電子指紋技術における量子化誤差が与える影響の解析

加藤 寛史　　栗林 稔　　森井 昌克

神戸大学大学院工学研究科
657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1

h_katou@stu.kobe-u.ac.jp　{kminoru,mmorii}@stu.kobe-u.ac.jp

あらまし　電子指紋技術はディジタルコンテンツにユーザ情報を埋め込むことで，不正ユーザを追跡することができる技術である．電子指紋を構成するには結託攻撃に対する耐性を考慮する必要がある．従来，スペクトル拡散を用いた電子指紋では c 人の不正ユーザによる平均化攻撃を受けた際，埋め込んだ信号の強度が $1/c$ に減衰すると考えられていた．本稿では，量子化誤差に着目して画像を対象とする電子指紋における平均化攻撃の解析を行う．電子指紋エネルギーの減衰が信号の埋め込みの際，及び平均化攻撃の際に行われる量子化の組み合わせにより，従来考えられた信号の減衰とは大きく異なることを示す．また，その特性を考慮して，より結託耐性に有効な量子化方法を提案する．

An Analysis of Quantization Error on Sprerad Spectrum Fingerprinting

Hiroshi Kato　　Minoru Kuribayashi　　Masakatu Morii

Guraduate School of Engineering, Kobe University
1-1, Rokkodai-cho, Nada-ku, Kobe-shi, 657-8501, Japan

h_katou@stu.kobe-u.ac.jp　{kminoru,mmorii}@stu.kobe-u.ac.jp

Abstract　Digital fingerprinting is to embed information into the content and to trace illegal users. For managing a fingerprinting system, we should consider the tolerance against collusion attack. On the spread spectrum fingerprinting, it has been estimated that the embedded signal attenuates $1/c$ when c copies are averaged. In this paper, we analyze the model of averaging attack considering the quantization error. Our intensive analysis reveals that the attenuation of signal energy depends on the quantization performed at embedding and averaging, and derive an actual attenuation factor which is completely different from a conventional one. Then, we propose the effective quantization method to improve the collusion resistance.

1　はじめに

電子指紋技術における結託攻撃に対して耐性を考慮した研究として，スペクトル拡散技術を利用した電子透かし方式を用いる方式がある [1, 2, 3]．Cox らにより提案されたスペクトル拡散による電子透かしは [1]，ユーザ毎に異なる電子指紋系列をコンテンツの周波数領域に埋め込んでいる．その電子指紋系列は，正規分布に従う系列であり，互いに独立しているため結託攻撃を受けたコンテンツからでも不正者を追跡することができる．この手法において結託攻撃の一つである平均化攻撃を受けた場合，結託者の電

子指紋系列の相関値が結託者数 c に従い $1/c$ へ減衰すると考えられていた．また，スペクトル拡散技術に基づく電子指紋方式では非線形な結託攻撃を平均化攻撃と雑音付加攻撃に近似できることが報告されており [2]，結託者の電子指紋の強度は $1/c$ へ線形的に減衰すると評価されてきた．

本稿では，画像に電子指紋が埋め込まれる際と平均化攻撃の際に行われる量子化が与える影響を解析する．周波数領域に埋め込まれた電子指紋系列は統計的に平均 0 の正規分布に従うと見なすことができ，輝度領域に変換される際に各画素値が範囲 $[0, 255]$ の整数値となる必要があるため量子化が行われる．また平均化攻撃では各画素値の合計を結託者数 c で除算するため小数を含み，整数へ量子化する必要がある．整数への量子化は，ある整数 x と量子化パラメータとなる小数 $\alpha(0 \leq \alpha < 1)$ に対して範囲 $[x-\alpha, x-\alpha+1)$ の値を x に丸めこむ処理と定義できる．本稿では，量子化の方法として特に $\alpha = 0, 0.5$ の場合をそれぞれ切り捨て，四捨五入として考察を行い，電子指紋を埋め込む際，及び平均化攻撃の際に行われる量子化方法の組み合わせに応じて結託耐性が変化することを示す．電子指紋の検出では，原画像を用いて埋め込まれている電子指紋系列を取り出す．このとき，電子指紋系列は量子化により歪んでいるが，埋め込みの逆変換を行うことにより歪んだ系列から平均 2 乗誤差を最小とする正規分布を取り出すことになる [4]．ここで，量子化が与える影響を定量的に評価することで電子指紋の減衰量を求め，従来考えられた $1/c$ とは大きく異なる $1/c'$ となることを示す．さらに結託攻撃でどの量子化方法を用いた場合でも，より結託耐性に有効な埋め込みの際の量子化方法を示す．

2 電子指紋技術

本章では，電子指紋技術の一つであるスペクトル拡散を利用した電子指紋方式，及び平均化攻撃のモデル化 [5] について述べる．

2.1 スペクトル拡散を用いた電子指紋方式

スペクトル拡散を用いた方式は Cox らにより提案され [1]，各ユーザに $N(0,1)$ の正規分布に従うランダムな系列から独立に選択した値より構成される電子指紋系列を与える．電子指紋系列は周波数領域に埋め込まれ，埋め込む周波数要素の値に従って増幅させる．電子指紋の検出には，抽出された系列と全ての電子指紋系列の相関値を比較する．Cox らの方式に対して CDMA 技術に基づく階層構造を持つ電子指紋方式 [6] では，系列に階層構造を与えることで相関計算の計算量を削減した．この方式ではユーザが属するグループ情報 i_g とグループ内でユーザを示す情報 i_u の二つを示す系列 $\boldsymbol{W_{i_g}}, \boldsymbol{W_{i_u}}$ を各ユーザに電子指紋として与える．二つの系列は特定のエネルギーを持つ DCT 基底ベクトルに PN 系列を乗算することで得られ，二つの系列の和 $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{W_{i_g}} + \boldsymbol{W_{i_u}}$ を周波数領域に埋め込む．輝度領域では埋め込んだ系列が画像全体に拡散されており，このときの電子指紋を $\boldsymbol{w_i} = \boldsymbol{w_{i_g}} + \boldsymbol{w_{i_u}}$ とする．本稿では CDMA 技術に基づく電子指紋方式を用いて量子化が与える影響の解析の有効性を評価する．

2.2 平均化攻撃

結託者は元のコンテンツ D に対して，電子指紋 w_i が埋め込まれた c 個のコンテンツ D_i を持ち寄り，平均化攻撃を行うことで結託画像 $\hat{D}_c$ を生成する．ここで，$\hat{D}_c$ は，

$$\hat{D}_c = \frac{1}{c}\sum_{i=1}^{c} D_i + \epsilon = \frac{1}{c}\sum_{i=1}^{c} \boldsymbol{w_i} + D + \epsilon \quad (1)$$

と表わすことができ，このとき ϵ は雑音である．ゆえに，電子指紋の強度は c に従って減衰する．埋め込んだ電子指紋の強度を β としたとき，平均化攻撃により強度が β/c に減衰すると従来考えられた．同様に埋め込んだ電子指紋のエネルギーを β^2 としたとき，β^2/c^2 に減衰すると考えられた．このとき結託画像には c 個の電子指紋が含まれているため，全結託者の電子指紋エネルギーの合計は β^2/c となる．本稿では，雑音 ϵ がない場合の平均化攻撃について議論を行う．

3　量子化の影響

本章では，電子指紋の埋め込み，及び結託攻撃で行われる量子化の影響を評価し，埋め込んだ電子指紋の強度が $1/c'$ に減衰することを示す．

3.1　埋め込み時に四捨五入

画像の周波数領域に埋め込まれた β^2 のエネルギーを持つ電子指紋は，直交変換により輝度領域全体に拡散される．画素数が num である場合，埋め込みによる各画素の変化は統計的に $N(0, \beta^2/num)$ の正規分布に従うとされている．ここで，$\sigma^2 = \beta^2/num$ としたときの電子指紋の分布 $N(0, \sigma^2)$ は各画素の変化量の確率密度関数 (PDF) とみなすことができる．輝度領域では，埋め込まれた電子指紋が整数に量子化される．ここで，$x \in \mathbb{Z}$ に四捨五入される確率 $P(x)$ は，

$$P(x) = \int_{x-0.5}^{x+0.5} f(t, 0, \sigma^2) dt, \tag{2}$$

と計算される．ただし，

$$f(t, 0, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{\frac{-(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}. \tag{3}$$

結託者数が c 人の平均化攻撃では，各画素の値の合計が c で除算される．除算による小数部を切り捨てした場合，範囲 $[x-0.5/c, x+1-0.5/c)$ の値は x に量子化される．このときの電子指紋系列 $\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}}$ の中で x に量子化される確率 $P_c(x)$ は，

$$P_c(x) = \int_{x-0.5/c}^{x+1-0.5/c} f\left(t, 0, \frac{\sigma^2}{c}\right) dt, \tag{4}$$

と計算される．輝度領域での各画素の電子指紋の値 $w_{i,j} (1 \le j \le num)$ は，切り捨てにより $\lfloor w_{i,j}/c \rfloor$ へ移動するため，結託者の電子指紋系列は歪んでしまう．平均化攻撃により電子指紋の分散が σ^2/c と減少するため，0 付近の確率が増加する．ここで注目すべきは，$w_{i,j}$ が負であるとき切り捨てにより 0 に量子化されることはない点である．したがって，c の増加とともに $P_c(-1)$ が増加し，正の場合は $P_c(0)$ が増加するため，$P_c(-1) + P_c(0) \simeq 1$ となる．$P_c(-1), P_c(0)$ の範囲は，それぞれ $[-1-0.5/c, -0.5/c), [-0.5/c, 1-0.5/c)$ であり，c が増加するとそれぞれ $[-1, 0), [0, 1)$ に近づくため，$P_c(-1) \simeq P_c(0) \simeq 0.5$ となる．このとき，$w_{i,j}$ の平均値 $\overline{w}_{i,j}$ は -0.5 であり，これは周波数領域での DC 成分の変化に相当する．しかし，DC 成分への埋め込みは行わないため，この変化は検出に影響を及ぼさない．これにより，結託後の画像に残る電子指紋のエネルギーの合計は，

$$num \cdot \sum_x (x - \overline{w}_{i,j})^2 P_c(x) = 0.25\, num, \tag{5}$$

となる．この式は，c がどれほど増加しても一定量の電子指紋のエネルギーが攻撃後の画像に残ることを意味する．しかし，電子指紋系列は量子化により歪んでいるため，全てのエネルギーを検出に用いることはできない．

平均化攻撃の際に量子化として四捨五入をした場合，範囲 $[x + 0.5 - (c \bmod 2)/c, x - 0.5 - (c \bmod 2)/c)$ の値が x に丸め込まれる．x が奇数の場合と偶数の場合で $P_c(x)$ の積分範囲は異なるが，c の増加によりこの範囲は $[x-0.5, x+0.5)$ に近似できるため，単純に

$$P_c(x) = \int_{x-0.5}^{x+0.5} f\left(t, 0, \frac{\sigma^2}{c}\right) dt \tag{6}$$

とみなすことができる．c の増加に伴い $w_{i,j}$ の値は小さくなるため，$P_c(0)$ は大きくなる．そのため，電子指紋エネルギーは従来の評価よりも急速に減衰すると結論付けられる．

3.2　埋め込み時に切り捨て

電子指紋の埋め込み時に切り捨てを行った場合，$x \in \mathbb{Z}$ に切り捨てられる電子指紋 $w_{i,j}$ の確率 $P_c(x)$ は次式となる．

$$P_c(x) = \int_x^{x+1} f\left(t, 0, \sigma^2\right) dt. \tag{7}$$

このとき，$\lfloor w_{i,j} \rfloor$ の平均値は -0.5 になる．平均化攻撃の際に切り捨てをした場合，電子指紋系列 $\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}}$ が $x \in \mathbb{Z}$ に量子化される確率 $P_c(x)$ は，

$$P_c(x) = \int_{x-0.5/c}^{x+1-0.5/c} f\left(t, -0.5, \frac{\sigma^2}{c}\right) dt, \tag{8}$$

と計算される．このとき，$\overline{w}_{i,j}$ は -0.5 であり，周波数領域の DC 成分は減少するが，この影響は無視できるため，$P_c(x)$ は，

$$P_c(x) = \int_{x-0.5-0.5/c}^{x+0.5-0.5/c} f\left(t, 0, \frac{\sigma^2}{c}\right) dt, \qquad (9)$$

と書き直すことができる．これは，埋め込みと平均化攻撃の際に共に四捨五入した場合と同じ議論となる．つまり，電子指紋エネルギーは従来の評価より減衰すると結論付けられる．

平均化攻撃での量子化として四捨五入をした場合，式 (9) で用いた積分範囲を $+0.5$ 移動させたことになる．これは式 (4) に相当するため，c が増加しても電子指紋が一定量残る．このように電子指紋の埋め込みと平均化攻撃の際に行われる量子化の組み合わせは結託耐性に大きな影響を与える．

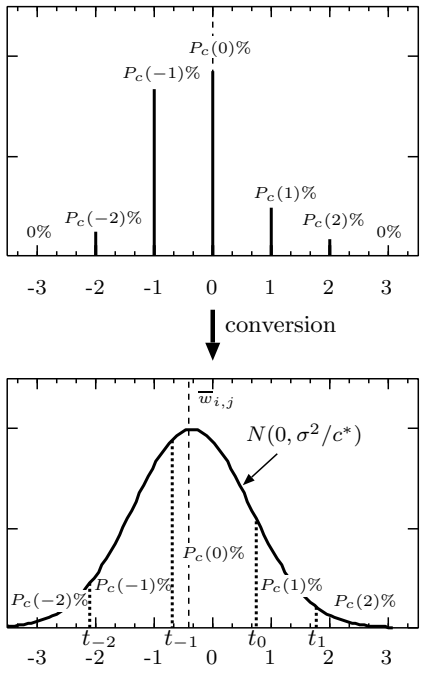

図 1: 正規分布 $N(\overline{w}_{i,j}, \sigma^2/c^*)$ の導出

3.3 周波数領域への変換

量子化により電子指紋系列は歪むため，検出で輝度領域から周波数領域に変換しても電子指紋系列は埋め込まれた周波数成分以外にも拡散される．当然ながら，検出では埋め込みを行った周波数成分のみを用いるため，攻撃後の画像に含まれる電子指紋信号をすべて検出時に検知できない．歪んだ電子指紋系列 $\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}}$ には，結託者らにより重ね合わされた電子指紋系列 $\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{c}}^*$ と量子化誤差を含んでいる．このとき，$\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}}$ のエネルギーは $\sum(x - \overline{w}_{i,j})^2 P_c(x)$ となる．

正規分布に従う電子指紋系列は，周波数領域に埋め込まれた後に輝度領域に変換される．検出では輝度領域から周波数領域へと埋め込みの逆変換を行う．このとき取り出される $\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{c}}^*$ は，量子化により整数化された $\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}}$ に対して，平均 2 乗誤差を最小とする正規分布 $N(\overline{w}_{i,j}, \sigma^2/c^*)$ となる [4]．検出される $\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{c}}^*$ のエネルギーは β^2/c^* であり，$\sum x^2 P_c(x) - \beta^2/c^*$ が量子化誤差のエネルギーとなる．ここで，c^* を導き出すために $(\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}} - \boldsymbol{w}_{\boldsymbol{c}}^*)^2$ が最小になる c^* を求める方法を示す．

まず，$P_c(x)$ に対応する正規分布 $N(\overline{w}_{i,j}, \sigma^2/c^*)$ の範囲 $[t_{x-1}, t_x)$ を計算する．

$$P_c(x) = \int_{t_{x-1}}^{t_x} f\left(t, \overline{w}_{i,j}, \frac{\sigma^2}{c^*}\right) dt. \qquad (10)$$

このとき，σ^2/c^* が非常に小さいと仮定すれば $P_c(x)$ の範囲 $|x| > \bar{x}(\neq 0)$ は無視できる．この仮定より次式を導くことができる．

$$\sum_{x=-\bar{x}}^{\bar{x}} P_c(x) = 1, \qquad (11)$$

$$P_c(-\bar{x}) = \int_{-\infty}^{-t_{\bar{x}}} f\left(t, \overline{w}_{i,j}, \frac{\sigma^2}{c^*}\right) dt. \qquad (12)$$

これにより，t_x を順次 $t_{-\bar{x}}$ から $t_{\bar{x}}$ まで算出できる．次に t_x を用いて $(\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}} - \boldsymbol{w}_{\boldsymbol{c}}^*)^2$ を算出する．

$$\begin{aligned}(\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}} - \boldsymbol{w}_{\boldsymbol{c}}^*)^2 &= \hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}}{}^2 - 2\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}}\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{c}}^* + \boldsymbol{w}_{\boldsymbol{c}}^{*2} \\ &= \sum_{x=-\bar{x}}^{\bar{x}} x^2 P_c(x) \\ &\quad -2\sum_{x=-\bar{x}}^{\bar{x}} Q(x) + \frac{\sigma^2}{c^*}. \end{aligned} \qquad (13)$$

ただし，

$$Q(x) = x\int_{t_{x-1}}^{t_x} t f\left(t, \overline{w}_{i,j}, \frac{\sigma^2}{c^*}\right) dt. \qquad (14)$$

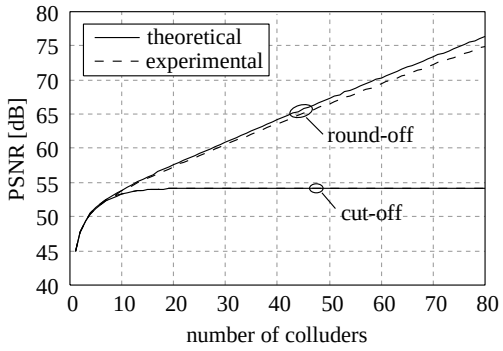

図 2: PSNR の理論値と実験値の比較

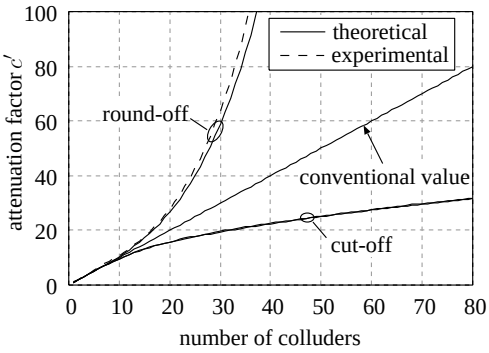

図 3: c' の理論値と実験値の比較

図 1 に $\overline{x} = 2$ を用いた正規分布 $N(\overline{w}_{i,j}, \sigma^2/c^*)$ の求め方を示す．ここで，β^2/c^* は全ての結託者の電子指紋エネルギーの合計であり，検出される各不正者の電子指紋の強度は $\sqrt{\beta^2/(c^* \cdot c)}$ より，$\beta/c'(c' = \sqrt{c^* \cdot c})$ となる．

3.4 効果的な量子化方法

3.1，3.2 節で電子指紋エネルギーは埋め込みと同じ量子化を平均化攻撃で行うことで大きく減衰する場合と，埋め込みと異なる量子化を平均化攻撃で行うことで結託者数が増えても一定量残る場合の 2 通りについて議論した．量子化パラメータとして $\alpha = 0, 0.5$ 以外を選択した場合，量子化により $x \in \mathbb{Z}$ となる $\hat{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{c}}$ の確率 $P_c(x)$ の積分範囲が $\alpha = 0, 0.5$ の場合の間となる．そのため，上記の 2 通りが電子指紋エネルギーが最も減衰する場合と減衰しない場合となり，$\alpha = 0, 0.5$ 以外の場合は従来の評価よりも減衰する，$c' > c$ となる場合と従来の評価よりも多くのエネルギーが残る，$c' < c$ となる場合のどちらかになる．

電子指紋の埋め込みの際の量子化は，結託者がどの α を用いて量子化したとしても結託耐性が大きく弱まることを防ぐことが望ましい．そこで $\alpha = 0, 0.5$ による量子化を各画素に対してランダムにそれぞれ確率 1/2 で行う方法を提案する．このとき，平均 $num/2$ 画素は結託者の電子指紋が大きく減衰することを防止できる．電子指紋信号の検出の際，各画素で行った量子化のパラメータ α は不要であり，保存する必要はない．攻撃者に知られなければよい．ただし，結託者が量子化に $\alpha = 0.25$ を用い，c が十分な数である場合，埋め込みで用いられた量子化が $\alpha = 0$ であれば電子指紋エネルギーは $\sum x^2 \int_{x-0.25}^{x+0.75} f(t, 0, \sigma^2/c)dt$，一方 $\alpha = 0.5$ であっても $\sum x^2 \int_{x-0.75}^{x+0.25} f(t, 0, \sigma^2/c)dt$ となるため，どちらも同じ電子指紋エネルギーが結託後の画像に残る．これにより，電子指紋エネルギーが多く残る可能性を減らすことができる．

4 シミュレーション結果

電子指紋の埋め込みと平均化攻撃の際に行う量子化による影響の解析の有効性を確認するため，理論値と実験値の比較を行う．原画像として 512 × 512 画素，白黒濃淡 256 階調の画像”lena” を用い，埋め込む電子指紋として 2.1 節で説明した CDMA 技術に基づく階層構造を持つ電子指紋方式 [6] を用い，信号の強度を $\beta^2 = 520000(\beta_g = 400, \beta_u = 600)$，系列長を $\ell = 8192$ とする．

画像に埋め込まれている電子指紋のエネルギーを調べるために画質劣化を PSNR で評価する．白黒濃淡 256 階調の PSNR は次式により定義されている．

$$\mathrm{PSNR} = 10 \log \frac{255^2 \cdot num}{\sum \left\{ (\Delta \boldsymbol{v})^2 - (\overline{\Delta \boldsymbol{v}})^2 \right\}}. \quad (15)$$

ここで，$\Delta \boldsymbol{v}$ は原画像と埋め込み後の画像の差分である．平均化攻撃の際に結託者は量子化を行い，$(\Delta \boldsymbol{v})^2$ は $\sum x^2 P_c(x)$ と計算することがで

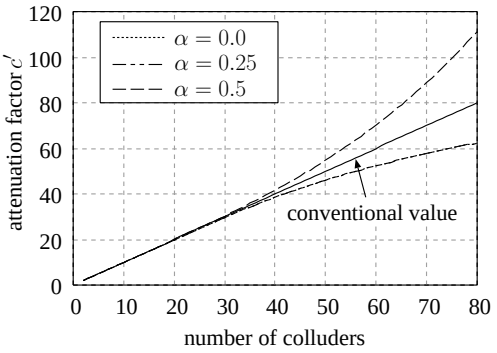

図 4: 効果的な量子化を行った時の c' の理論値

き，$(\overline{\Delta \boldsymbol{v}})^2$ は $\sum x P_c(x)$ と計算することができる．埋め込みに四捨五入を用いた場合の PSNR の理論値と実験値の比較を図 2 に示す．図 2 より実験値と理論値がほぼ一致しており，量子化の方法により結託攻撃後の画質劣化が大きく変化することが確認できる．次に埋め込みに四捨五入を用いた場合，3.3 節で導出を行った電子指紋の減衰要素 c' の理論値と実験値の比較を図 3 に示す．埋め込みに切り捨てを行った場合，図 3 の切り捨てと四捨五入を入れ替えた結果となる．図 3 より埋め込みの時と平均化攻撃の時に同じ量子化を行う場合，従来考えられた $c' = c$ となる場合よりも結託耐性が弱まる．埋め込みの時と平均化攻撃の時に異なる量子化を行う場合，結託耐性が向上している．量子化パラメータとして $\alpha = 0, 0.5$ 以外を用いて量子化を行った場合の c' は図 3 の四捨五入を上限，切り捨てを下限とした間の値となる．この結果から，量子化の組み合わせが結託耐性に大きな影響を与えることが確認できる．

電子指紋を埋め込む際に行う効果的な量子化として 3.4 節で $\alpha = 0, 0.5$ による量子化を各画素に対してランダムにそれぞれ確率 $1/2$ で行う手法と提案した．この量子化方法を用いて平均化攻撃の際に $\alpha = 0, 0.25, 0.5$ で量子化を行った場合の減衰要素 c' の理論値を図 4 に示す．図 3 にある c' の理論値と比較して量子化による結託耐性の変化を抑えることができ，電子指紋の強度が大きく減衰することを防止できることが確認できる．

5 まとめ

本稿では，画像に対する電子指紋に対する量子化の影響の解析を行った．量子化の方法として切り捨て，四捨五入を用いた場合，埋め込みの際と同じ量子化を平均化攻撃の際に行うと電子指紋のエネルギーが大きく減衰し，逆の場合は結託者数が増えたとしても一定量の電子指紋のエネルギーが残ることを議論した．平均化攻撃を行った場合の電子指紋の検出では，結託者の電子指紋が強度 $1/c'$ に減衰して検出されることを示した．この解析に基づいて，結託耐性に有効な量子化方法として電子指紋の埋め込みの際に $\alpha = 0, 0.5$ を用いた量子化を各画素に対してランダムにそれぞれ確率 $1/2$ で行う手法を提案した．この手法により，電子指紋が大きく減衰することを防止できた．

参考文献

[1] I. Cox, J. Kilian, F. Leighton, and T. Shamson, “Secure spread spectrum watermarking for multimedia,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 6, no. 12, pp. 1673–1687, 1997.

[2] H. Zhao, M. Wu, Z. Wang, and K. J. R. Liu, “Forensic analysis of nonlinear collusion attacks for multimedia fingerprinting,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 14, no. 5, pp. 646–661, 2005.

[3] Z. J. Wang, M. Wu, H. Zhao, W. Trappe, and K. J. R. Liu, “Anti-collusion forensics of multimedia fingerprinting using orthogonal modulation,” *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 14, no. 6, pp. 804–821, 2005.

[4] J. J. Y. Huang and P. M. Schultheiss, “Block quantization of correlated gaussian random variables,” *IEEE Trans. Communications Systems*, pp. 289–296, 1963.

[5] H. Stone, “Analysis of attacks on image watermarks with randomized coefficients,” *NEC Res. Inst., Tech. Rep.*, vol. 96–045, 1996.

[6] N. Hayashi, M. Kuribayashi, and M. Morii, “Collusion-resistant fingerprinting scheme based on the CDMA-technique,” in *IWSEC 2007*. vol. 4752 of *LNCS*, pp. 28–43, Springer, Heidelberg, 2007.