

照度差ステレオ

松下 康之^{†1}

照度差ステレオは、複数の異なる光源下で撮影されたシーンの画像からシーン中の物体表面の法線を推定する方法である。本稿では、古典的な陰影からの形状復元問題から出発し、基本的な照度差ステレオについて概説する。多くの人にとって不慣れた光学の表現をなるべく避けることで、できる限り簡潔な記述を試みた。本稿を理解することで読者が照度差ステレオの概念とその周辺概念を習得でき、さらに発展的な話題に関する知識が得られれば幸いである。

Photometric Stereo

YASUYUKI MATSUSHITA^{†1}

Over the past two decades, we have seen tremendous theoretical advances in photometric methods for 3-D modeling, where we wish to reconstruct the scene geometry from observed images under varying lighting conditions. These advances now motivate us to more practical applications in industry, or even in our daily life. This tutorial is a focused, vertical introduction to photometric stereo. We begin with the traditional Lambertian photometric stereo and see how it generalizes so as to work under more realistic assumptions, such as non-Lambertian cases, unknown lightings. We also discuss active research topics and future works in this domain.

1. はじめに

照度差ステレオ^{*1}(photometric stereo) は、異なる照明条件下で撮影されたシーン中の物体の面の傾き(法線ベクトル)を推定する方法である。1980年にSilver⁶⁷⁾とWoodham⁷⁵⁾によって基本的な手法が提案されたのち、多くの研究者がその拡張手法について検討してきた。初期の手

^{†1} マイクロソフトリサーチアジア
Microsoft Research Asia

*1 豆知識:「照度差ステレオ」という言葉が初めて使われたのは池内^{85),86)}の文献である。

法では、カメラとシーンを固定して、ランバート拡散反射モデル・既知の平行光線を仮定し、異なる平行光線下で撮影された複数の画像から各ピクセル に対応するシーン中の物体表面の傾きを求める。照度差ステレオの大きな特徴は、ピクセルごとの傾きを独立に計算することで、物体表面の微細な形状を推定できる点にある。他の三角測量に基づく三次元形状推定手法と比べると、照度差ステレオは空間的に密な推定が可能である^{*2}。その反面、照度差ステレオは面の傾きのみを推定するので直接に絶対的な奥行きを推定することはできない。しかしながら、照度差ステレオにより推定された法線マップを積分することにより、スケーリングとオフセット(積分定数にあたる)の曖昧さを残しながら三次元形状を推定することは可能である。

本稿の目的は、測光学に初めて触れる読者でも、照度差ステレオの基本的なアルゴリズムと、実験に必要な画像化プロセスについて理解できるようわかりやすく解説することである。さらに、発展的な話題についても概説し最近の研究事例も含めて紹介する。以下、2章において照度差ステレオへの導入として陰影からの形状復元問題について紹介する。この中で、法線ベクトルとランバート拡散反射について説明する。3章では、ランバート拡散反射面に対する基本的な照度差ステレオ法について解説する。その後、より発展的な話題として4章で非ランバート拡散反射特性を持つ物体への照度差ステレオの適用法を、そして5章では照明が未知の場合の解の不定性について概説する。6章では、実際に照度差ステレオを適用する際の撮影時に注意すべき点について述べる。最後に、7章で今後の展開について述べる。

2. 陰影からの形状復元

物体の陰影は、物体の形状に関する多くの情報を含んでいる。図1を見てみよう。物体の見え方は、その形状、テクスチャ、そして光源に依存する。人間にとってこれらを理解することは簡単であるが、この一枚の画像から計算的に物体の形状を推定することは可能だろうか?残念ながら、適当な仮定を置かない限りこれは無理であることが知られている。この問題を少しフォーマルにして、いくつかの仮定を置いてこの理由を考察してみよう。まずその準備として法線ベクトルを定義し、ランバート拡散反射について述べる。

法線ベクトル

三次元空間内の面は以下の式で記述される:

$$Ax + By + Cz + D = 0, \quad \left(\text{もしくは、} \frac{A}{C}x + \frac{B}{C}y + z + \frac{D}{C} = 0 \right)$$

*2 三角測量に基づく手法では、多くの場合において画像間の対応点を密に決定することがボトルネックになる。

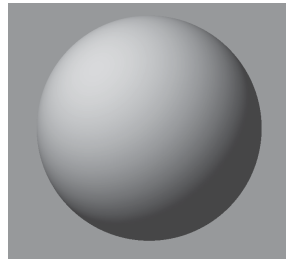


図1 陰影は物体の形状に関する多くの情報を含む。

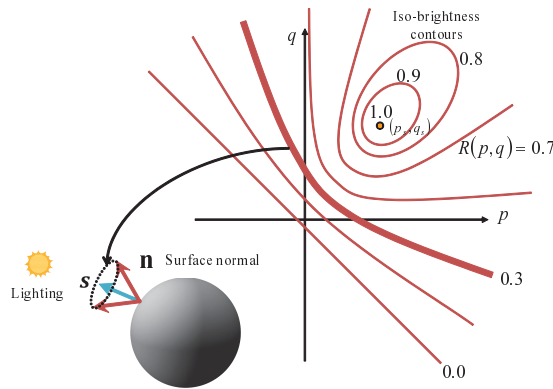


図2 リフレクタンスマップは、 (p, q) 平面上にある観測輝度値に対応する法線の解空間（ここでは曲線）を与える。

z に対して x と y 方向にそれぞれ偏微分を計算することで以下の傾き (p, q) が得られる。

$$-\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{A}{C} \equiv p, \quad -\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{B}{C} \equiv q$$

この面の単位法線ベクトル \mathbf{n} はこの傾き (p, q) を用いて以下のように定義される。

$$\mathbf{n} = (p, q, 1)^T / \sqrt{p^2 + q^2 + 1} \quad (\sqrt{p^2 + q^2 + 1} \text{は正規化項})$$

ただし、 \top は転置を表す。同様の表現形式で、単位平行光線ベクトル \mathbf{s} を以下のように定義する。

$$\mathbf{s} = (p_s, q_s, 1)^T / \sqrt{p_s^2 + q_s^2 + 1}$$

ランバート拡散反射

ランバート拡散反射は、入射した光線をあらゆる方向に均等に反射する理想的な拡散反射モデルである*1。ランバート拡散反射率 ρ は定数で表現される。入射光強度を単位強度とするとシー

*1 ランバート拡散反射はあくまで理想的な拡散反射モデルであり、自然界にこのような反射特性を持つ物体は存在しないが、これは簡単なモデルである割にしばしば良い近似である。拡散反射には様々なモデルがあり^{58),59)}、ランバート拡散反射はその内のひとつである。

ン中の物体表面が受ける光の強さは入射光 \mathbf{s} と面の法線 \mathbf{n} の角度の内積で決まるので、影の影響を無視すると観測輝度 i は以下の式で表現される。

$$i = \rho \mathbf{n}^\top \mathbf{s} \tag{1}$$

さて、以上の準備を踏まえて先の問題に戻ってみよう。

例: ある既知の平行光線（無限遠にある点光源）により照らされた既知のランバート拡散反射率をもつ物体の法線ベクトルを一枚の画像から推定したい^{31),33)}。

簡単のため入射光強度と拡散反射率を1とした場合を考えてみよう。入射光ベクトル \mathbf{s} は既知であるので、式(1)は以下のように (p, q) の関数として表現できる。

$$i = \mathbf{n}^\top \mathbf{s} = \frac{pp_s + qq_s + 1}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}\sqrt{p_s^2 + q_s^2 + 1}} \equiv R(p, q)$$

この関数 $R(p, q)$ をリフレクタンスマップ (reflectance map、または反射率地図^{32),76)} と呼ぶ。ある輝度 i が観測されたときに、リフレクタンスマップ R は (p, q) 平面上にカーブを描く

(図2)。従って、一つの観測輝度 i からだけでは法線パラメータ (p, q) を決定することはできない。たった一つの式から二つの変数 (p, q) を決定することができないのは自明であるが、このリフレクタンスマップ $R(p, q)$ が描くカーブは法線ベクトルの解空間を与える。そしてこの解空間は、図8に示すように光線ベクトル \mathbf{s} を軸とする法線ベクトル \mathbf{n} によって張られる円錐に相当する。つまり、あるひとつの平行光源下で撮影されたシーンの法線は何らかの条件を追加しない限り一意に決定することはできない。

それでは、どのような条件下でこの問題を解くことができるだろうか。一般的には以下の二つのアプローチがある：

- 新たな仮定を追加する。例えば、Ikeuchi は滑らかさ拘束 (smoothness constraint) を正則化 (regularization) の枠組みで導入し、一枚の陰影画像から形状を推定した³⁷⁾。
- より多くの画像を使う。異なる照明下で撮影された複数枚の画像を使うことにより法線を推定する (照度差ステレオ)。

照度差ステレオは複数の光源下でシーンを撮影しなくてはならないという手間がある反面、使うことのできる情報量が増えるので安定に解を導けるという特徴がある。以下、照度差ステレオに焦点をあてて解説する。



図3 照度差ステレオ。ランバート拡散反射面の仮定の下では、最低三つの異なる光源下で撮影された画像から法線ベクトルを推定できる。左の三つの画像はこれらの入力画像、右は推定された法線ベクトルをRGBで可視化したものである。右下の球は、法線ベクトルとRGBカラーコーディングの対応を示す： $(R, G, B)^T = (\mathbf{n} + 1)/2$ 。

3. ランバート拡散反射面に対する照度差ステレオ

Silver⁶⁷⁾ や Woodham⁷⁵⁾ によって提案されたオリジナルの照度差ステレオは、ランバート拡散反射面を仮定する。これはシーンとカメラを固定して、異なる平行光源下で撮影された複数枚の画像から各ピクセルに対応するシーン中の面の法線を推定する手法である。ランバート拡散反射面に対する照度差ステレオ（ランバート照度差ステレオ: Lambertian photometric stereo）では、図3の例のように三つ以上の異なる平行光源下で撮影された画像から法線を推定できる。

記述を簡単にするため、式(1)の単位法線ベクトル \mathbf{n} 、単位入射光ベクトル \mathbf{s} を以下のように定義しなおす：法線ベクトル $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 、入射光ベクトル $\mathbf{s} = (s_x, s_y, s_z)^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 。三つの既知の光源下で、あるピクセルに関して観測輝度 i_1, i_2, i_3 が得られたとき、式(1)は以下のように記述できる：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{i} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^T \\ \mathbf{s}_2^T \\ \mathbf{s}_3^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}} \underbrace{\rho \mathbf{n}}_{\tilde{\mathbf{n}} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}} \rightarrow \mathbf{i} = \mathbf{S} \tilde{\mathbf{n}} \quad (2)$$

ここで未知変数は拡散反射率 ρ と法線ベクトル \mathbf{n} である。入射光行列 \mathbf{S} では行ベクトルが入射光ベクトルに対応する。入射光行列 \mathbf{S} の逆行列を計算することで、擬似法線ベクトル $\tilde{\mathbf{n}} (= \rho \mathbf{n})$ を求めることができる。

$$\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{i} \quad (3)$$

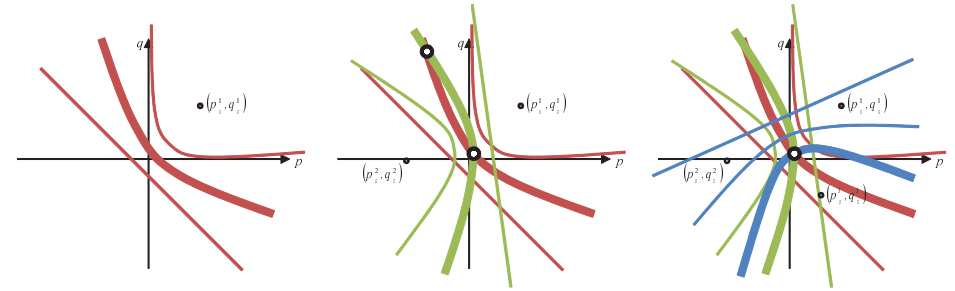


図4 照度差ステレオのリフレクタンスマップ表現。(左)観測値が一つの場合(太線が解曲線にあたる)。(中)観測値が二つの場合。(右)観測値が三つの場合、解が一意に決まる。

また、法線ベクトル \mathbf{n} は単位ベクトル($\|\mathbf{n}\| = 1$)であるので、擬似法線ベクトルのノルムが拡散反射率 ρ となる。最後に、法線ベクトル \mathbf{n} が一意に計算される。

$$\begin{cases} \rho = \|\tilde{\mathbf{n}}\| \\ \mathbf{n} = \tilde{\mathbf{n}} / \|\tilde{\mathbf{n}}\| = \tilde{\mathbf{n}} / \rho \end{cases} \quad (4)$$

この計算の幾何的な意味をリフレクタンスマップに戻って考えてみよう(図4)。前述したようにある一つの光源下で観測された輝度値から、 (p, q) 平面上に一つのカーブが描ける(図4左)。別の光源下の観測輝度値を用いることで、同一平面上に別のカーブを描くことができ、これらのカーブの交点が新たな解空間となる(図4中)。この図の例では、解が二つとなっている。さらに三つめの光源下の観測輝度値を用いて図4右を得ることができ、これによりリフレクタンスマップ上でも解が一意に決まることがわかる。

さて、次にどのような場合に正しく解が求まらないか考えてみよう。大きく分けて以下のような場合がある。

- 入射光行列 \mathbf{S} が縮退の場合($\text{rank}(\mathbf{S}) < 3$)... 入射光行列 \mathbf{S} のランクが3未満の場合には、逆行列を計算することができず解が定まらない。図5に示すように、入射光ベクトルが同一平面状にある場合(co-planar case)がこれに相当する。
- 影の影響がある場合... 影には大きく分けてキャストシャドウ(cast shadow)とアタッチドシャドウ(attached shadow)がある(図6)。これらが観測値に現れると正しい解が求まらない原因となる。アタッチドシャドウは面の法線と入射光ベクトルの内積が負になる場合($\mathbf{n}^T \mathbf{s} < 0$)にできるが、実際に観測される輝度は常に非負である。従って、式(1)は

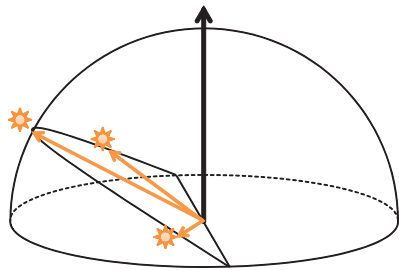


図5 縮退のケース。入射光ベクトルが同一平面上に分布するとき入射光行列 \mathbf{S} は縮退し、 $\text{rank}(\mathbf{S}) < 3$ の場合には法線を一意に決定することはできない。

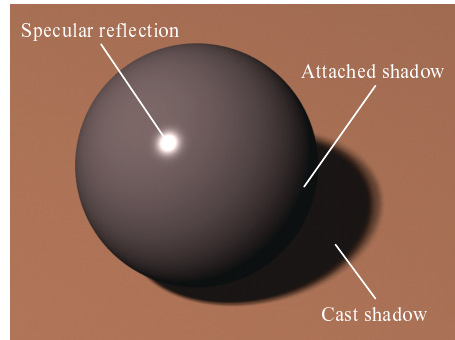


図6 ランバート拡散反射からのずれや、影などの影響で法線ベクトルが正しく求まらないことがある。

$$i = \rho \max(0, \mathbf{n}^\top \mathbf{s})$$

となる。 $\mathbf{n}^\top \mathbf{s} < 0$ の場合には、 \max オペレータにより線形性が失われるため、上述の式(3)の解法で計算された法線ベクトル \mathbf{n} は正しくならない。

- 反射特性がランバート拡散反射ではない... 当然ではあるが、式(1)ではランバート拡散反射を仮定しているため、これにうまく近似できない反射特性を持つ物体については法線ベクトルの推定がエラーを含むことになる。

- その他の実際的な要因：相互反射の影響が大きい、撮像系のノイズが大きい、観測輝度値が飽和・露光不足、光源方向が正しくない、カメラのレスポンス関数が線形ではない、など。

これらのケースに対処する方法は様々なものが提案されている。まず自然な拡張として観測値が誤差を含むものとして、より多くの入力画像を用いることで対処することを考えてみよう。

このとき、冗長な連立方程式 (over-determined system) を解くことにより、ある意味での最適解 (criterion は任意である) を導くことになる。以下で、四つ以上の入力を与えられた場合の線形最小二乗の解法について解説し、複数ピクセルに関して同時に解くための行列表現について述べる。

四つ以上の光源の場合

$M (> 3)$ 個の異なる平行光源下 $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_M$ で撮影されたシーン中の点の法線ベクトル \mathbf{n} を求めることを考えよう。観測輝度 i_1, \dots, i_M が得られたとして、式(2)を拡張して以下のように

記述できる。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_M \end{bmatrix}}_{\mathbf{i} \in \mathbb{R}^{M \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^\top \\ \vdots \\ \mathbf{s}_M^\top \end{bmatrix}}_{\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{M \times 3}} \underbrace{\rho \mathbf{n}}_{\tilde{\mathbf{n}} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}} \quad (5)$$

入射光行列 \mathbf{S} は正方行列ではないので、Moore-Penrose 擬似逆行列 \mathbf{S}^\dagger を計算することで以下のように擬似法線ベクトル $\tilde{\mathbf{n}}$ を求める。

$$\tilde{\mathbf{n}} = (\mathbf{S}^\top \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^\top \mathbf{i} = \mathbf{S}^\dagger \mathbf{i} \quad (6)$$

擬似法線ベクトル $\tilde{\mathbf{n}}$ からのランバート拡散反射率 ρ と法線ベクトル \mathbf{n} の算出は式(4)と同じで、 $\rho = \|\tilde{\mathbf{n}}\|$, $\mathbf{n} = \tilde{\mathbf{n}}/\rho$ として求めることができる。

複数ピクセルの場合

N 個のピクセルに対応する法線ベクトルを推定する場合には、式(5)をさらに拡張して以下のように行列形式で書くことができる。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{11} & \dots & i_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{M1} & \dots & i_{MN} \end{bmatrix}}_{\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{M \times N}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^\top \\ \vdots \\ \mathbf{s}_M^\top \end{bmatrix}}_{\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{M \times 3}} \underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 \mathbf{n}_1 & \dots & \rho_N \mathbf{n}_N \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{N}} \in \mathbb{R}^{3 \times N}} \quad (7)$$

観測輝度行列 \mathbf{I} の列ベクトルは各ピクセルにおける異なる照明下での輝度変化に対応し、行ベクトルは同一照明下における複数のピクセルの輝度に対応する。例えば、画像中の全てのピクセルを使う場合には行ベクトルは一枚の画像に相当する*1。擬似法線ベクトル列を表す行列 $\tilde{\mathbf{N}}$ は、 $3 \times N$ の行列となり、式(6)と同様にして以下のように解くことができる。

$$\tilde{\mathbf{N}} = \mathbf{S}^\dagger \mathbf{I}$$

計算された行列 $\tilde{\mathbf{N}}$ の列ベクトルは対応するピクセルの擬似法線ベクトルであるので、前述と同様にして拡散反射率 ρ と法線ベクトル \mathbf{n} を行列 $\tilde{\mathbf{N}}$ の各列 (各々のピクセルに相当する) について求めることができる。

*1 輝度画像は通常二次元配列なので、これを例えばスキャンライン走査してベクトルにする。

入射光強度と反射率

ここまで入射光強度に関して無視してきたが、入射光の強さ E を考えると式 (1) は

$$i = \rho E \mathbf{n}^\top \mathbf{s} \quad (8)$$

となる。この場合、式 (4) で求めた拡散反射率 ρ は、式 (8) における拡散反射率と入射光強度の積 ρE に対応する。拡散反射率 ρ と入射光強度はともにスカラーであるのでいずれかに関する前知識がない場合にはこの分離は困難である。例えば、ある任意のスカラー k を用いて、 $\rho E = (\rho k)(E/k)$ と書ける。このことから、通常、拡散反射率 ρ は相対的な値となる。

また、入射光輝度が光源方向に応じて変化し、かつその相対的な強さが既知のする場合には、

$$\mathbf{i} = (\rho \mathbf{n})^\top (E \mathbf{s}) = \tilde{\mathbf{n}}^\top \tilde{\mathbf{s}}$$

として解く。この場合、例えば式 (5) は以下のように変わる：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_M \end{bmatrix}}_{\mathbf{i} \in \mathbb{R}^{M \times 1}} = \underbrace{\begin{bmatrix} E_1 \mathbf{s}_1^\top \\ \vdots \\ E_M \mathbf{s}_M^\top \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{S}} \in \mathbb{R}^{M \times 3}} \underbrace{\tilde{\mathbf{n}}}_{\rho \mathbf{n} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}}$$

擬似法線ベクトル $\tilde{\mathbf{n}}$ は、式 (6) のように $\tilde{\mathbf{n}} = \tilde{\mathbf{S}}^\dagger \mathbf{i}$ として求まる。

4. 非ランバート拡散反射に対する照度差ステレオ

照度差ステレオの最も大きな課題の一つは、非ランバート拡散反射特性を持つシーンへの拡張である。前述したようにランバート拡散反射は理想的な拡散反射モデルであり、現実の物体はこれにうまく沿わないケースがほとんどである。照度差ステレオ法が提案された直後から、この問題に関して多く研究されてきており、今でもなお活発な研究対象である。

実世界の物体の反射特性は BRDF (bidirectional reflectance distribution function)⁵⁶⁾ で表現されるが、これは一般的な概念であり現実にノンパラメトリックに任意の反射特性を扱うのは困難である。例えば、ある光源下で観測された輝度値は無数の法線ベクトルと BRDF の組み合わせで説明することができる。これまでの研究では、反射特性を — ランバート拡散反射よりも複雑ではあるが — 簡単なパラメトリック表現で近似したり、反射特性やシーンに関して新たな仮定を追加したりすることで、この問題を解こうと試みてきた。以下でこれらのアプローチについて概説する。

ランバート拡散反射+鏡面反射モデル

ランバート拡散反射よりも柔軟にあらゆる物体の反射特性を近似するために広く使われているモデルが「ランバート拡散反射+鏡面反射」モデルである。このモデルの利点は、まず簡単であること、そしてしばしば実際の反射特性に近い近似を与えることである。より複雑であるが正確な反射モデルを使うことでより正確な法線の推定が可能になるが、その反面問題が複雑になり解が不安定になる場合が多く、正確さと複雑さのトレードオフがある。

ランバート拡散反射+鏡面反射のモデルは以下のように記述できる。

$$i = (\rho + f_s(\Theta)) \mathbf{n}^\top \mathbf{s}$$

ここで、 $f_s(\Theta)$ は鏡面反射率を示す関数で、入射光ベクトル、法線ベクトル、そして視線ベクトル間の角度 Θ に依存する。ここでは詳細は割愛するが、鏡面反射率 f_s には様々なモデルがあり、向川のチュートリアル⁸³⁾ がこれに詳しい。ここでは鏡面反射成分は入射光、法線、そして視線に依存するとだけ理解しておこう。

一般に、鏡面反射を含むパラメトリックモデルは単純なランバート拡散反射モデルよりも推定するパラメータが増えるために複雑になる場合が多い。この場合、法線ベクトルと同時に鏡面反射成分のパラメータと拡散反射率の推定をおこなうことになる。鏡面反射成分のパラメータを推定するアプローチの利点は、この付加的な推定により反射特性の推定が可能になることである^{12),20),22),52),61),68)}。一方、鏡面反射成分を明示的にモデル化することなく、ランバート拡散反射モデルからの外れ値 (outlier) と見なしてロバストに法線を推定するアプローチもある。ロバスト推定の枠組みでは少ない画像からの法線の推定は一般に困難であるが、実用上の観点からはできるだけ少ない入力画像からの推定手法が多く of アプリケーションで好まれる。これらの中には 4、5 枚の画像から推定する手法^{4),9),15),35),50)} や、より多くの画像 ($\geq 10 \sim 100$) からロバストに推定するアプローチ^{73),78)-81)} がある。

前者のパラメトリックモデルを用いたアプローチは、モデルによって適切な推定アルゴリズムが変わるので各文献を参考にさせていただきたい。以下で、後者のロバストなアプローチの一部について概説する。

ロバストなアプローチ

他のトピックで多く使われているロバスト推定の枠組みを照度差ステレオに導入することができる。統計的なロバスト推定手法は、得られたデータに対して何らかの仮定を置き、その仮定からデータが外れる場合にも推定精度の劣化が少なくなるようにデザインされる。ランバート拡散

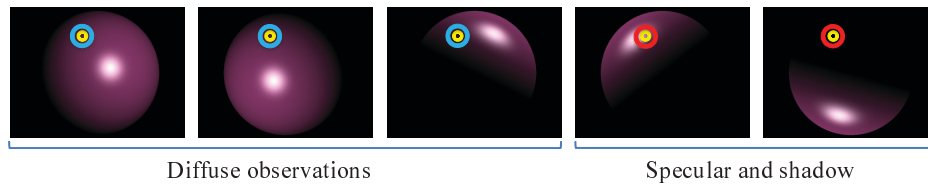


図7 法線マップのロバストな推定. 最も簡単なアプローチでは、ハイライトと影の観測値を避け、その他の観測値のみを用いて法線を推定する.

反射のモデルをこれに導入して、鏡面反射のハイライトを取り除く様々なアプローチが提案されている。代表的なものには、Hernández ら²⁷⁾ の RANSAC(RANdom SAmple Consensus)¹⁹⁾ を用いたもの、Miyazaki⁵⁰⁾ らのメディアン照度差ステレオ (Median photometric stereo) などがある。同様の枠組みで Mukaigawa ら⁵¹⁾ は RANSAC を用いてランバート拡散反射からの外れ値を解析することで、拡散反射成分、鏡面反射成分、アタッチドシャドウ、キャストシャドウの分離手法を提案している。

より最近になって、Wu ら⁷⁸⁾ は行列補完の枠組みでロバストな照度差ステレオを提案している。この手法では、観測輝度行列 \mathbf{I} を低ランク行列と疎な誤差行列に分離することで安定に精度の高い推定をする。式 (5) に疎な誤差行列 \mathbf{E} (ランバート拡散反射からの外れ値) を追加することで

$$\mathbf{I} = \mathbf{S}\tilde{\mathbf{N}} + \mathbf{E} \equiv \mathbf{A} + \mathbf{E}$$

と定式化し、行列 \mathbf{A} のランクが小さくなる事実を利用して*1、

$$\min_{\mathbf{A}, \mathbf{E}} \|\mathbf{A}\| + \gamma \|\mathbf{E}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{I} = \mathbf{A} + \mathbf{E} \quad (9)$$

を解くことによりまず低ランクの $\mathbf{A}(= \mathbf{S}\tilde{\mathbf{N}})$ を求める*2。ただし、 γ は重み定数である。最後に以下のようにして擬法線行列を決定する：

$$\tilde{\mathbf{N}} = \mathbf{S}^\dagger(\mathbf{I} - \mathbf{E})$$

*1 擬法線行列 $\tilde{\mathbf{N}}$ と入射光行列 \mathbf{S} はともにランクが3であるので、理想的には観測輝度行列 \mathbf{I} もランク3となる。ランバート拡散反射面の平行光源下での見えが低次の部分空間で表現されることは過去の文献^{(6),(8),(21),(64)} が詳しい。

*2 実際には、図9は不連続な non-convex な評価関数であるので直接的に計算することは困難であるが、ある条件下では簡単に最小化できる形式に変換することが可能である。この計算手法は、Wu らの文献⁽⁷⁸⁾ を参照されたい。

ロバスト推定を用いた照度差ステレオの精度は、最小二乗による手法に比して精度が非常に高い。Wu らの文献⁽⁷⁸⁾ によれば、40枚の合成画像による比較実験で平均角度誤差が最小二乗のアプローチでは約1度であるのに対して Wu らの手法では0.01度程度になると報告されている(ともに影の影響を無視した場合)。RANSACなどの手法でも計算コストは大きくなるが同様に高い精度が出ると考えられる。

より一般的な反射特性に対するアプローチ

より一般的な反射特性を持つ物体に対して照度差ステレオを適用するにはどうしたらよいか。初期に提案された Horn や Ikeuchi らによる参照物体を用いる方法^{(34),(36),(77)} では、形状が既知である参照物体(例えば球など)をシーン内に置くことで、それと同じ反射特性を持つ物体の法線ベクトルを推定した。入射光が平行光線であるという仮定の下では、反射特性が同じで、かつ同じ輝度パターン(異なる光源下で観測された輝度列)を出力するシーン中の二点は同じ法線ベクトルを持つ、という考え方である。この方法の利点は、反射特性に関する仮定が必要なく任意の反射特性を同じ枠組みで扱える点であるが、一般に対象物体と同じ反射特性を持つ参照物体を準備するのは大変である。近年になって、Hertzmann と Seitz はこの方法を拡張して2,3種類の反射特性を持つ参照物体を使うことによって、幅広いクラスの反射特性を持つ対象物体の法線を推定する手法を提案している⁽²⁸⁾。

参照物体を用いず、一般的な BRDF を扱うには BRDF 不変量 (BRDF invariants) もしくは不変系を用いる必要がある。Okabe らはアタッチドシャドウのパターンが任意の BRDF に関して不変であることを利用した⁽⁵⁷⁾。Sato ら⁽⁶⁰⁾ は観測輝度パターンの類似度を用いた手法を提案している。Alldrin と Kriegman⁽²⁾ は、リング状の光源分布を用いることにより等方性 (isotropic) 反射特性を持つ物体の方位角 (azimuth angle) を推定した。Alldrin ら後に、BRDF を二変数で近似表現することで半球状に分布した光源からの形状推定手法を提案している⁽¹⁾。Holroyd らは半球状に密に分布した光源 (> 1500) から BRDF の対称性を用いて法線と従法線 (tangent) の推定をおこなった。また、Higo らは任意の拡散反射に対して不等式で表現される不変系を用いる Consensus photometric stereo を提案した⁽²⁹⁾。より最近、Chandraker らは特殊な光源リグを用いて観測輝度値列の微分から BRDF 不変量を導き法線を求める手法を提案している⁽¹⁰⁾。任意の反射特性を持つ物体に対する照度差ステレオは未だに活発な研究対象である。

5. 未校正照度差ステレオ

入射光方向と強度が未知の場合の照度差ステレオを、未校正照度差ステレオ (Uncalibrated

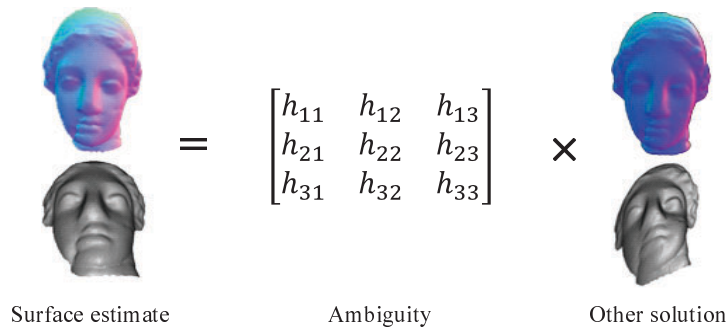


図8 未較正照度差ステレオにおける線形な不定性. 任意の逆行列を持つ 3×3 の行列に対して照明と形状の組み合わせの解が存在する.

photometric stereo) という. 入射光強度と方向 (もしくは分布) の計測が困難である場合には非常に有効な手法であるが, 得られる法線ベクトルには一般に曖昧さが残ることが知られている^{7),25),82)}. ここでは, 未較正照度差ステレオでどのような曖昧さが残るのか, またどのようにしてそれをなくすることができるのか見てみよう.

式 (7) と同様の設定で, 入射光行列 \mathbf{S} が未知であるとしよう.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{11} & \dots & i_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ i_{M1} & \dots & i_{MN} \end{bmatrix}}_{\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{M \times N} \text{ (known)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{s}_1^\top \\ \vdots \\ \mathbf{s}_M^\top \end{bmatrix}}_{\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{M \times 3} \text{ (unknown)}} \underbrace{\begin{bmatrix} \rho_1 \mathbf{n}_1 & \dots & \rho_N \mathbf{n}_N \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{N}} \in \mathbb{R}^{3 \times N} \text{ (unknown)}} \quad (10)$$

このとき, 観測輝度行列 \mathbf{I} を出力する入射光 \mathbf{S} と法線 \mathbf{N} 法線の組み合わせは無数に存在する. このことは式の上では,

$$\mathbf{I} = \mathbf{S} \tilde{\mathbf{N}} = (\mathbf{S}' \mathbf{H})(\mathbf{H}^{-1} \tilde{\mathbf{N}}'), \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

と書くことができ, 逆行列を持つ任意の行列 $\mathbf{H} \in GL(3)$ の行列による線形な不定性が残る²⁵⁾ (図8). このため, 式 (11) の \mathbf{S}' と \mathbf{N}' も解のひとつとなる.

Hayakawa はこの不定性を 6 つの相対的なランバート拡散反射率が既知のピクセル, あるいは

6 フレームの相対的な入射光強度が既知の入力画像を用いることにより 3×3 の不定性が解消できることを示している^{*1}. Belhumeur らは後に, Horn と Brooks の可積分条件³³⁾ を用いることにより 3×3 の不定性が, 以下に示すようなより自由度の低い GBR 変換の不定性 (Generalized Bas-Relief ambiguity^{*2}) に帰着できることを理論的に示した⁷⁾.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \mu & \nu & \lambda \end{bmatrix}$$

Yuille らは, 相対的な反射率が既知の 4 つのピクセルを用いて, この GBR 不定性が解けることを示した⁸²⁾. Shi らは後にこの前知識を必要とせず, 入力データから自動的にそのようなピクセルを選択し GBR 不定性を解く手法を提案した⁶⁶⁾. その他にも, 鏡面反射を用いる手法^{17),18),20),70),71)}, 影を用いる手法^{57),84)}, 相互反射を用いる手法¹¹⁾, 反射率分布がスパースであるという仮定を用いる手法³⁾ など, GBR 不定性を解消するための手法が提案されている. ここでは平行光源に限って概説したが, 入射光が環境光の場合にも類似した不定性が存在することが示されている^{5),65)}.

6. シーン撮影時の注意

本章では, 照度差ステレオを適用する際に実際に撮影から始める場合の留意点をまとめる.

カメラレスポンス関数

照度差ステレオを使う際には, カメラのレスポンス関数についても注意が必要である. 本稿ではここまでカメラのレスポンス関数を無視してきた (線形であると仮定してきた) が, 多くのカメラは非線形なカメラレスポンス関数 (Camera response function, または Radiometric response function) を持つ. このカメラレスポンス関数 f は, カメラへの入射光輝度 r をピクセルの輝度 i に対応付ける関数 ($i = f(r)$) である (図9). レスポンス関数 f が非線形な場合には, 観測輝度値が

$$i = f(\rho \mathbf{n}^\top \mathbf{s})$$

となるために, レスポンス関数 f の影響を無視すると法線が正しく推定できない. 従って, 照

*1 この結果は後に Yuille らにより, 実は回転の曖昧性が残ることが指摘されている⁸²⁾.

*2 豆知識: Bas-relief はフランス語で, [bah-ri-leeef] と発音する.

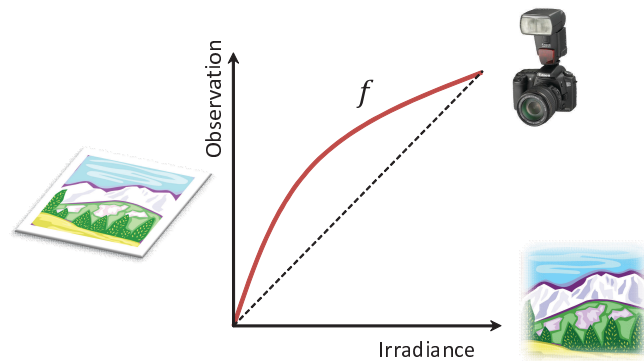


図9 カメラレスポンス関数は、カメラへの入射光輝度 (irradiance) を測定輝度値 (observation) へマッピングする。この関数はしばしば非線形であるため、照度差ステレオではカメラレスポンス関数の推定は必須である。

度差ステレオのデータを撮影する際には、カメラのレスポンス関数が線形であるか、もしくはこの関数が既知であることが必要となる。カメラレスポンス関数は連続な単調増加関数であるから^{*1}、その逆関数 $g (= f^{-1})$ が存在する。観測輝度の線形化は

$$i' = g(i) \quad (= \rho \mathbf{n}^T \mathbf{s})$$

のようにしておこう。ここで i' は線形化された輝度値を表す。この線形化された輝度 i' に対して照度差ステレオを適用することになる。

カメラレスポンス関数の推定はこれまでに多くのアルゴリズムが提案されてきた^{16),23),24),42),43),45),46),48),49),66),69),72),74)}。ここではこれらの手法について詳述しないが、それぞれ入力や仮定が異なるので環境に応じて選択すること重要である。Shi らの方法⁶⁶⁾ は照度差ステレオで用いる画像セットを直接的に入力としてレスポンス関数を推定するので、照度差ステレオでは有効である。

光源の測定

入射平行光源の推定手法には幾つかある。もっとも広く使われている手法は、鏡面反射成分を持つ球をシーン中に置き、その鏡面反射のハイライトを検出することで光源方向を推定する手法

*1 特殊なセンサーではそうではないかも知れないが、通常はカメラレスポンス関数は連続な単調増加関数で定義される。

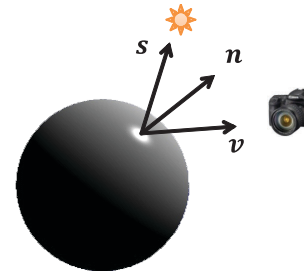


図10 鏡面反射成分を持つ球を用いた光源方向の推定。

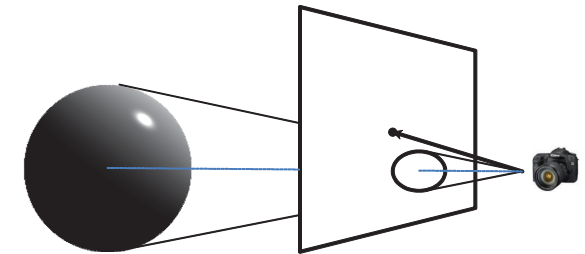


図11 透視投影カメラの場合には半球上で見えない部分があるほか、三次元中の球は円錐曲線として二次元に投影される。

である。この時、球の形状を機知として扱い、ハイライトの中心の球の法線方向が視線ベクトルと入射光ベクトルの中間ベクトル (half-vector) となることを利用する (図10)。正射影カメラを仮定して視線ベクトルを \mathbf{v} とすると、

$$\mathbf{s} = (\mathbf{v} - \mathbf{n}) / \|\mathbf{v} - \mathbf{n}\|$$

として既知の法線ベクトル \mathbf{n} を用いて単位入射光ベクトル \mathbf{s} が求まる。ここでは画像から球の領域を正確に求める処理が必要となるので、完全な鏡面球を使うと球の切り出しが困難となる。また、透視投影カメラの場合には半球全てが見えるわけではなく、また球は円錐曲線 (conic curve) として二次元に投影されるので、画像中の球領域の切り出しに境界線のフィッティングを用いる際には注意が必要である (図11)。

物体と光源の距離

平行光線を仮定する場合、物体と光源の距離と物体の大きさの比に注意する必要がある。この比が小さいと、物体上の位置によって入射光方向が異なることになり (図12)、想定通りに解を求めることができない。結果として計算された法線ベクトルはこの影響による誤差を含むことになる。簡単な設定でこの影響を見てみよう。図13に示すような平面上の二点 p_0, p_1 のシーンとその平面から距離 d に配置された光源を考えてみる。この二点の拡散反射率と法線ベクトルが同じであるとすると、理想的な平行光線下 ($d = \infty$) ではこれらの点における観測輝度値が一致する。距離 d が小さい場合には、点 p_1 の観測輝度値の点 p_0 における観測輝度値からのずれが図13に示すように大きくなるのがわかる。実際には、光源がシーンに近いときには距離の二乗の関数である光の減衰 (light fall-off) についても考慮する必要があるが、ここでは簡単のためこれを無視することにする。この誤差は法線ベクトルの推定精度に直接的に効いてくる。

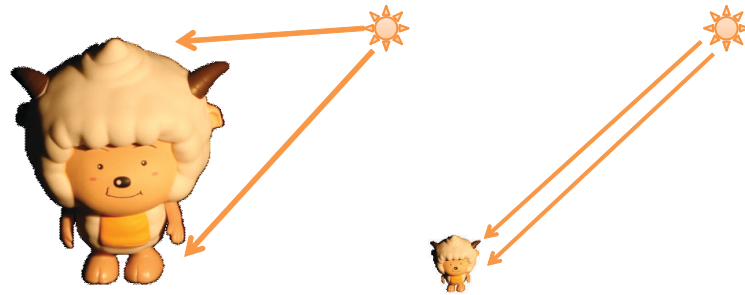


図 12 光源と物体の距離と物体の大きさの比が小さい(左図)と物体表面上に入射する光の角度が異なるために平行光線を仮定できなくなる。光源を物体から十分に離してこの比を大きくすれば平行光線の仮定に近くなる。

明示的に近接光源を想定した照度差ステレオの研究は、初期の Iwahori³⁸⁾⁻⁴⁰⁾ らや Clark¹³⁾、Clark と Pekau¹⁴⁾ による先駆的な試みがある。最近では、岡部と佐藤が近接点光源が未校正照度差ステレオにおける GBR 不定性を解決できることを理論的に示している⁸⁴⁾。また、Higo らは手持ちカメラによる多視点照度差ステレオで近接光源を明示的にモデル化して形状と法線を推定する手法を提案している³⁰⁾。また、Schindler⁶²⁾ は PC のモニターを光源として使う近接照明の照度差ステレオ法を提案している。近接光源のもとでは、光の減衰の項が入るために問題が線形に解けなくなり難しくなるが、光源と物体の距離が法線と同時に推定されるのでメトリックな形状推定が可能になるという利点もある。

相互反射

相互反射とは、光源から放出された光が物体表面の間で相互に反射を繰り返す現象である。この影響が強いと観測輝度値が式 (2) のような局所反射モデルに沿わなくなり結果として法線の推定に誤差が生じる。凸形状の物体を暗室内で撮影する場合にはこの影響を無視できるが、物体のそばに高い反射率を持つ別の物体がある場合や、凹形状の物体に対して照度差ステレオを適用する場合には強い相互反射の影響が想定される。この問題に対して、Nayar らは相互反射の影響を明示的に定式化して照度差ステレオを解く手法を提案している⁵³⁾。また、より最近の Seitz らや Nayar らによる直接反射・相互反射成分を分離する手法^{54),63)} を用いることにより直接反射成分のみに対して照度差ステレオを適用することも可能である。

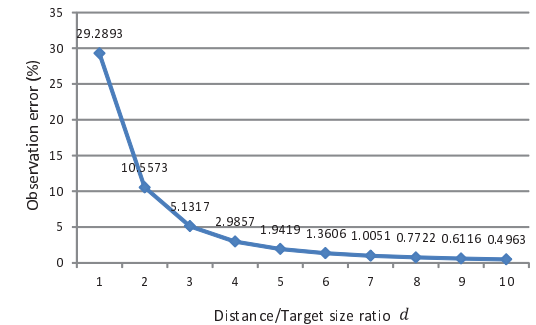
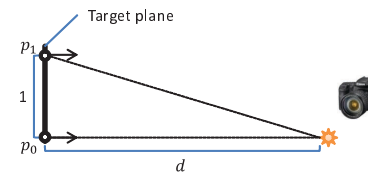


図 13 光源と物体の距離と物体の大きさの比に対する観測値の誤差 (%)。光源の距離が遠くなればなるほど理想値からの誤差が減少する。この例の設定では、比が 7 のときに 1% の誤差となる。

7. 今後の展開

照度差ステレオは長い歴史があるがまだ多くの課題が残っている。最も大きな課題の一つは、多様な反射特性を持つ物体を扱うことである。この方向性に沿って様々な手法が提案されているが、それぞれ反射特性に対する仮定を置いておりこの仮定に沿わない場合には推定が破綻する。この問題を解消するために二つの方向での研究が必要である。一つは従来のように任意の反射特性に対する不変量や不変系を探る方向、そしてもう一つは反射特性を自動的に解釈することでそれに合わせた推定手法を適用する方向である。前者はこの問題に対するより深い理解のために必要であり、後者は実際の側面で必要であると考えられる。

照度差ステレオのメリットは各ピクセルについて法線ベクトルを推定することができ、非常に高密度な形状推定ができる点である。しかしながら、法線は物体の面の一次微分の情報しか持たないため、完全な三次元形状推定には不向きな部分もある。この問題に対して、ステレオ視や他の三角測量ベースの形状推定手法との融合^{30),36),41),55)} が提案されてきている。最近の Kinect カメラの登場などにより、三角測量ができるデバイスが大変身近になってきた。これらのデバイスは既に、デジタルカメラと同様に一般的に簡単に使えるデバイスになったと言っても過言ではない。こういった新しいセンサーと照度差ステレオを融合させることにより高精度な三次元形状の推定が可能になるだろう。

本稿では解説しなかったが動的なシーンに対する適用^{26),44),47)} も一つの大きな課題である。人体など完全に静止できない物体に対する適用範囲を広めることで、手法の有用性が増すと同時に

新しい研究の展開が期待される。

参考文献

- 1) N. Alldrin, T. Zickler, and D.J. Kriegman. Photometric stereo with non-parametric and spatially-varying reflectance. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2008.
- 2) N.G. Alldrin and D.J. Kriegman. Toward reconstructing surfaces with arbitrary isotropic reflectance: a stratified photometric stereo approach. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, 2007.
- 3) N.G. Alldrin, S.P. Mallick, and D.J. Kriegman. Resolving the generalized bas-relief ambiguity by entropy minimization. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2007.
- 4) S.Barsky and M.Petrou. The 4-source photometric stereo technique for three-dimensional surfaces in the presence of highlights and shadows. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.25, No.10, pp. 1239–1252, 2003.
- 5) R.Basri, D.Jacobs, and I.Kemelmacher. Photometric stereo with general, unknown lighting. *International Journal of Computer Vision*, Vol.72, No.3, pp. 239–257, 2007.
- 6) R.Basri and D.W.Jacobs. Lambertian reflectance and linear subspaces. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.25, No.2, pp. 218–233, 2003.
- 7) P.N. Belhumeur, D.J. Kriegman, and A.L. Yuille. The bas-relief ambiguity. *International Journal of Computer Vision*, Vol.35, No.1, pp. 33–44, 1999.
- 8) P.N. Belhumeur and D.J. Kriegman. What is the set of images of an object under all possible illumination conditions? *International Journal of Computer Vision*, Vol.28, No.3, pp. 245–260, 1998.
- 9) M. Chandraker, S. Agarwal, and D.J. Kriegman. ShadowCuts: Photometric Stereo with Shadows. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2007.
- 10) M.Chandraker, J.Bai, and R.Ramamoorthi. A theory of photometric reconstruction for unknown isotropic reflectances. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2011.
- 11) M.K. Chandraker, F.Kahl, and D.J. Kriegman. Reflections on the generalized bas-relief ambiguity. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 788–795, 2005.
- 12) H.S. Chung and J.Jia. Efficient photometric stereo on glossy surfaces with wide specular lobes. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2008.
- 13) J.Clark. Active photometric stereo. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 29–34, 1992.
- 14) J.J. Clark and H.Pekau. Integral formulation for differential photometric stereo. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Vol.1, pp. 119–124, 1999.
- 15) E.N. Coleman and R.Jain. Obtaining 3-dimensional shape of textured and specular surfaces using four-source photometry. *Computer Graphics and Image Processing*, Vol.18, pp. 309–328, 1982.
- 16) P.Debevec and J.Malik. Recovering high dynamic range radiance maps from photographs. In *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, pp. 369–378, 1997.
- 17) O.Drbohlav and M.Chantler. Can two specular pixels calibrate photometric stereo? In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pp. 1850–1857, 2005.
- 18) O.Drbohlav and R.Šára. Specularities reduce ambiguity of uncalibrated photometric stereo. In *Proceedings of European Conference on Computer Vision (ECCV)*, pp. 46–62, 2002.
- 19) M.Fischler and R.Bolles. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, Vol.24, pp. 381–395, 1981.
- 20) A.S. Georghiades. Incorporating the torrance and sparrow model of reflectance in uncalibrated photometric stereo. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pp. 816–823, 2003.
- 21) A.S. Georghiades, D.J. Kriegman, and P.N. Belhumeur. From few to many: illumination cone models for face recognition under variable lighting and pose. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.23, pp. 643–660, 2001.
- 22) D.B. Goldman, B.Curless, A.Hertzmann, and S.M. Seitz. Shape and spatially-varying BRDFs from photometric stereo. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, Vol.1, pp. 341–348. IEEE Computer Society Washington, DC, USA, 2005.
- 23) M.D. Grossberg and S.K. Nayar. Determining the camera response from images: What is knowable? *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.25, No.11, pp. 1455–1467, 2003.
- 24) M.D. Grossberg and S.K. Nayar. Modeling the space of camera response functions. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.26, No.10, pp. 1272–1282, 2004.
- 25) H.Hayakawa. Photometric stereo under a light source with arbitrary motion. *Journal of the Optical Society of America A*, Vol.11, No.11, pp. 3079–3089, 1994.
- 26) C.Hernández, G.Vogiatzis, G.J. Brostow, B.Stenger, and R.Cipolla. Non-rigid Photometric Stereo with Colored Lights. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, 2007.
- 27) C.Hernández, G.Vogiatzis, and R.Cipolla. Multiview Photometric Stereo. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.30, No.3, pp. 548–554, 2008.
- 28) A.Hertzmann and S.M. Seitz. Example-based photometric stereo: shape reconstruction with

- general, varying BRDFs. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.27, No.8, pp. 1254–1264, 2005.
- 29) T.Higo, Y.Matsushita, and K.Ikeuchi. Consensus photometric stereo. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 1157–1164, 2010.
- 30) T.Higo, Y.Matsushita, N.Joshi, and K.Ikeuchi. A hand-held photometric stereo camera for 3-d modeling. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pp. 1234–1241, 2009.
- 31) B.K.P. Horn. Shape from shading: A method for obtaining the shape of a smooth opaque object from one view. *Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology*, 1970.
- 32) B.K.P. Horn. Understanding image intensities. *Artificial Intelligence*, Vol.8, No.11, pp. 201–231, 1977.
- 33) B.K.P. Horn and M.Brooks. The variational approach to shape from shading. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, Vol.33, No.2, pp. 174–208, 1986.
- 34) B.K.P. Horn and K.Ikeuchi. The mechanical manipulation of randomly oriented parts. *Scientific American*, Vol. 251, No.2, pp. 100–111, 1984.
- 35) K.Ikeuchi. Determining Surface Orientations of Specular Surfaces by Using the Photometric Stereo Method. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.3, No.6, pp. 661–669, 1981.
- 36) K.Ikeuchi. Determining a depth map using a dual photometric stereo. *The International Journal of Robotics Research*, Vol.6, No.1, pp. 15–31, 1987.
- 37) K.Ikeuchi and B.K.P. Horn. Numerical Shape from Shading and Occluding Boundaries. *Artificial Intelligence*, Vol.17, No. 1-3, pp. 141–184, 1981.
- 38) Y.Iwahori, H.Sugie, and N.Ishii. Reconstructing shape from shading images under point light source illumination. In *Proceedings of International Conference on Pattern Recognition (ICPR)*, Vol.I, pp. 83–87, 1990.
- 39) Y.Iwahori, R.J. Woodham, M.Ozaki, H.Tanaka, and N.Ishii. Neural Network Based Photometric Stereo with a Nearby Rotational Moving Light Source. *IEICE Transactions on Information and Systems*, Vol.80, No.9, pp. 948–957, 1997.
- 40) Y.Iwahori, R.J. Woodham, H.Tanaka, and N.Ishii. Moving Point Light Source Photometric Stereo. *IEICE Transactions on Information and Systems*, Vol.77, No.8, pp. 925–929, 1994.
- 41) N.Joshi and D.J. Kriegman. Shape from Varying Illumination and Viewpoint. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, 2007.
- 42) S.J. Kim and M.Pollefeys. Radiometric alignment of image sequences. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 645–651, 2004.
- 43) J.Y. Lee, B.Shi, Y.Matsushita, I.S. Kweon, and K.Ikeuchi. Radiometric calibration by transform invariant low-rank structure. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2011.
- 44) J.Lim, J.Ho, M.H. Yang, and D.Kriegman. Passive Photometric Stereo from Motion. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, Vol.2, pp. 1635–1642. IEEE Computer Society Washington, DC, USA, 2005.
- 45) S.Lin, J.Gu, S.Yamazaki, and H.-Y. Shum. Radiometric calibration from a single image. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 938–945, 2004.
- 46) S.Lin and L.Zhang. Determining the radiometric response function from a single grayscale image. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 66–73, 2005.
- 47) T.Malzburger, B.Wilburn, D.Gelb, and B.Ambrisco. Surface enhancement using real-time photometric stereo and reflectance transformation. In *Proceedings of Eurographics Symposium on Rendering (EGSR)*, 2006.
- 48) Y.Matsushita and S.Lin. Radiometric calibration from noise distributions. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2007.
- 49) T.Mitsunaga and S.K. Nayar. Radiometric self-calibration. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 374–380, 1999.
- 50) D.Miyazaki, K.Hara, and K.Ikeuchi. Median photometric stereo as applied to the seonko tumulus and museum objects. *International Journal of Computer Vision*, Vol.86, No. 2-3, pp. 229–242, 2010.
- 51) Y.Mukaigawa, Y.Ishii, and T.Shakunaga. Analysis of photometric factors based on photometric linearization. *Journal of the Optical Society of America A*, Vol.24, No.10, pp. 3326–3334, 2007.
- 52) S.K. Nayar, K.Ikeuchi, and T.Kanade. Determining shape and reflectance of hybrid surfaces by photometric sampling. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.6, No.4, pp. 418–431, 1990.
- 53) S.K. Nayar, K.Ikeuchi, and T.Kanade. Shape from interreflections. *International Journal of Computer Vision*, Vol.6, No.3, pp. 173–195, 1991.
- 54) S.K. Nayar, G.Krishnan, M.D. Grossberg, and R.Raskar. Fast separation of direct and global components of a scene using high frequency illumination. *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, Vol.25, No.3, pp. 935–944, 2006.
- 55) D.Nehab, S.Rusinkiewicz, J.Davis, and R.Ramamoorthi. Efficiently combining positions and normals for precise 3D geometry. *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, Vol.24, No.3, pp. 536–543, 2005.
- 56) F.E. Nicodemus, J.C. Richmond, J.J. Hsia, I.W. Ginsberg, and T.Limperis. Geometrical considerations and nomenclature for reflectance. Technical report, NBS Monograph 160, National Bureau of Standards, U.S. Department of Commerce, 1977.
- 57) T.Okabe, I.Sato, and Y.Sato. Attached shadow coding: estimating surface normals from shadows under unknown reflectance and lighting conditions. In *Proceedings of International*

- Conference on Computer Vision (ICCV)*, 2009.
- 58) M.Oren and S.K. Nayar. Generalization of the Lambertian model and implications for machine vision. *International Journal of Computer Vision*, Vol.14, No.3, pp. 227–251, 1995.
- 59) J.Reichman. Determination of absorption and scattering coefficients for nonhomogeneous media. 1: Theory. *Applied Optics*, Vol.12, No.8, pp. 1811–1815, 1973.
- 60) I.Sato, T.Okabe, Q.Yu, and Y.Sato. Shape reconstruction based on similarity in radiance changes under varying illumination. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, 2007.
- 61) Y.Sato and K.Ikeuchi. Temporal-color space analysis of reflection. *Journal of the Optical Society of America A*, Vol.11, No.11, pp. 2990–3002, 1994.
- 62) G.Schindler. Photometric stereo via computer screen lighting for real-time surface reconstruction. *the Fourth International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission*, 2008.
- 63) S.M. Seitz, Y.Matsushita, and K.Kutulakos. A theory of inverse light transport. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pp. 1440–1447, 2005.
- 64) A.Shashua. Geometry and photometry in 3d visual recognition. *Ph.D dissertation, Department of Brain and Cognitive Science, Massachusetts Institute of Technology*, 1992.
- 65) L.Shen and P.Tan. Photometric stereo and weather estimation using internet images. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 1850–1857, 2009.
- 66) B. Shi, Y. Matsushita, Y. Wei, C. Xu, and P. Tan. Self-calibrating photometric stereo. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 1118–1125, 2010.
- 67) W.M. Silver. Determining shape and reflectance using multiple images. *Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology*, 1980.
- 68) F.Solomon and K.Ikeuchi. Extracting the shape and roughness of specular lobe objects using four light photometric stereo. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.18, No.4, pp. 449–454, 1996.
- 69) J.Takamatsu, Y.Matsushita, and K.Ikeuchi. Estimating camera response functions using probabilistic intensity similarity. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2008.
- 70) P.Tan, S.P. Mallick, L.Quan, D.J. Kriegman, and T.Zickler. Isotropy, reciprocity and the generalized bas-relief ambiguity. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2007.
- 71) P.Tan and T.Zickler. A projective framework for radiometric image analysis. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 2977–2984, 2009.
- 72) Y.Tsin, V.Ramesh, and T.Kanade. Statistical calibration of ccd imaging process. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*, pp. 480–487, 2001.
- 73) F.Verbist and L.van Gool. Photometric stereo with coherent outlier handling and confidence estimation. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2008.
- 74) B. Wilburn, H. Xu, and Y. Matsushita. Radiometric calibration using temporal irradiance mixtures. In *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2008.
- 75) R.J. Woodham. Photometric method for determining surface orientation from multiple images. *Optical Engineering*, Vol.19, No.1, pp. 139–144, 1980.
- 76) R.J. Woodham. Reflectance map techniques for analyzing surface defects in metal castings. Technical report, TR-457, Artificial Intelligence Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, 1978.
- 77) R.J. Woodham. Gradient and curvature from photometric stereo including local confidence estimation. *Journal of the Optical Society of America A*, Vol.11, No.11, pp. 3050–3068, 1994.
- 78) L.Wu, A.Ganesh, B.Shi, Y.Matsushita, Y.Wang, and Y.Ma. Robust photometric stereo via low-rank matrix completion and recovery. In *Proceedings of Asian Conference on Computer Vision (ACCV)*, Vol.3, pp. 703–717, 2010.
- 79) T.-P. Wu, K.-L. Tang, C.-K. Tang, and T.-T. Wong. Dense photometric stereo: A markov random field approach. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.28, No.11, pp. 1830–1846, 2006.
- 80) T.Wu and C.Tang. Dense photometric stereo by expectation maximization. In *Proceedings of European Conference on Computer Vision (ECCV)*, Vol. 3954, pp. 159–172. Springer, 2006.
- 81) C.Yu, Y.Seo, and S.Lee. Photometric stereo from maximum feasible lambertian reflections. In *Proceedings of European Conference on Computer Vision (ECCV)*, 2010.
- 82) A.L. Yuille, D.Snow, R.Epstein, and P.N. Belhumeur. Determining generative models of objects under varying illumination: Shape and albedo from multiple images using svd and integrability. *International Journal of Computer Vision*, Vol.35, No.3, pp. 203–222, 1999.
- 83) 向川康博. 反射・散乱の計測とモデル化. 情報処理学会研究報告 CVIM 172-35, 5月 2010.
- 84) 岡部孝弘, 佐藤洋一. 近接点光源は未較正照度差ステレオにおける形状復元の不定性を解決するか? 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU2007), pp. 881–886, 2007.
- 85) 池内克史. 反射率地図に基づき、2次元濃淡画像より3次元形状を再構築する2手法. 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J65-D, No.7, pp. 842–849, 7月 1982.
- 86) 池内克史, 長田茂美, ホーン B., ニシハラ K. 照度差ステレオをプリズムステレオによるピンピッキングタスク中のグリッパの姿勢決定. 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J68-D, No.4, pp. 546–553, 4月 1985.