

資産評価モデルにおける 短期・長期ボラティリティの影響

小林 寛司^{†1} 宮崎 浩一^{†1}

本研究では、EGARCH モデルをベースとして、日次リターンとその長期的な平均リターンから短期・長期ボラティリティを推定するモデルを提案する。これらをリスクファクターに持つ資産評価モデルを構築し、既存モデルのリスクファクター（SMB, HML, 流動性指標）をコントロールしたうえでモデルの説明力を検討した。分析結果から、短期ボラティリティのポートフォリオリターンに対する説明力は SMB ファクターを説明変数に加えることで失われるが、長期ボラティリティの説明力は既存モデルのリスクファクターをコントロールしても失われず、その重要性が示唆された。

On the Influences of Short-Run and Long-Run Volatilities in the Asset Pricing Models

HIROSHI KOBAYASHI ^{†1} and KOICHI MIYAZAKI ^{†1}

This study provides the model to estimate the E-GARCH based short-run and long-run volatilities from daily return and its long period average return. Constructing the asset pricing model that incorporates the two volatilities as its risk factor, we discuss the explanatory power of them after controlling the existing risk factors such as SMB, HML and Liquidity indicator. The result that the explanatory power of the short-run volatility disappears when the SMB factor is controlled, while that of the long-run volatility still exists after controlling the existing risk factors suggests that the role of the long-run volatility is important in the asset pricing model.

^{†1} 電気通信大学大学院 総合情報学専攻

Department of Informatics, The University of Electro-Communications

1. はじめに

株式市場において、様々なポートフォリオの超過リターンを市場ポートフォリオの超過リターンによって説明する回帰モデルとして資本資産評価モデル（以下 CAPM）がある。CAPM は、ファイナンス理論においてリスクとリターンの関係を表すモデルとして中心的な役割を果たしている。一方で、CAPM は、特にクロスセクションデータにおけるリターンに対する説明力が十分ではないという点も広く知られている。この問題点の解決策として、CAPM を連続時間に拡張した Merton⁵⁾ の Intertemporal CAPM(以下 ICAPM)、Fama and French³⁾ の 3 ファクターモデル等がある。ICAPM では市場ポートフォリオは 1 つのリスクファクターとなり、状態変数が追加的なリスクファクターとして組み込まれる。

実証ファイナンスの分野では、どのリスクファクターを用いれば、リターンを説明できるのかについての検証が重要視されている。実際の市場ではボラティリティと株価の間に逆相関の関係があり、この性質を利用して市場全体のボラティリティをリスクファクターとして着目した研究では、Adrian and Rosenberg¹⁾ がある。Adrian and Rosenberg では、市場全体のボラティリティを短期的要素と長期的要素に分解し、状態変数として短期・長期ボラティリティを仮定する ICAPM をもとに米国株式市場において短期・長期ボラティリティが株価リターンに与える影響を検証した。

本研究では Adrian and Rosenberg をもとに短期・長期ボラティリティを推定し、各ボラティリティが株価リターンに与える影響を詳細に検証する。しかし、Adrian and Rosenberg のモデルで推定された短期・長期ボラティリティが指し示すファイナンス的意味合いが不明確である。そこで、本研究では長期ボラティリティが長期的な平均リターンの変動を捉えるものであると考え、短期ボラティリティは、日次リターンの変動のうち長期的な平均リターンの変動以外の部分にあたりと仮定し、短期・長期ボラティリティを推定するとともに平均リターンを取る期間としてどの程度の期間を用いて長期ボラティリティを推定すればファイナンス的に整合的な結果が得られるかどうかについて検証を行う。また、短期・長期ボラティリティがクロスセクションデータにおけるリターンのパラツキを説明する際に有効なリスクファクターと成り得るのかについても検証を行う。

2. ボラティリティ変動モデル

2.1 先行研究で用いられている GARCH モデル (Adrian and Rosenberg)

マーケット超過リターン R_{t+1}^M を t 日において予測可能な部分 μ_t^M と予測不可能な変動

$\sqrt{v_t \varepsilon_{t+1}}$ の和として以下のように表す．

$$R_{t+1}^M = \mu_t^M + \sqrt{v_t \varepsilon_{t+1}} \quad \varepsilon_t \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0, 1) \quad (1)$$

ここで、予測不可能な変動は、常に非負の値を取るマーケットボラティリティ $\sqrt{v_t}$ と標準正規分布に従う ε_{t+1} との積で表せるものと仮定し、EGARCH モデルを基に (2) ~ (4) のようにモデル化する．

$$\ln \sqrt{v_t} = s_t + l_t \quad (2)$$

$$s_{t+1} = \theta_4 s_t + \theta_5 \varepsilon_{t+1} + \theta_6 (|\varepsilon_{t+1}| - \sqrt{2/\pi}) \quad (3)$$

$$l_{t+1} = \theta_7 + \theta_8 l_t + \theta_9 \varepsilon_{t+1} + \theta_{10} (|\varepsilon_{t+1}| - \sqrt{2/\pi}) \quad (4)$$

ここで、 s_{t+1} は短期ボラティリティ、 l_{t+1} は長期ボラティリティを表す．

EGARCH モデルでは、ボラティリティ・クラスタリングとボラティリティ変動の非対称性を表現できるモデルとなっている．ボラティリティ・クラスタリングとは、ボラティリティが上昇（低下）した後はボラティリティが高い（低い）期間がしばらく続くことであり、このモデルでは (3) 式、(4) 式から $t+1$ 日のボラティリティは、 t 日のボラティリティを説明変数として加えているため、ボラティリティ・クラスタリングを表現できる．また、ボラティリティ変動の非対称性とは、ボラティリティには株価が上がった日の翌日よりも株価が下がった日の翌日の方が上昇する傾向があるという性質であり、このモデルでは $\theta_5 < 0$ 、 $\theta_9 < 0$ であれば、予期せず価格が上がった日の翌日よりも予期せず価格が下がった日の翌日の方がボラティリティがより上昇することになり、ボラティリティ変動の非対称性を表現できる．

期待リターン μ_t^M は、以下のように平均 θ_1 のまわりに短期ボラティリティと長期ボラティリティのリスクプレミアムを付加した形で表現される．

$$\mu_t^M = \theta_1 + \theta_2 s_t + \theta_3 l_t \quad (5)$$

この EGARCH モデルのパラメータは $\theta_4 < \theta_8$ を制約条件として最尤法で推定する．

2.2 本研究で提案する GARCH モデル

本研究のモデルでは、長期ボラティリティが長期的な平均リターンの変動を捉えるものであり、短期ボラティリティは、長期的な平均リターンの変動では捉えられない部分であると考える．まず長期ボラティリティを推定し、その後、長期ボラティリティを既知として短期ボラティリティを日次の株価リターン系列から推定する．長期ボラティリティの過程を以下のように仮定する．

$$R_{i,t+1}^{LM} = \mu_t^{LM} + \exp(l_t) \varepsilon_{t+1}^l \quad \varepsilon_t^l \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0, 1) \quad (6)$$

$$l_{t+1} = \theta_7 + \theta_8 l_t + \theta_9 \varepsilon_{t+1}^l + \theta_{10} (|\varepsilon_{t+1}^l| - \sqrt{2/\pi}) \quad (7)$$

$$\mu_t^{LM} = \theta_1 + \theta_3 l_t \quad (8)$$

ここで、 $R_{i,t+1}^{LM}$ は $t+1$ 日から i 日遡った i 個の日次超過リターンの平均値、 μ_t^{LM} は t 日における長期の期待超過リターン、 ε_t^l は誤差項を表す．期待リターンは、平均に長期ボラティリティのリスクプレミアムを付加した形で表す．モデルのパラメータは最尤法で推定する．次に短期ボラティリティを推定する．短期ボラティリティの過程を以下のように仮定する．

$$R_{t+1}^M = \mu_t^M + \exp(s_t) \varepsilon_{t+1}^s + \exp(l_t) \varepsilon_{t+1}^l \quad \varepsilon_t^s \stackrel{i.i.d}{\sim} N(0, 1) \quad (9)$$

$$s_{t+1} = \theta_4 s_t + \theta_5 \varepsilon_{t+1}^s + \theta_6 (|\varepsilon_{t+1}^s| - \sqrt{2/\pi}) \quad (10)$$

$$l_{t+1} = \theta_7 + \theta_8 l_t + \theta_9 \varepsilon_{t+1}^l + \theta_{10} (|\varepsilon_{t+1}^l| - \sqrt{2/\pi}) \quad (11)$$

$$\mu_t^M = \theta_1 + \theta'_1 + \theta_2 s_t + \theta_3 l_t \quad (12)$$

ここで、 R_{t+1}^M は t 日から $t+1$ 日における日次の株価リターン、 μ_t^M は t 日における期待リターン、 ε_t^s は誤差項を表す．期待リターンは平均に短期ボラティリティと長期ボラティリティのリスクプレミアムを付加した形で表す．モデルのパラメータは最尤法で推定する．

3. 資産評価モデル

3.1 CAPM に短期・長期ボラティリティを加えた資産評価モデル

本研究では、短期ボラティリティと長期ボラティリティの 2 つを状態変数とする以下のよう ICAPM を考える．

$$E_t [R_{t+1}^i] = \gamma_t Cov_t [R_{t+1}^i, R_{t+1}^M] + F_s Cov_t [R_{t+1}^i, s_{t+1}] + F_l Cov_t [R_{t+1}^i, l_{t+1}] \quad (13)$$

ここで、 R_{t+1}^i は銘柄 i の t 日から $t+1$ 日までの超過リターン、 γ_t は相対的リスク回避係数、 F_s, F_l は状態変数 s, l に依存する投資家の選好を表すパラメータを示している．

(13) 式から個別株式のリターンが、マーケットリターンと個別株式のリターンの共分散、個別株式のリターンと短期・長期ボラティリティのイノベーションの共分散の 3 つのリスク

プレミアムで構成されていることに着目すると以下のように表せる．

$$R_{t+1}^i = \beta_M^i R_{t+1}^M + \beta_{sres}^i sres_{t+1} + \beta_{lres}^i lres_{t+1} + \varepsilon_{t+1}^i \quad (14)$$

ここで、 $sres_{t+1}$ は短期ボラティリティのイノベーション、 $lres_{t+1}$ は長期ボラティリティのイノベーション、 ε_{t+1}^i は誤差項、 $\beta_M^i, \beta_{sres}^i, \beta_{lres}^i$ は各ファクターに関する感応度を表す．本研究では、短期・長期ボラティリティを AR(1) モデルに当てはめ、そのイノベーションを $sres_{t+1}, lres_{t+1}$ とする．

3.2 比較対象となるリスクファクターと実証分析で用いる資産評価モデル

先行研究では、短期・長期ボラティリティがリターンに与える影響を SMB ファクター、HML ファクターといったリスクファクターでコントロールしているが、流動性ショックを表すリスクファクターを加えた検証は行われていない．そこで、本研究では、SMB ファクター、HML ファクターのみならず、流動性ショックを表す指標を新たなリスクファクターとして導入する．SMB ファクターと HML ファクターの詳しい導出方法については、Fama and French を参照されたい．

・ $APRIM_t$

Amihud²⁾ の指標は、単位売買代金当たりの個別株式の日次リターン ($|r_{n,t}|/volume_{n,t}$) と表され、この値が大きい銘柄は流動性が低い銘柄であると考えられる．また、市場全体の流動性リスク APRIM は、ILLIQ の市場全体平均として式 (15) で定義される．

$$APRIM_t = \frac{1}{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} \frac{|r_{n,t}|}{volume_{n,t}} \times 10^8 \quad (15)$$

ここで、 $|r_{n,t}|$ は銘柄の t 日における日次リターンの絶対値、 $volume_{n,t}$ は銘柄 n の t 日における売買代金、 N_t は t 日における銘柄数を表す．

本研究では、小型株の APRIM から大型株の APRIM の差を取ったものを用いる ($APRIM_t' = APRIM_t^{small} - APRIM_t^{large}$)．

ここで、 $APRIM_t^{small}$ は小型株の t 日の APRIM、 $APRIM_t^{large}$ は大型株の t 日の APRIM を表す．この指標は、先行研究では用いられていない新しいリスクファクターである．また、本研究では $APRIM_t'$ をそのまま用いるのではなく、AR(1) モデルのイノベーションをリスクファクターとして用いる．

また、本研究で用いる資産評価モデルは以下の 3 つのモデルである．

モデル 1:

$$R_{t+1}^i = \alpha^i + \beta_M^i R_{t+1}^M + \beta_{sres}^i sres_{t+1} + \beta_{lres}^i lres_{t+1} + \varepsilon_{t+1}^i \quad (16)$$

モデル 2:

$$R_{t+1}^i = \alpha^i + \beta_M^i R_{t+1}^M + \beta_{sres}^i sres_{t+1} + \beta_{lres}^i lres_{t+1} + \beta_{SMB}^i SMB_{t+1} + \beta_{HML}^i HML_{t+1} + \varepsilon_{t+1}^i \quad (17)$$

モデル 3:

$$R_{t+1}^i = \alpha^i + \beta_M^i R_{t+1}^M + \beta_{sres}^i sres_{t+1} + \beta_{lres}^i lres_{t+1} + \beta_{APRIM'}^i APRIM_{t+1}' + \beta_{HML}^i HML_{t+1} + \varepsilon_{t+1}^i \quad (18)$$

4. 実証分析

4.1 データ

本研究では、2001 年 6 月から 2010 年 8 月までの東証株価指数 (TOPIX)、無担保オーバーナイトコールレートの日次データと 2010 年 8 月末までに東証一部に上場していた個別銘柄の株価データ及び売買代金のデータを用いた．尚、市場ポートフォリオとして、TOPIX、無リスク金利には無担保オーバーナイトコールレートを用いた．

4.2 実証分析の目的と手法

短期・長期ボラティリティが株式特性の異なるポートフォリオに対してどのような影響を与えるのかについて検証するため、(16) 式から (18) 式の左辺のリターンとして株式時価総額と簿価時価比率でソーティングした 25 個のポートフォリオリターンを用いる．また、日次平均リターンを取る期間として 10 日、20 日、60 日のどの期間を用いて長期ボラティリティを推定すればファイナンス的に整合的な結果が得られるかについても検証する．

次に、本研究では短期・長期ボラティリティが割安株や成長株、小型株や大型株のポートフォリオリターンに対して影響を持つ場合、SMB、HML ファクターを加えたモデル 2 においても短期・長期ボラティリティがリターンに与える影響が残るかについて検証する．

ここで、結果を先回りして述べると短期ボラティリティは SMB ファクターや HML ファクターを加えることでリターンに与える影響がなくなり、小型株の性質のうち、どの性質が影響して短期ボラティリティの係数が負の値となったのかを検証する必要がある．そこで、本研究では小型株効果を説明する SMB ファクターの代わりとして小型株の性質の 1 つである流動性に関する指標 $APRIM'$ を用いたモデル 3 から $APRIM'$ を加えたとしても、短期・長期ボラティリティがリターンに与える影響が残るかどうかについて検証する．

4.3 分析結果とその考察

4.3.1 モデル 1 に基づく分析結果

それぞれ日次リターンの平均を取る期間として 10 日、20 日、60 日を用いて長期ボラティ

リティを推定した場合の短期・長期ボラティリティファクターの感応度を 25 ポートポートフォリオのうち、割安株と成長株に関して抜き出したものを表 1 から表 3 に示した。ここで、割安株とは表中の Value に相当し、成長株とは表中の Growth に相当する。

表 1 を見ると短期ボラティリティの係数はほとんど有意ではないが正の値を取り、長期ボラティリティの係数は負に有意な値であるのに対して、表 3 を見ると短期ボラティリティの係数が負の値になり、長期ボラティリティの係数が正の値であることがわかる。短期・長期ボラティリティはリターンに何らかの影響を与えるものであると考えられるが、日次リターンの平均を取る期間として 10 日のような短い期間を採用して長期ボラティリティ推定した場合、短期ボラティリティが果たす役割がほとんどない。

日次リターンの平均を取る期間として 60 日を採用して推定された長期ボラティリティは、割安株のリターンに対して有意に正の影響を与えていることがわかる。これは、割安株が市場参加者から注目されずに適正価格から乖離し割安な水準にあるため、長期ボラティリティが上昇し、長期的に見て株価の変動が大きくなる際に、株価が見直され割安さが再評価される影響の方が強く働くためであると考えられる。一方、短期ボラティリティは、成長株のリターンに対して有意に負の影響を与えていることがわかる。これは、短期的なショックによって、市場参加者は今まで成長性が評価され割高な水準にあるものに対する見方を改め、適正価格に近付くためだと考えられる。

次に、それぞれ日次リターンの平均を取る期間として 10 日、20 日、60 日を採用して長期ボラティリティを推定した場合の短期・長期ボラティリティファクターの感応度を 25 ポートフォリオの内、大型株と小型株に関して抜き出したものを表 4 から表 6 に示した。こ

表 1 sres と lres の感応度 (平均リターン 10 日)
Table 1 The sensitivities of sres and lres (10days average)

Loadings on the Short-Run Volatility Factor			
	Size2	Size3	Size4
Growth	0.23	0.79 ***	0.29
Value	0.54	0.42	0.73 ***
Loadings on the Long-Run Volatility Factor			
	Size2	Size3	Size4
Growth	-1.17 ***	-0.42	-0.88 ***
Value	-1.87 ***	-0.95 **	0.14

*** 1 %有意水準 ** 5 %有意水準

表 2 sres と lres の感応度 (平均リターン 20 日)
Table 2 The sensitivities of sres and lres (20days average)

Loadings on the Short-Run Volatility Factor			
	Size2	Size3	Size4
Growth	-0.55	0.42	-0.12
Value	-0.32	-0.03	0.66 **
Loadings on the Long-Run Volatility Factor			
	Size2	Size3	Size4
Growth	1.42 ***	1.73 ***	1.13 ***
Value	1.79 ***	1.34 **	1.03 ***

*** 1 %有意水準 ** 5 %有意水準

表 3 sres と lres の感応度 (平均リターン 60 日)
Table 3 The sensitivities of sres and lres (60days average)

Loadings on the Short-Run Volatility Factor			
	Size2	Size3	Size4
Growth	-1.07 ***	-0.15	-0.48 **
Value	-1.08 ***	-0.50	0.31
Loadings on the Long-Run Volatility Factor			
	Size2	Size3	Size4
Growth	0.33	0.43 **	0.27
Value	0.60 ***	0.46 **	0.48 ***

*** 1 %有意水準 ** 5 %有意水準

表 4 sres と lres の感応度 (平均リターン 10 日)
Table 4 The sensitivities of sres and lres (10days average)

Loadings on the Short-Run Volatility Factor			
	B/M2	B/M3	B/M4
Small	0.34	0.65 ***	0.68 ***
Large	0.68 ***	0.84 ***	0.03
Loadings on the Long-Run Volatility Factor			
	B/M2	B/M3	B/M4
Small	-1.02 ***	-0.89 ***	-1.93 ***
Large	-0.23	0.17	-0.28

*** 1 %有意水準 ** 5 %有意水準

表 5 sres と lres の感応度 (平均リターン 20 日)
Table 5 The sensitivities of sres and lres (20days average)

Loadings on the Short-Run Volatility Factor			
	B/M2	B/M3	B/M4
Small	-0.15	0.09	-0.06
Large	0.69 ***	0.90 ***	-0.06
Loadings on the Long-Run Volatility Factor			
	B/M2	B/M3	B/M4
Small	1.29 ***	1.33 ***	1.27 ***
Large	0.74 **	0.54	0.49

*** 1 %有意水準 ** 5 %有意水準

表 6 sres と lres の感応度 (平均リターン 60 日)
Table 6 The sensitivities of sres and lres (60days average)

Loadings on the Short-Run Volatility Factor			
	B/M2	B/M3	B/M4
Small	-0.66 **	-0.56 **	-0.85 ***
Large	0.38	0.56 **	-0.18
Loadings on the Long-Run Volatility Factor			
	B/M2	B/M3	B/M4
Small	0.28	0.54 ***	0.54 ***
Large	0.29	0.31	0.18

*** 1 %有意水準 ** 5 %有意水準

で、大型株とは表中の Large に相当し、小型株とは表中の Small に相当する。

表 6 を見ると、短期ボラティリティの係数が小型株のリターンに対して負の値であり、大型株のリターンに関して概ね正の値であることがわかる。これは、リーマンショックといった短期的ショックが起きた場合に、小型株の性質から少数の投資家が小型株から安全資産等に資金移動を行い、短期ボラティリティの係数が有意に負の値となったと考えられる。逆に、長期ボラティリティは小型株のリターンに対して有意に正の影響を与えていることがわかる。これは、ファンダメンタルズの変化が起こり、大型株、小型株ともにリターンは上昇するが、小型株は大型株に比べて少数の投資家が及ぼす影響が大きいため、長期ボラティリティが有意に小型株リターンに正の影響を与えると考えられる。

このように日次リターンの平均を取る期間として 60 日を採用して長期ボラティリティを推定した際、短期・長期ボラティリティがリターンに与える影響についてファイナンス的に整合的な意味合いを付与することができる。以後平均リターンの取る期間を 60 日として長期ボラティリティを推定した結果に焦点を当て考察を行う。

4.3.2 モデル 2 に基づく分析結果

日次リターンの平均を取る期間として 60 日を用いて長期ボラティリティを推定した短期・長期ボラティリティを用いた場合の各リスクファクターの感応度を 25 ポートフォリオの割安株と成長株、大型株と小型株に関して抜き出したものを表 7 に示した。

表 7 の右上を見ると、SMB ファクターと HML ファクターを加えたモデル 2 においても、長期ボラティリティの係数が割安株に対して有意に正の値となることがわかる。このことから、長期ボラティリティは SMB ファクター、HML ファクターに内包されるものではなく、アノマリーを説明する別のリスクファクターであると考えられる。

次に、表 7 の左上を見ると、短期ボラティリティが小型株リターンに与える影響がなくなっていることがわかる。これは、短期ボラティリティが小型株効果の一部を説明するようなファクターであり、SMB ファクターを加えることで、短期ボラティリティがリターンに

表 7 各リスクファクターの感応度 (平均リターン 60 日)
Table 7 The sensitivity of each risk factor (60days average)

	Loadings on the Short-Run Volatility Factor			Loadings on the Long-Run Volatility Factor		
	B/M2	B/M3	B/M4	B/M2	B/M3	B/M4
Small	0.22	0.27	0.22	0.05	0.32 **	0.27 **
Large	0.27	0.39	-0.22	0.31 **	0.35 **	0.20
	Size2	Size3	Size4	Size2	Size3	Size4
Growth	-0.04	0.70 ***	0.17	0.05	0.20	0.10
Value	0.17	0.38	0.80 ***	0.29 **	0.25	0.36 **
	Loadings on the SMB Factor			Loadings on the HML Factor		
	B/M2	B/M3	B/M4	B/M2	B/M3	B/M4
Small	0.79 ***	0.74 ***	0.96 ***	0.13 ***	0.18 ***	0.34 ***
Large	-0.10 **	-0.15 ***	-0.03	-0.29 ***	0.00	0.27 ***
	Size2	Size3	Size4	Size2	Size3	Size4
Growth	0.92 ***	0.76 ***	0.58 ***	-0.11 ***	-0.09 ***	-0.11 ***
Value	1.12 ***	0.78 ***	0.43 ***	0.53 ***	0.51 ***	0.44 ***

*** 1 % 有意水準 ** 5 % 有意水準

与える影響がなくなると考えられる。

4.3.3 モデル 3 に基づく分析結果

日次リターンの平均を取る期間として 60 日を用いて長期ボラティリティを推定した短期・長期ボラティリティを用いて、SMB ファクターの代わりに APRIM を加えた場合の各リスクファクターの感応度を 25 ポートフォリオの割安株と成長株、大型株と小型株に関して抜き出したものを表 8 に示した。

表 8 の右上を見ると、長期ボラティリティは割安株リターンに与える正の影響が残っていることがわかる。これは、長期ボラティリティは、SMB ファクター、HML ファクターだけでなく流動性指標とも異なり、アノマリーを説明する別のリスクファクターであると考えられる。

次に、APRIM をリスクファクターとして資産評価モデルに加えた場合の短期ボラティリティが株価リターンに与える影響について考察する。表 8 の左上を見ると、APRIM を加えた場合でも、短期ボラティリティの係数が小型株に関して有意に負の値となっていることがわかる。このことから、短期ボラティリティは流動性のみには依存しているのではなく、短期ボラティリティは流動性ではない小型株特有の影響を捉えたものであると考えられる。

表 8 各リスクファクターの感応度 (平均リターン 60 日)
Table 8 The sensitivity of each risk factor (60days average)

	Loadings on the Short-Run Volatility Factor			Loadings on the Long-Run Volatility Factor		
	B/M2	B/M3	B/M4	B/M2	B/M3	B/M4
Small	-0.56 **	-0.46	-0.72 ***	0.28	0.53 ***	0.54 ***
Large	0.44 **	0.60 ***	-0.16	0.27	0.30	0.19
	Size2	Size3	Size4	Size2	Size3	Size4
Growth	-0.96 ***	-0.06	-0.40	0.31	0.41 **	0.26
Value	-0.92 ***	-0.44	0.32 ***	0.61 ***	0.47 ***	0.49 ***
	Loadings on the APRIM Innovation			Loadings on the HML Factor		
	B/M2	B/M3	B/M4	B/M2	B/M3	B/M4
Small	-1.03 ***	-1.02 ***	-1.34 ***	0.10 ***	0.16 ***	0.31 ***
Large	-0.61 **	-0.43	-0.24	-0.29 ***	0.00	0.27 ***
	Size2	Size3	Size4	Size2	Size3	Size4
Growth	-1.22 ***	-0.90 ***	-0.85 ***	-0.14 ***	-0.11 ***	-0.13 ***
Value	-1.59 ***	-0.59 **	-0.03	0.49 ***	0.48 ***	0.42 ***

*** 1 % 有意水準 ** 5 % 有意水準

4.4 クロスセクションでの説明力分析

4.4.1 説明力分析の分析手法

本節では、Fama and MacBeth⁴⁾ のクロスセクション回帰分析を用いることで、各モデルのクロスセクションデータに対する説明力分析を行う。

Step1: ここでは、マーケットファクターに短期・長期ボラティリティファクターを加えたボラティリティファクターモデルを例にとりて説明する。まず、(19) 式のように分析期間内の時系列データをモデルに回帰させて各リスクファクターに対する係数を推定する。

$$R_{t+1}^i = \alpha^i + \beta_M^i R_{t+1}^M + \beta_{sres}^i sres_{t+1} + \beta_{lres}^i lres_{t+1} + \varepsilon_{t+1}^i (t = 1 \dots T, i = fix) \quad (19)$$

Step2: 分析期間において、(20) 式のようにクロスセクションデータに対して回帰分析を行う。ここで、説明変数のベータ値は Step1 で推定した値を用いる。この回帰を $t = 1 \dots T$ で行い、その自由度調整済み決定係数の時系列平均を求める。

$$R_{t+1}^i = \gamma_{t+1}^i + \gamma_{M,t+1}^i \beta_M^i + \gamma_{sres,t+1}^i \beta_{sres}^i + \gamma_{lres,t+1}^i \beta_{lres}^i + \eta_{t+1}^i (t = fix, i = 1 \dots N) \quad (20)$$

4.4.2 説明力分析の分析結果

各モデルのクロスセクション回帰における自由度調整済み決定係数の時系列平均を表 9 に示した。

表 9 を見ると、モデル 1 の決定係数が CAPM に比べてかなり決定係数が上昇していることがわかる。また、CAPM に短期ボラティリティを加えたモデルでは、19.62%であり、CAPM に長期ボラティリティを加えたモデルでは、23.74%となっており、モデル 1 における決定係数の上昇は、短期ボラティリティよりも長期ボラティリティによるところが大きいことがわかる。次に、FF3 との比較を行う。FF3 における決定係数は、モデル 1 よりも高いことがわかる。さらにモデル 2 では、FF3 における決定係数よりも上昇している。このことから、ボラティリティファクターは SMB ファクターや HML ファクターほどではない

表 9 各モデルのクロスセクション回帰における自由度調整済み決定係数の時系列平均

Table 9 Time series average of the adjusted R square in the cross-sectional regression

	CAPM	CAPM+Short-Run Volatility	CAPM+Long-Run Volatility	モデル 1
R^2	18.09%	19.62%	23.74%	25.39%
	FF3	FF3+Short-Run Volatility	FF3+Long-Run Volatility	モデル 2
R^2	32.66%	33.19%	35.38%	37.13%

が、株価リターンを説明する際に重要なリスクファクターであり、特に長期ボラティリティに関してその傾向が顕著であり、前節で示した結果と整合的な結果となった。

5. まとめと結語

本研究では、長期ボラティリティが長期的な平均リターンの変動を捉えるものであり、短期ボラティリティは、日次リターンの変動のうち長期的な平均リターンの変動以外の部分にあたりと仮定し、短期・長期ボラティリティを推定した。また、短期・長期ボラティリティが株価リターンに与える影響を検証し、短期・長期ボラティリティにファイナンス的意味合いを与えるとともに、各ボラティリティファクターと SMB ファクター、HML ファクター、流動性指標である APRIM との比較検証を行った。

短期・長期ボラティリティが株価リターンに与える影響に関しては、短期ボラティリティが、小型株のリターンに対して負の影響を与える一方で、長期ボラティリティは、割安株のリターンに対して正の影響を与えており、各ボラティリティが株価リターンに与える影響が異なることがわかった。さらに、短期・長期ボラティリティがリターンに与える影響を他のリスクファクターでコントロールした結果、短期ボラティリティは、SMB ファクターに内包されている可能性があり、流動性とは異なることがわかった。長期ボラティリティは、他のリスクファクターを加えたとしても株価リターンに影響を与えることから、長期ボラティリティファクターのリスクファクターとしての重要性が示唆された。最後に、クロスセクション分析において、短期・長期ボラティリティがモデルの説明力向上に寄与すること、特にその傾向は長期ボラティリティにおいて顕著であることを確認した。

参 考 文 献

- 1) Adrian, T. and Rosenberg, J.: Stock Returns and Volatility: Pricing the Short-Run and Long-Run Components of Market Risk, *Journal of Finance*, **6**, pp.2997-3027 (2008)
- 2) Amihud, Y: Illiquidity and Stock Returns. *Journal of Financial Markets*, **5**, pp.31-5 (2002)
- 3) Fama, E. F. and K. R. French. : Common Risk Factor in the Returns on Stock and Bonds, *Journal of Financial Economics*, **33**, pp.3-56 (1993)
- 4) Fama, E. F., and MacBeth, J. D.: Risk, return, and equilibrium: Empirical tests, *Journal of Political Economy*, **81**, pp.607-636 (1973)
- 5) Merton, R. C.: An intertemporal asset pricing model, *Econometrica*, **41**, pp.867-887 (1973)