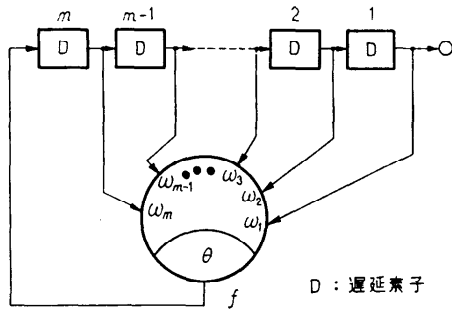


Fig. 1 Shift-type Sequential circuit with a threshold

Table 1 Relation between a output sequence and a memory one.

時刻	レジスタの番号	m	m-1	3	2	1
0		a_m	a_{m-1}	a_3	a_2	a_1
1		a_{m+1}	a_m	a_4	a_3	a_2
2		a_{m+2}	a_{m+1}	a_5	a_4	a_3
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
m		a_{2m}	a_{2m-1}	a_{m+4}	a_{m+3}	a_{m+2}
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n-1		a_{n-1}	a_{n-2}	a_2	a_1	a_n
n		a_n	a_{n-1}	a_3	a_2	a_1

レジスタ形しきい値素子回路網において(初期条件を適当に与えることにより)出力端子から順次この系列を発生させるような Fig. 1 のしきい値素子を求めることである。このとき出力周期系列の周期長 n に対し必要なシフトレジスタの数 m の下限は $\log_2 n$ であるから、 m はこの値にできるだけ近いことが望ましい。

このような問題の設定において、しきい値関数 f が満たさなければならない関係式は、時刻とともに Table 1 のようにシフトレジスタのメモリは遷移するから、

$$\left. \begin{aligned} a_{m+1} &= f(a_1, a_2, \dots, a_m) \\ a_{m+2} &= f(a_2, a_3, \dots, a_{m+1}) \\ &\dots\dots\dots \\ a_{m+i} &= f(a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+m-1}) \\ &\dots\dots\dots \\ a_n &= f(a_{n-m}, a_{n-m+1}, \dots, a_{n-1}) \\ a_1 &= f(a_{n-m+1}, a_{n-m+2}, \dots, a_n) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

となる。出力周期系列の長さ n が $n=2^m$ のときはよいが、一般には $n < 2^m$ となるからしきい値関数は D.C を生じる。

なお、 $m=n$ とすれば trivial に f が決められることからわかるように m を最大 n まで許すなら、しきい値関数 f の存在はつねに保証される。

所望の出力周期系列は、過渡状態の系列をもたない

ものとしたが、過渡状態の系列をもつ場合もほとんど同じ方法でとり扱える。

3. しきい値関数と Don't Care

一般にブール関数がしきい値関数であるための必要十分条件としてつぎの定理が知られている。

[定理 1]⁷⁾

ブール関数が一個のしきい値関数となるための必要十分条件は、オンセットとオフセットを互いに異なる半空間に分離する線形な超平面が存在することである。

なお、オンセットとは n 変数ブール関数を 2^n 次元超立方体で表わしたとき、関数値が 1 となる頂点の集合であり、オフセットは関数値が 0 となる頂点の集合である。

与えられたブール関数が、しきい値関数であるか否かを実際に判定する方法に関しては、いろいろな方法が提案されている⁷⁾⁸⁾。しかしながら、実際に計算機プログラム化するという観点からはやはりつぎの *asummability* が適当であると思われる。

[定義]⁷⁾

ブール関数 F においてオンセットの頂点のうちから重複を許してとり出したものを x_1, \dots, x_k 、オフセットの頂点から同様にしてとり出したものを y_1, \dots, y_k とする。このとき、 $\sum_{i=1}^k x_i = \sum_{i=1}^k y_i$ となる頂点の選び方があれば F は k -summable であるという。また、頂点をどのように選んでも上式の等号が成立しないとき F は k -asummable であるという。もし、任意の k に対して k -asummable であれば単に *asummable* という。

[定理 2]⁷⁾

ブール関数 F がしきい値関数であるための必要十分条件は F が *asummable* であることである。

なお、変数の数 n が 7 以下ならば k -asummable の k は 2 で十分なことが知られている⁷⁾。(その他詳細は文献 9)に詳しい。)

関数がしきい値関数であると判定できたら、D.C をもつ関数の場合これを完全に埋めなければしきい値関数は完全には決定しないので具体的な回路設計ができない。

ところで、しきい値関数の判定と D.C がある場合の関数構造の決定を別々に行なうことは (heuristic な方法のときもそうであるが) 計算機アルゴリズムをつくる場合には得策ではない。D.C を割当てるアルゴ

リズム, すなわち関数構造決定のアルゴリズムが完全であれば構造決定のできない関数はしきい値関数でないと判定できる。

このような観点に基づく計算機用の関数構造決定アルゴリズムを次に述べる。

D.C の処理方法は, 人間が行なうのと機械が行なうのとでは大きな違いがある。人間は全体を把握したのち細かい操作を行なえるから, 変数の数が少なくて極端にオンセットやオフセットが少なく直観的思考の働らくときはさほど D.C の処理を考えなくてもよい。しかしながら, 計算機処理においては, たとえ変数が少なくてもきっちりとアルゴリズム化しておく必要が生じる。D.C に能率よく関数値 0 または 1 を割当てようとするとき次のような方法が考えられる。(まず, $n \leq 2^m$ となる最小の m が与えられたとする。)

(1) 瞬時割当て法

D.C すべてに対し関数値 0 あるいは 1 をそれぞれ同時に割当てる。詳しくは次のような区別ができよう。

(1-1) D.C すべてに対し関数値割当てを適当に(例えば, ランダム)に行ない, 関数の判定を行なう。しきい値関数にならないときは割当てをやり直す。

(1-2) D.C を含む関数, すなわち不完全定義関数に対する判定法⁹⁾でしきい値関数か否かを判定し, しかるのち正確な D.C 割当てを行なう。

(1-1) の方法は D.C のない完全定義関数に対する判定法ですむという利点はあるが, 最大手数 n は D.C の数を $p (= 2^m - n)$ とするとき 2^m で与えられる。もちろん関数がしきい値に“近い”とき, すなわち, どのような D.C 割当てでもしきい値関数となるときは実際の手数はずっと少なくてすむ。しかし, 最悪状態ではよい方法とはいえない。また, (1-2) の方法は不完全定義関数の *asum* 判定は手数が増えること⁹⁾および, 結局, 正確な D.C 割当てアルゴリズムが必要になるという点で実用的でない。

そこで本稿では次の(2)の方法を用いた。

(2) 逐次割当て法

D.C を 1 つずつ割当て, その都度一応の判定をししておく。

(2) の方法は D.C があっても完全定義関数の判定法を適用していき, もし, 不都合が生じたらもとに戻ってやり直す方法で関数決定と判定が混在している。

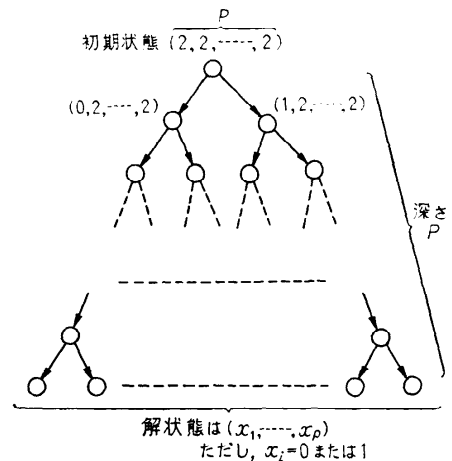


Fig. 2 Binary tree representation of don't care assignment.

すなわち, 0 (または 1) を一つの D.C に割当てて完全定義関数に対する k -*asum* 判定をする。しきい値ならば先へ進むし, 非しきい値ならば逆に 1 (または 0) とする。どちらも割当て不能ならばもとに一ステップ戻ってやり直す。(どのような割当ても不可能なら, はじめの m を $m+1$ にして繰返す。)

この方法を Problem Solving の見地から考察するために Fig. 2 ように 2 進木 (binary tree) 表示する。このような状態空間 (state-space) 法¹⁰⁾の木表現で解を求める代表的な方法には Depth-first 法と Breadth-first 法とがあるが, ともかく, しきい値関数を得るような割当て可能解を“一つ”求めることを目的とするならば Depth-first 法が望ましい。(もちろん, すべての解を求めるとするなら Breadth-first 法も考えられる。) この場合, 解状態 (goal state) に対応する頂点の深さ (木の根からの距離) はつねに P である。2 進木の各頂点は P 次元ベクトルのラベルをもち, ベクトルの要素は未定 (D.C に相当) のときは 2 としておき, (2-2) の操作の一ステップごとに 2 を 0 (オフセット) または 1 (オンセット) に変える。操作のステップはベクトルの要素を下位から順に行なうとし, 2 進木において同じ深さの頂点どおしは辞書式順序で左からならべる。

オペレータは k -*asum* 判定である。不完全定義関数の判定法 (k^* -*asum* 判定, 一般には $k^* > k$) を用いればこれはつねに下向きであるが, この場合は前述のように上向きになることもある。初期状態 (start-

state) の頂点のラベルは $(2, 2, \dots, 2)$ であらわし、 \underbrace{P}_{P} D.C がすべて割当てられた状態、つまり、解状態の頂点のラベルは (x_1, \dots, x_P) (ただし、 $x_i=0$ または 1) で与えられる。

4. 設計アルゴリズムの概要

設計アルゴリズムの要約は Fig. 3 のとおりである。これは主プログラムのフローチャートをあらわしているが、 k -asum. 判定の k は 2 としている。ここで手数のかかるのは D.C を割当てるサブルーチンの作成である。実際に作成したサブルーチンの理論的根拠はつぎの命題による。

〔命題 3〕

D.C のあるブール関数 f が D.C 以外の vertex の集合については asum. であるとしたとき、D.C を適当にうめることにより D.C のないしきい値関数 f' を得ることができる。(証明) 文献 5) 参照。

D.C の割当ては、オンセット (関数値が 1) とオフセット (関数値が 0) の 2 種が存在するが、どちらを先に試みればより能率的かを知ることはむづかしい。そこで本文のプログラムでは、試行錯誤の順序として

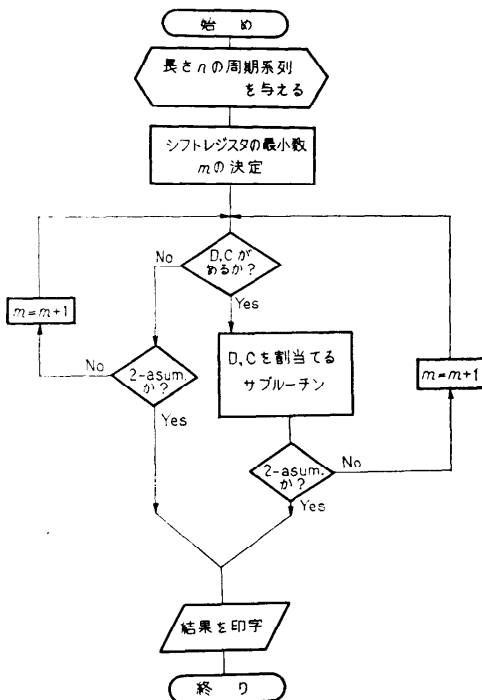


Fig. 3 Flowchart of main program.

オンセット優先、すなわち、まず関数値 1 を割当てしきい値か否かを判定し、“否”のときに関数値 0 を割当てる方法をとった*。

Fig. 2 において i 番目 ($i=1, \dots, P$) の D.C がすでにオンセットに割当てられているとする。このとき、 $i+1$ 番目の D.C がオンセット、オフセットともに割当て不可能であれば i 番目に戻り、 i 番目の D.C をオフセットに割当て可能か否かをみる。可能ならばオフセットに割当てて $i+1$ 番目に進む。もし、不可能なら $i-1$ 番目まで戻り同様のことを繰り返す。この方法は Fig. 2 の 2 進木において最右端から解状態を探索することを意味する。本文の設計問題では、周期系列以外の系列には何ら条件をつけていないから、2 進木の初期状態から解状態へ至るパスが一つ求まれば設計は完了する。しかし、そのようなパスが一つも存在しないときは、はじめに設定したシフトレジスタの数 m では実現できないから、 m を $m+1$ として同じことを繰り返す。前述のように周期系列の長さ n 以下の値で必ず設計は完了する。

実際のプログラムを Fig. 4 (次頁参照) に、結果の例を Fig. 5 (p. 28 参照) に示す、なお、Fig. 3 のフローチャートでは途中の印字は省略しているが、実際は参考のため印字している。しきい値関数か否かの判定は 2-asum. で行なっているためシフトレジスタの数 m の上限は 7 である。実際、このプログラムで周期系列の長さ n が 14 までの設計を行なわせたところ (すべてを試みたわけではないが) この上限内のシフトレジスタ数ですべて構成可能となった。なお、一つの周期系列に対する解を求める計算時間は長くとっても数分 (TOSBAC 3400) である。

5. 考察

しきい値関数 f を本文では真理値表として求めた。このことは変数が増すと不都合ではあるが、実際 f をしきい値関数 1 個で実現しようとするときハードウェア的には、(i) 変数の個数には上限があること、(ii) 回路設計上真理値表が必要となることが多いこと、という理由からこれを採用した。他の表現法 (たとえば特徴パラメータなど⁷⁾) は今のところハードウェア向きではないと思われる。(ii) の理由について補足すると、重み、しきい値で表現したしきい値関数の

* Problem Solving 的にいえば heuristic function が定まれば適当な選択法が示されることになるが今のところむづかしいと思われる。

- 9) 佐藤, 北橋, 田中: しきい値関数判定に関する一考察, 信学論 (C). Vol. 54-C, No. 9, pp. 789~795 (1971)
- 10) N. J. Nilsson: **Problem-Solving Methods in Artificial Intelligence**, McGraw-Hill (1971)
- 11) 阿江, 永見: しきい値素子を用いるシフトレジスタ形順序回路, 信学会オートマトンと言語研資 AL 73-38 (1973)
(昭和 49 年 1 月 8 日受付)
(昭和 49 年 5 月 31 日再受付)
-