

資料

デジタル計算機を用いた多分岐信号伝送線路の過渡解析手法*

杉本 隆重** 加藤 誠巳**

Abstract

Recently the switching speed of logical circuits has become considerably fast so that the propagation delay time of signal can not be neglected. In the printed wiring which is widely used in electronic apparatus such as digital computer, the multi-branched wiring has been used for convenience. In this situation multiple-reflection of signal occurs at the branched points and mismatched terminals, which results in the waveform distortion and causes the increase in the rise time. This paper proposes the general purpose program which analyses the transient phenomena of the multi-branched transmission line through the combined concepts of S -matrix and z -transform. In this program the response waveforms for almost any wiring pattern and any input waveform can be calculated by supplying the input data in a quite simple format.

1. ま え が き

集積回路技術の急速な進歩によって、電子機器の大容量化、超小型化、超高速化が一段と進んでいる。その中で特に大きな役割を果たしているものの一つに、プリント配線の存在があり、部品の固定支持、部品間の機能的な結線、部品・結線間の絶縁という基本的な機能を満足する極めて合理的な実装部品として不可欠な意義を有している。

ところで超高速論理素子の出現に伴い、信号の伝播による遅延が無視できなくなっている。さらにプリント配線では、配線の便宜上多分岐を行うことが考えられるが、このような多分岐線路においては、分岐点における反射および不整合終端した負荷点での反射により多重反射を生じ、その結果は波形歪となり実効的な波形の立下り、または立上り時間を増大させ、スイッチング速度を低下させることになる。このような多分岐線路における不整合負荷の数、分岐点の数、分岐点位置および結線方法などの信号波形に及ぼす影響

を具体的に評価するための過渡解析手法が要望されている。

筆者らは、既に z 変換とシグナル・フローグラフの概念を組み合わせ、多分岐信号伝送線路の多重反射波の解析を行う手法¹⁾を提案したが、本論文ではこれを更に汎用化し、簡単な入力形式によってほとんど任意の布線パターンおよび負荷条件のシミュレーションを行うプログラムを開発したので御報告する。

2. 多分岐信号伝送線路のモデルならびに
計算機による処理手順

ここで解析の対象とする多分岐信号伝送線路の例を Fig. 1 (次頁参照) に示す。この例では、信号源 A はゲート負荷 C, F, H, J, K, L と中途分岐した線路で接続されている。ここで、信号源 A、負荷 C, F, H, … および分岐点 B, D, E, … を節点と呼び、1つの節点に n 本の伝送線路が接続されている場合、これを n 路分岐点と呼ぶことにする。また1つの節点を基準に、その節点に向う信号波をその節点に対する入射波と呼び、その節点から遠ざかる方向へ向う信号波をその節点に対する反射波と呼ぶ。

2.1 線路のモデル

一般に伝送線路は、単位長当りの抵抗 R 、インダクタンス L 、キャパシタンス C およびコンダクタンス

* Transient Analysing Techniques for Multi-branched Transmission Line through Digital Computer by Takashige SUGIMOTO and Masami KATO (Department of Electrical-Electronic Engineering, Faculty of Science and Technology, Sophia University.)

** 上智大学理工学部電気電子工学科

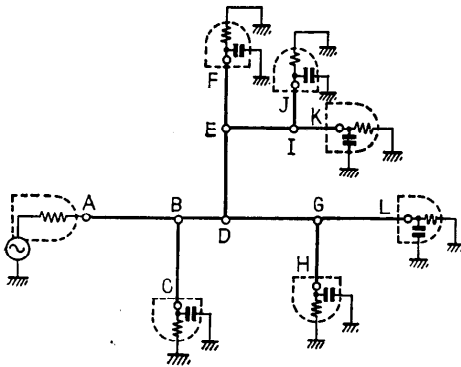


Fig. 1 An Example of printed wiring pattern.

ス G を有する分布定数回路となるが、ここで扱う伝送線路は、無損失線路すなわち、

$$R=0, G=0. \tag{1}$$

として十分近似できる。したがって線路は、単位長当りのインダクタンス L およびキャパシタンス C により一義的に規定され、その位相速度 U 、および特性インピーダンス Z_0 は良く知られているように次式で与えられる。

$$U = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \tag{2}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}. \tag{3}$$

2.2 信号源のモデル

信号源は、Fig. 2 に示すように内部抵抗 R_1 を有する理想的電圧源であるものとする。信号源の電圧波形 $V(t)$ は、一般に任意の時間関数の波形を想定することが可能であり、Fig. 3 に示す如く T 時間間隔ごとのサンプル値で規定する。特性インピーダンス $Z_1 \sim Z_n$ を夫々有する n 本の伝送線路が、信号源から放射状に接続されているとき、信号源から出てゆく信号波の瞬時電圧 $E(t)$ は式(4)で与えられる³⁾。

$$E(t) = \frac{V(t)}{1 + R_1/Z}. \tag{4}$$

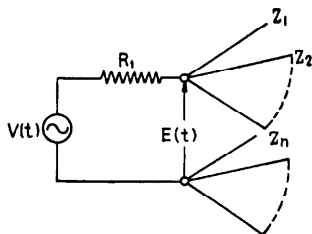


Fig. 2 Model of signal source.

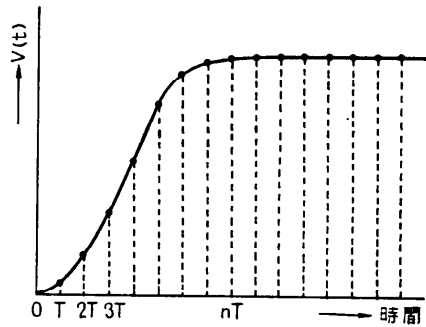


Fig. 3 Typical example of signal waveform.

ただし

$$Z = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{Z_i} \right)^{-1}.$$

また分岐点や不整合終端した負荷点から、節点としての信号源側に戻ってくる特性インピーダンス Z_m を有する線路上の入射波に対する信号源の電圧反射係数 Γ_v 、および他線路への電圧透過係数 T_v は、実数として次式で与えられる³⁾。

$$\Gamma_v = \frac{Z' - Z_m}{Z' + Z_m}. \tag{5}$$

$$T_v = \frac{2Z_m}{Z' + Z_m}. \tag{6}$$

ただし

$$Z' = \left(\sum_{i=1, i \neq m}^n \frac{1}{Z_i} + \frac{1}{R_1} \right)^{-1}.$$

2.3 伝送線路の分岐点および集中インピーダンス接続点

分岐点の最も簡単な例として、Fig. 4 に示すように伝送線路 i が線路 j および k に分岐する3路分岐点を考える。各伝送線路 i, j, k の特性インピーダンス

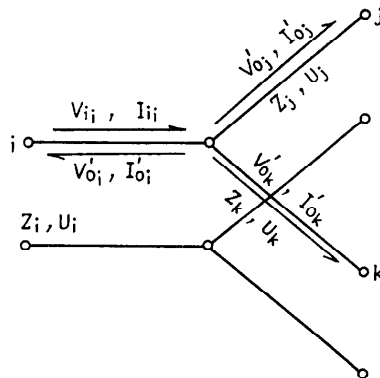


Fig. 4 3rd order branch point.

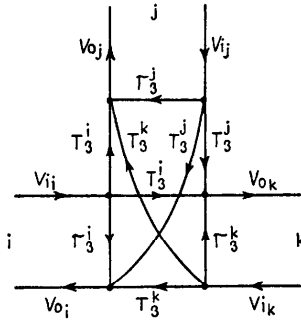


Fig. 5 Signal Flow graph representation of 3rd order branch point.

をそれぞれ Z_i, Z_j, Z_k とすると、節点としての分岐点における伝送線路 i 上の入射波に対する電圧反射係数 Γ_3^i および電圧透過係数 T_3^i は、それぞれ式(7)、式(8)で与えられる⁹⁾。

$$\Gamma_3^i = \frac{Z_j \parallel Z_k - Z_i}{Z_j \parallel Z_k + Z_i} \quad (7)$$

$$T_3^i = \frac{2(Z_j \parallel Z_k)}{Z_j \parallel Z_k + Z_i} \quad (8)$$

ただし

$$Z_j \parallel Z_k = \left(\frac{1}{Z_j} + \frac{1}{Z_k} \right)^{-1}$$

この3路分岐点をシグナル・フローグラフで表現すると Fig. 5 のようになる。各伝送線路上の入射波電圧を V_{ij}, V_{jj}, V_{ik} 、反射波電圧を V_{oi}, V_{oj}, V_{ok} とするとき、これらの間の関係は、上述の電圧反射係数および電圧透過係数をその要素とする S 行列を用いて式(9)のように表現される。

$$\begin{pmatrix} V_{oi} \\ V_{oj} \\ V_{ok} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Gamma_3^i & T_3^j & T_3^k \\ T_3^i & \Gamma_3^j & T_3^k \\ T_3^i & T_3^j & \Gamma_3^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ij} \\ V_{jj} \\ V_{ik} \end{pmatrix} \quad (9)$$

一般に n 路分岐点において、特性インピーダンス Z_m を有する伝送線路 m 上の入射波に対する電圧反射係数 Γ_3^m 、電圧透過係数 T_3^m は、それぞれ式(10)式(11)で与えられ、これらを要素とする S 行列を用いて入射波に対する反射波電圧を計算することになる。

$$\Gamma_3^m = \frac{A_1 - Z_m}{A_1 + Z_m} \quad (10)$$

$$T_3^m = \frac{2A_1}{A_1 + Z_m} \quad (11)$$

ただし

$$A_1 = \left(\sum_{i=1, i \neq m}^n \frac{1}{Z_i} \right)^{-1}$$

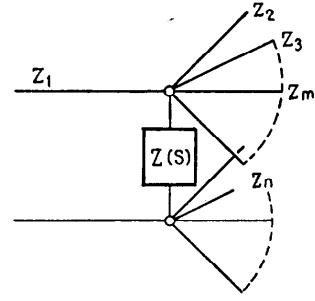


Fig. 6 n -th order branch point with a parallel load.

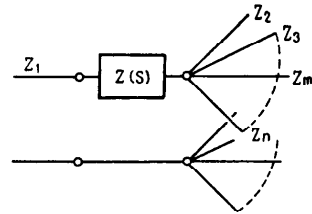


Fig. 7 n -th order branch point with a serial load.

また Fig. 6 に示すように、 n 路分岐点において伝送線路と並列に集中インピーダンス $Z(S)$ が接続される場合、および Fig. 7 に示すように伝送線路に直列に集中インピーダンス $Z(S)$ が挿入される場合も、ここでは節点として採り上げる。前者の場合、特性インピーダンス Z_m を有する伝送線路上の入射波に対するこの節点での電圧反射係数 Γ_3^m 、電圧透過係数 T_3^m は、それぞれ式(12)、式(13)で与えられる。

$$\Gamma_3^m = \frac{A_2 - Z_m}{A_2 + Z_m} \quad (12)$$

$$T_3^m = \frac{2A_2}{A_2 + Z_m} \quad (13)$$

ただし

$$A_2 = \left(\sum_{i=1, i \neq m}^n \frac{1}{Z_i} + \frac{1}{Z(S)} \right)^{-1}$$

本プログラムでは、集中インピーダンス $Z(S)$ として純抵抗 R のみの場合、および浮遊容量を考慮し抵抗 R とコンデンサ C とが並列接続されたものが可能である。

後者の集中インピーダンスの直列挿入の場合、Fig. 7 に示す如く特性インピーダンス Z_1 を有する伝送線路が、集中インピーダンス $Z(S)$ を介して分岐点に接続されているものとする、この特性インピーダンス Z_1 を有する伝送線路上の入射波に対するこの節点で

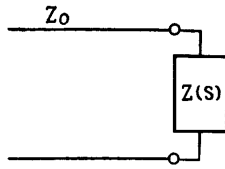


Fig. 8 Model of a load.

の電圧反射係数 Γ_s^1 、および電圧透過係数 T_s^1 は、それぞれ式(14)、式(15)で与えられる。

$$\Gamma_s^1 = \frac{A_3 - Z_1}{A_3 + Z_1} \quad (14)$$

$$T_s^1 = \frac{2B_3}{A_3 + Z_1} \quad (15)$$

ただし

$$B_3 = \left(\sum_{i=2}^n \frac{1}{Z_i} \right)^{-1}$$

$$A_3 = B_3 + Z(S).$$

一方特性インピーダンス $Z_m (m \neq 1)$ を有する伝送線路上の入射波に対するこの節点での電圧反射係数 Γ_s^m および電圧透過係数 T_s^m は、それぞれ式(16)、式(17)で与えられる。

$$\Gamma_s^m = \frac{A_4 - Z_m}{A_4 + Z_m} \quad (16)$$

$$T_s^m = \frac{2A_4}{A_4 + Z_m} \quad (17)$$

ただし

$$A_4 = \left\{ \sum_{i \neq m}^n \frac{1}{Z_i} + \frac{1}{Z_1 + Z(S)} \right\}^{-1}$$

本プログラムでは、直列集中インピーダンス $Z(S)$ として純抵抗 R のみの場合、抵抗 R とコンデンサ C との並列接続の場合、およびコネクタ接続部を表現するインダクタ L の場合が可能である。

負荷点のモデルを Fig. 8 に示す。伝送線路の特性インピーダンスを Z_0 とすれば、負荷 $Z(S)$ での電圧反射係数 Γ_L は(18)式で与えられる。

$$\Gamma_L = \frac{Z(S) - Z_0}{Z(S) + Z_0} \quad (18)$$

本プログラムでは、 $Z(S)$ として純抵抗 R_L のみの場合と、 R_L に並列に浮遊容量 C_L を考慮した場合が可能である。

2.4 電圧反射係数および電圧透過係数の z 変換による表現

分岐点および負荷点が、キャパシタまたはインダクタを含まない場合、電圧反射係数、電圧透過係数は実

数値となるが、キャパシタまたはインダクタが挿入接続されると電圧反射係数、電圧透過係数は、複素周波数 S の有理関数で与えられる。一般に連続系の過渡応答を求める手法としてラプラス変換が知られているが、解は入力関数に依存するなどデジタル計算機には不向きであり、ここでは z 変換を用いている¹⁾。

キャパシタ C やインダクタ L を含む分岐点または負荷点での電圧反射係数、電圧透過係数は、2.3 に示す通り一般に式(19)の形で与えられる。

$$G(S) = C \frac{DS + B}{S + A} \quad (19)$$

ただし、 A, B, C, D は線路の特性インピーダンス、分岐数、使用する素子抵抗、キャパシタ、インダクタの値によって定まる定数である。式(19)に0次インターポレータを作用させ、 z 変換を施したものを $H(z)$ とすると、これは式(20)で与えられる。

$$\begin{aligned} H(z) &= Z(G_n(S)G(S)), \\ &= Z \left[\frac{1 - e^{-ST}}{S} C \frac{DS + B}{S + A} \right], \\ &= \frac{C \{ D - (B/A \cdot e^{-AT} + D - B/A)z^{-1} \}}{1 - e^{-AT} z^{-1}}. \end{aligned} \quad (20)$$

節点での入射波の z 変換を $V_i(z)$ 、反射波または透過波の z 変換を $W(z)$ とすれば、

$$W(z) = H(z)V_i(z), \quad (21)$$

となり、これを時間軸上のサンプル値で表現すると、

$$\begin{aligned} w(nT) &= e^{-AT} w((n-1)T) + CDv_i(nT) \\ &\quad - C(DA - B + Be^{-AT})A^{-1}v_i((n-1)T). \end{aligned} \quad (22)$$

従って、任意の節点における任意の伝送線路上の入射波 $v_i(nT)$ に対する反射波 $\mathcal{B}(nT)$ および透過波 $\mathcal{F}(nT)$ は、一般に式(23)、式(24)で表現される。

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(nT) &= K_1 \mathcal{B}((n-1)T) \\ &\quad + K_2 v_i(nT) + K_3 v_i((n-1)T). \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(nT) &= K_1' \mathcal{F}((n-1)T) \\ &\quad + K_2' v_i(nT) + K_3' v_i((n-1)T). \end{aligned} \quad (24)$$

ただし

$$\begin{aligned} K_1 &= e^{-AT}, \\ K_2 &= CD, \\ K_3 &= C(DA - B + Be^{-AT})A^{-1}, \\ K_1' &= e^{-A'T}, \\ K_2' &= C'D', \\ K_3' &= C'(D'A' - B' + B'e^{-A'T})A'^{-1}. \end{aligned}$$

これを n 路分岐点を例にとって更に詳細に説明す

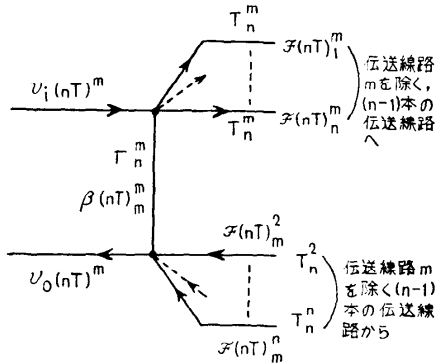


Fig. 9 Signal flow graph at n-th order branch point.

る。

この場合一本の伝送線路上の入射波 $v_i(nT)^m$ に注目すると、Fig. 9 のようなシグナル・フローグラフが得られる。n 路分岐点で、伝送線路 m から入射した信号波 $v_i(nT)^m$ は、分岐点での反射波を $B(nT)_i^m$ 、他の伝送線路への透過波を $F(nT)_i^m$ (添字は、線路 m から入力され、線路 i に出力されることを示している) とすれば、式(23)、式(24)より形式的に次式が成立する。

$$\begin{pmatrix} B(nT)_1^m \\ F(nT)_2^m \\ \vdots \\ F(nT)_n^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_1^m, 0, \dots, 0 \\ 0, K_1'^m, \dots \\ \vdots \\ 0, \dots, K_1'^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B((n-1)T)_1^m \\ F((n-1)T)_2^m \\ \vdots \\ F((n-1)T)_n^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_2^m, 0, \dots, 0 \\ 0, K_2'^m, \dots \\ \vdots \\ 0, \dots, K_2'^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_i(nT)^m \\ \vdots \\ v_i(nT)^m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_3^m, 0, \dots, 0 \\ 0, K_3'^m, \dots \\ \vdots \\ 0, \dots, K_3'^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_i((n-1)T)^m \\ \vdots \\ v_i((n-1)T)^m \end{pmatrix} \quad (25)$$

結局、各伝送線路上を節点より遠ざかる方向に進む電圧波 $v_0(nT)^m$ ($m=1, 2, \dots, n$) は、形式的に次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} v_0(nT)^1 \\ v_0(nT)^2 \\ \vdots \\ v_0(nT)^n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} B(nT)_1^1, F(nT)_1^2, \dots, F(nT)_1^n \\ F(nT)_2^1, B(nT)_2^2, \dots, F(nT)_2^n \\ \vdots \\ F(nT)_n^1, \dots, B(nT)_n^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

このように、節点における各伝送線路上の信号波は、式(23)および式(24)に対応する計算を実行することにより求められる。

3. プログラムの構造と仕様並びにデータ入力例

Fig. 10 に示すように、信号源節点 N_1 が3路分岐節点 N_2 を介して、2つの負荷節点 N_3, N_4 に中途分岐線路で接続されている場合を例にとって、本プログラムの構造を説明する。この場合、節点番号として各節点に、任意の順序で、連続番号を付与する。

i) 節点種別情報の入力

まず各節点 N_1, N_2, N_3, N_4 の種別情報を与える必要がある。

ここで節点種別の指標が1のときは単なる線路の分岐、2のときは集中インピーダンスの並列接続、3のときは集中インピーダンスの直列接続を表す。なお集中インピーダンスの直列接続の場合には、この直列集中インピーダンスを介して相互接続される節点番号も与える必要がある。Fig. 10 の例では、Table 1 の

Table 1 Classification index of node

節点の相互接続関係	節点間の伝播遅延時間	特性インピーダンス
$N_1 : N_2$	τ_1	Z_1
$N_2 : N_3$	τ_2	Z_2
$N_2 : N_4$	τ_3	Z_3

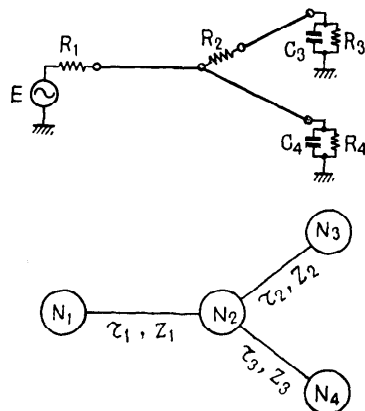


Fig. 10 Connectivity of nodes.

Table 2 Information about interconnection of nodes

節点番号	抵抗値	キャパシタンス	インダクタンス	節点種別	直列接続の節点番号
N_1	R_1	—	—	2	—
N_2	R_2	—	—	3	N_3
N_3	R_3	C_3	—	2	—
N_4	R_4	C_4	—	2	—

如くなる。

ii) 節点の相互接続情報の入力

線路のパターンは、各節点の相互接続関係を与えれば一義的に決定される。この場合、各節点を接続するものは伝送線路であり、信号走行遅延時間で表わした長さ、および特性インピーダンスを与える必要がある。Fig. 10 の例で、各線路の特性インピーダンスを Z_1, Z_2, Z_3 および伝播遅延時間を τ_1, τ_2, τ_3 (ns) とすれば、各節点間の相互接続情報は **Table 2** のようになる。なお各節点間の伝送線路は無損失線路であり、遅延のみを与えるものであるから計算機内部では、 z 変換の刻み T 時間毎の値を単に線路の走行遅延時間に相当する時間記憶すればよい。

iii) シミュレーション実行に必要なその他の入力パラメータとその制約条件

シミュレーションを実行するのに必要なその他の入力パラメータとその制約条件は、次の通りである。

- ① 節点総数：本プログラムでは 20 個まで
- ② 負荷節点総数：本プログラムでは 20 個以下
- ③ z 変換のサンプリング間隔
- ④ 応答波形の計算を実行する最大限界時間
- ⑤ 応答波形を印刷出力させる時間間隔
- ⑥ 信号源の節点番号の指定
- ⑦ 入力信号波形の指定
- ⑧ 出力を必要とする節点番号の指定

本プログラムの仕様は、60 kW 程度の計算機に対するものであり、記憶容量を増大すれば制約条件はいくらでもゆるめることが可能である。

4. 応答波形計算例

Fig. 11 (a) に可成り一般的な布線パターンを示す。Fig. 11 (b) は、これに具体的な素子を与えたもの。Fig. 11 (c) は節点番号付けの例を示す。この場合の入力データは、**Table 3** のようになる。この布線例に対し z 変換のサンプリング間隔 T を 0.05 (ns)、応答波形の印刷出力時間間隔を 0.1 (ns) とし、20 (ns) までの応答波形を求めた。但し信号源は、立上り時間

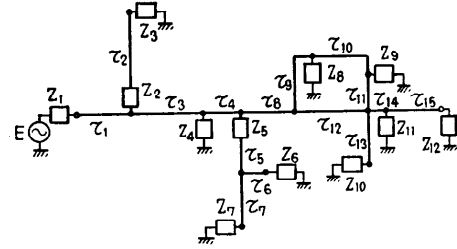


Fig. 11 (a) An example of wiring pattern

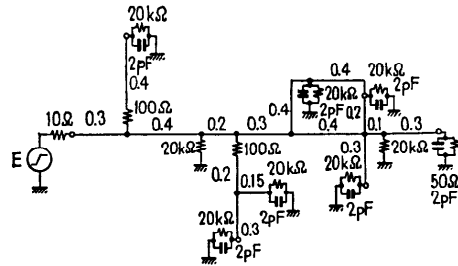


Fig. 11 (b) Assignment of actual elements.

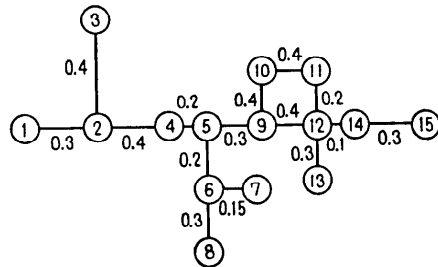


Fig. 11 (c) Numbering of nodes.

Table 3 An example of input data

(A)			(B)					
接点の相互接続関係	伝播遅延時間 (ns)	特性インピーダンス (Ω)	節点番号	R (Ω)	C (pF)	L (pH)	節点種別	直列接続の節点番号
1 : 2	τ_1	z_1	1	R_1	—	—	2	—
2 : 4	τ_2	z_2	2	R_2	—	—	3	3
3 : 2	τ_3	z_3	3	R_3	C_3	—	2	—
4 : 5	τ_4	z_4	4	R_4	—	—	2	—
5 : 9	τ_5	z_5	5	R_5	—	—	3	6
6 : 5	τ_6	z_6	6	—	—	—	1	—
7 : 6	τ_7	z_7	7	R_7	C_7	—	2	—
8 : 6	τ_8	z_8	8	R_8	C_8	—	2	—
9 : 10	τ_9	z_9	9	—	—	—	1	—
10 : 11	τ_{10}	z_{10}	10	R_{10}	—	—	2	—
11 : 12	τ_{11}	z_{11}	11	R_{11}	C_{11}	—	2	—
12 : 9	τ_{12}	z_{12}	12	—	—	—	1	—
13 : 12	τ_{13}	z_{13}	13	R_{13}	—	—	2	—
14 : 12	τ_{14}	z_{14}	14	R_{14}	—	—	2	—
15 : 14	τ_{15}	z_{15}	15	R_{15}	C_{15}	—	2	—

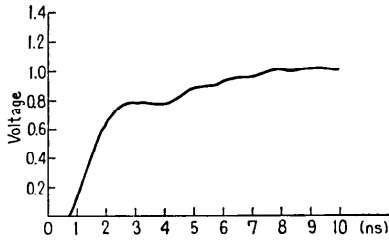


Fig. 12 Response waveform at node 3.

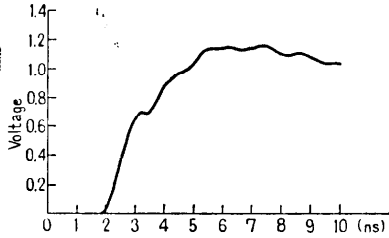


Fig. 13 Response waveform at node 11.

1 (ns) を有するランプ関数とした。このとき、節点 3, 11 に対応する負荷の応答波形例をそれぞれ Fig. 12, Fig. 13 に示す。

なおこのプログラムは、FORTRAN で記述され約 1,000 ステップから成り、シミュレーションに要する時間は、この例の場合東京大学大型計算機センターの HITAC 8800/8700 を用いて、約 30 sec. であった。

5. むすび

以上、本解析プログラムの特徴を要約すると次の通りである。

- (1) 任意の入力電圧波形に対する任意の節点での応答波形を求めることができる。
- (2) 線路接続パターンを入力形式が極めて簡単である。
- (3) 閉ループ接続を有する布線のシミュレーションが可能である。
- (4) 各伝送線路の特性インピーダンスが異なる場合のシミュレーションも可能である。
- (5) 分岐点に直列に集中定数素子が挿入された布線パターンの解析ができる。
- (6) 1 節点での分岐が 5 路分岐（それ以上の分岐数は簡単に拡張可能）まで可能である。

本解析プログラムは、ディジタル計算機と極めてよく適合しており、例えばコネクタ部分で導入される直列インダクタンス分も模擬できるなど、現実に近いモデルを設定することが可能であり、実際に布線パターンを設計する前に、その特性を評価するのに用いることができる。

本解析手法の時間的に変動する系、ならびに非線形な系への拡張については、目下検討中であり別途報告する予定である。

参 考 文 献

- 1) 加藤, 猪瀬: z 変換を用いた中途分岐布線の多重反射波の解析, 情報処理学会誌, Vol. 13, No. 5, pp. 287~293 (1972).
- 2) W.R. Blood, Jr.: MECL System Design Handbook, p. 214, MOTOROLA INC., (1971).
- 3) 例えば, 関口忠: 電気回路 II, p. 417, オーム社, 東京 (1963).

(昭和 50 年 5 月 22 日受付)