

あやとり完成図からの手順推定法

大澤 優人^{†1} 西田 誠幸^{†2}

あやとりはひもを指に絡め、変形を繰り返すことで形を作る遊びとして知られ、世界中で親しまれている。本稿では、あやとり完成図からの手順推定法を提案する。本推定法は、あやとり完成図のひもの接続関係を表すデータ構造を入力とし、あやとり完成図を作成するための手順（指でひもと取り、はずす手順）を文章によって出力する手法である。また手順推定のため、完成図のデータ構造のひもをほどいていき、その過程を記録する。この記録を逆にたどることによってあやとり完成図までの手順を推定する方法をとる。

Deduction of Instruction Steps For Making String Figures

YUTO OSAWA ^{†1} and SEIKOH NISHITA^{†2}

This paper proposes an algorithm that inputs a string figure represented by a data structure, and then deduces a text representing a process of making the string figure from a simple form where only one finger of left and right hand catches the string. The idea of the algorithm is the perspective on the deduction as the inverse of untying the string figure: the algorithm first undoes the given string figure with recording history of the untying, and second generates the process from the history.

^{†1} 拓殖大学大学院工学研究科電子情報工学専攻

Electronics and Information Science Course, Graduate School of Engineering, Takushoku University

^{†2} 拓殖大学工学部情報工学科

Department of Computer Science, Faculty of Engineering, Takushoku University

1. はじめに

あやとりはひもを指に絡め、変形を繰り返すことで形を作る遊びとして知られ、世界中で親しまれている。

このような、あやとりのひもの変形操作、変形過程の表現を計算機上でい、あやとり図形を生成する研究^{1)–3)}が成されてきた。

本稿では、先行研究とは逆に、あやとり完成図から作成手順の推定を行うためのアルゴリズムを提案する。手順推定のための方針として、あやとり完成図のひもをほどいていき、その過程を記録する。この記録を逆にたどることによってあやとり完成図までの手順を推定する方法をとる。

以下、2章では入力に用いるあやとりのデータ構造について述べる。3章では出力する手順の形式を検討する。4章はあやとりのデータ構造の簡単化処理について述べる。また5章ではあやとり完成図からの手順推定法を提案する。そして、6章ではあやとり図形に対してあやとり完成図からの手順推定法を施した結果について述べる。

2. あやとりのデータ構造

一般の書籍^{4)–6)}では、あやとりの作成過程や完成図を写真や図などの二次元画像で表現することが多い。二次元画像で表現されたあやとり図形を入力とする場合、左右の手の区別、人の指の種類の区別、指にかかるひもの解析、ひもとひもの交差の解析などの手順推定とは別の処理を検討する必要がある。これらの処理についての検討を避けて、手順推定法の考案に注力するため、本稿では、先行研究で用いられたデータ構造^{1)–3)}を入力に使用する。このデータ構造は、指とひもの交差位置の連結関係を二次元で表現している。これにより、左右の手、指の区別、指にかかるひも、交差する二本のひもの上下関係を明確にできる。図1にこのデータ構造の概要を示す。

データ構造は、ハンドル部とネット部の二つの領域により構成される。まず、ハンドル部は、指と指に絡まるひもを表現する。また、指に絡まるひもは境界点 B_i (i は境界点の番号) をひもと連結することで表現する。また、ネット部はひもとひもの交差を表現する。

交差点の四つの角の $C_i^1, C_i^2, C_i^3, C_i^4$ のうち、互いに対角にある C_i^1 と C_i^3 を結ぶ対角線は交差点で上方に位置するひもで、 C_i^2 と C_i^4 を結ぶ対角線は交差点で下方に位置するひもに対応する。また、各角は、他の交差点の角、境界点、自分自身の交差点の他の角のいずれか一つと連結するものとする。

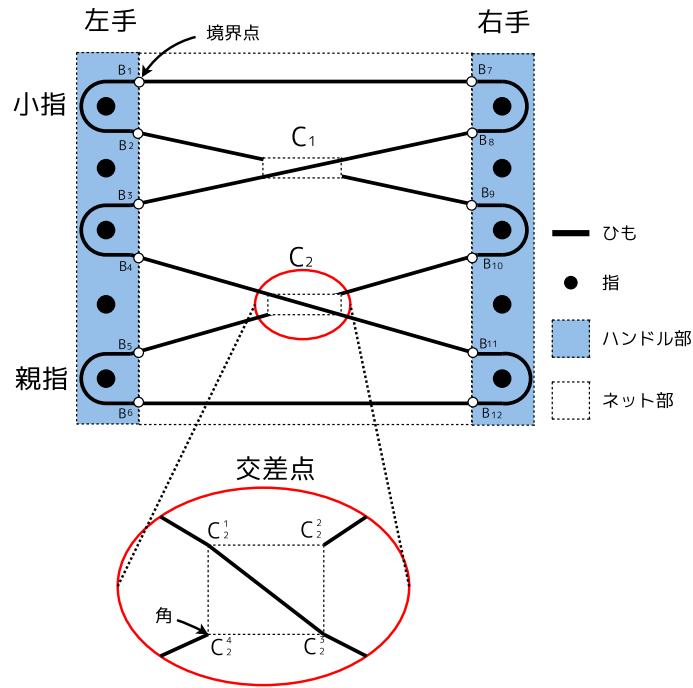


図1 あやとりのデータ構造
Fig. 1 The data structure of string figures

このデータ構造は、交差点の平面内の位置と交差点どうしの連結関係を指定するのみでよいので、絡み合うあやとりのひもの状態、ひもの操作など容易に表現できることが知られている。

3. 出力する手順

本章では、出力する手順について検討する。一般的なあやとりの書籍^{4)–6)}では、ひもの手の向き、指に絡まるひもの状態、ひもの交差点の位置を画像によって表現し、手順を説明する。その例を図2に示す。図2は、ひもをとる指を色で強調している。さらに、指を動かす方向を矢印で示している。また、図中に星印(*)やバツ印(x)などの印を用いて指でとるひもやはずすひも、指を通す位置を示している。よって、図と手順を一緒に用いるこ

とでひもの具体的な位置や動きが想像しやすい。そのため、出力する手順には、図と説明文を用いることが好ましい。

前節で述べたあやとりのデータ構造を一意に求めることができれば、書籍のような図を用いた手順を提示できる。しかし、計算機上でひもの交差点の位置座標を正確に求める計算方法がないため、あやとりのデータ構造を一意に定めることができない場合がある。先行研究^{1)–3)}であやとり図形を生成するために、ひもの交差点の座標を求める計算方法を述べている。だが、ひもの交差点の正確な位置座標を求める方法は知られていない。そのため、図3のように、C_iとC_jの交差点が(a)のクエスチョンマーク(?)の空間の定まる座標によって、交差点C₂、C₃の位置座標が決まるため、(b)または(b')のようなどちらのひもの連結関係になるかわからない。そのため、あやとり図形と説明文の両方を用いた手順が生成できない。よって、あやとりの書籍のように図と説明文の手順である図2のような「おやゆびをまげて*にいれ、xのひもをはずす」のような手順をあたえることができない。

上述の検討の結果、本推定法では、手順を文章であたえることにする。しかし、図2の「おやゆびをまげて*にいれ、xのひもをはずす」のような手順を説明する際に、文章のみで星印(*)やバツ印(x)の位置を表現することは難しい。そのため、出力に規則を設け、境界点とひもが連結関係にある「指のひも」のみ指定してあたえられる手順を出力することにする。「指のひも」のみ指定してあたえられる手順とは、指に絡まるひもを指定した「~指のひもをとる」や「~指のひもをはずす」などである。

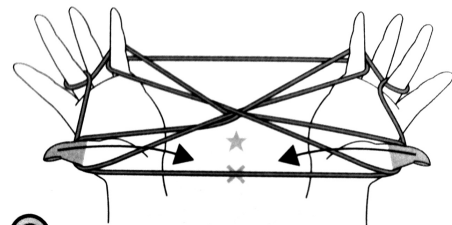
4. あやとりのデータ構造の簡単化処理について

まず本節では、ひもの操作の手法としてすでに存在するライデマイスター移動⁷⁾について述べる。さらに、あやとりのデータ構造のひもに対して行う変形操作である簡単化処理^{1)–3)}について述べる。

4.1 ライデマイスター移動

ライデマイスター移動とは、ひもの状態を位相的には変えずに交差点を増減させる、もしくはひもとひもの交差関係を変える処理である。図4にライデマイスター移動によるひもの動きの様子を示す。

ライデマイスター移動I(以後、RI)は、図4(a)のように、1本のひもの一部をひねる、あるいはほどく操作である。ライデマイスター移動II(以後、RII)は、図4(b)のように、2本のひもを交差させる。あるいはほどく操作である。簡単化処理は交差点数を減らすための処理なので、RI、RIIのほどく方の操作のみを使用する。



③ おやゆびをまげて★にいれ、
×をはずします。

図 2 市販されている本のあやとり作成の説明
Fig. 2 The explanation of making string figures
at book on the market

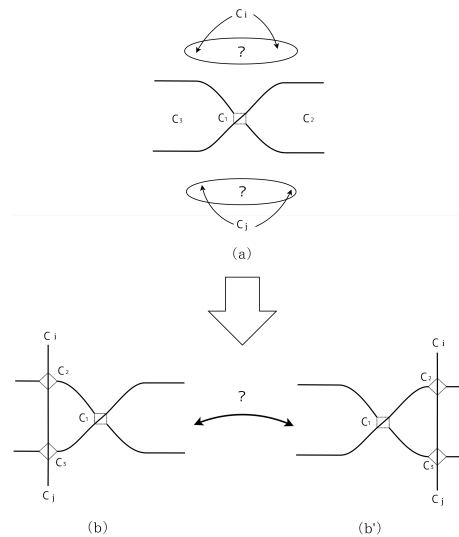


図 3 C_i と C_j の位置座標によってかわるひもの連結
関係
Fig. 3 Connected relation of Changing string by
positional coordinates of C_i and C_j

ライデマイスター移動 III (以後, RIII) は, 図 4(c) のように, 一つのひもを移動する操作である. 交差点の数は増減しないが, 交差点間の連結関係が変わる. このため, 簡単化処理において RIII は両方向の操作を使用する.

4.2 簡単化処理

本稿ではあやとりのデータ構造のひもに対して行う変形操作を簡単化処理と呼ぶ. あやとりの完成形のひもを指からはずしながらほどこ操作について考える. この操作を, 2 章で説明したあやとりのデータ構造に対して行う処理を本稿では簡単化処理と呼ぶ. 簡単化処理は, 次の二つの操作からなる.

- (1) 指にかかるひもの 1 つを選択してはずす操作
- (2) ライデマイスター移動による交差点の数を減らす操作 (交差点極小図形生成アルゴリズム¹⁾)

(1), (2) を繰り返し行って, 左右の指に 1 本ずつのひもがかかる状態になるとき, 簡単化処理が完了する.

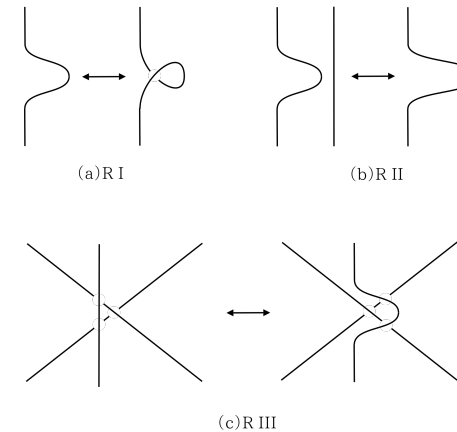


図 4 ライデマイスター移動 I,II,III
Fig. 4 Reidmeister moves I,II,III

例としてを図 5 の (a) のあやとりのデータ構造のひもに対して簡単化処理を施す. まず, (a) に対して (1) の操作を施す. 対象は「左親指」とし, ひもの連結関係が (b) となる. 次に (b) に対して, (2) の操作を施す. (b) の交差点 C_1, C_2 二つに対して RII の変形操作を施すことにより, 交差点 C_1, C_2 が削除され, (c) の図形になる. このような処理を繰り返し施し, 左右の指に 1 本ずつのひもがかかる状態で簡単化処理が完了する.

5. 手順推定法

本節では, あやとり完成図からの作成手順の推定を行うためのアルゴリズムについて提案する.

5.1 手順推定方法

本推定法は, 2 節で述べたあやとりのデータ構造のハンドル部とネット部に対して簡単化処理を行い, 過程を記録し, その記録を逆にたどることで 5.1.2 節で述べた手順を求めるものである. また, 手順と記録は次の四つに対応する.

- (1) 指からひもをはずす
- (2) RI の操作
- (3) RII の操作
- (4) RIII の操作

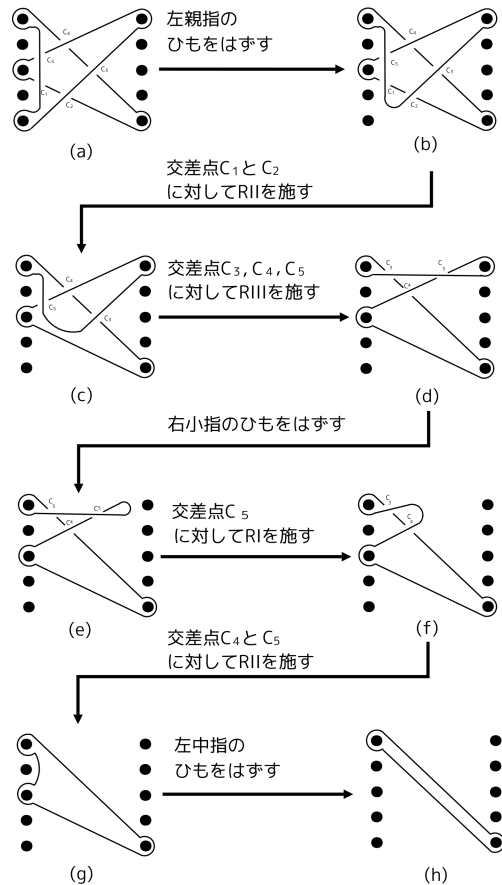


図5 簡単化処理の例
Fig. 5 A sample of the simplifying process

5.1.1 手順について

手順は、指からひもをはずす操作と各ライデマイスター移動によるひもの変形操作に対応した文章で表すものである。3節によって定めた規定に基づく手順を出力するため、手順をあたえられるひもの連結関係が判定する。判定方法は5.1.2節で述べる。

5.1.2 記録について

簡単化処理の過程を記録するために用いるデータ構造について説明する。データ構造を拡張し次の四つのデータを記録する。また、拡張は、ハンドル部の境界点とネット部の交差点の角に対して行う。

- (1) データ構造の指からはずす対象となったひもの境界点と連結状態にある他の境界点、または交差点の角に対して、ひもをはずす対象となった指の情報を記録する。例を図6に示す。この境界点または交差点の角を他のものと区別するため Mark (図中では * で表す) と呼ぶ。
- (2) RI の操作によって、交差点が削除される。そのため、Mark の角も削除されてしまう。ここで、交差点の角と連結状態にある他の交差点の角、または、境界点を Mark として記録する。例を図7に示す。
- (3) データ構造の交差点 C_1, C_2 二つに対して RII の変形操作を施す場合、Mark の角 C_2^1 と対角でない他の角 C_2^2, C_2^4 と連結状態にある境界点に Mark の角の交差点の上下情報を記録する。例を図8に示す。また、RII の操作によって、交差点二つが削除される。そのため、Mark の角も削除されてしまう。ここで、交差点の角と連結状態にある他の交差点の角、または、境界点を Mark として記録する。
- (4) RIII を施す交差点を記録するため、Mark の対角と連結関係にある交差点の角や境界点をさらに記録する。例を図9に示す。これによって、手順推定が可能な RI と RII の操作が増える。Mark の角 C_2^1, C_3^1 (図中の *) の対角と連結状態にある他の交差点の角または境界点を Mark として記録する。図9(a)では、Mark の角が C_2^1, C_3^1 のみであるが、この記録を行うことで、(a') のように、Mark の角が C_2^1, C_3^1 の対角と連結状態にある交差点の角 $C_2^3, C_3^3, C_i^n, C_j^m$ に記録される。

また、上述を行う判定として次の三つを条件とする。

- Mark が境界点と連結関係である
 - Mark の上下情報と Mark と連結関係にある交差点の角の上下情報が同じである。さらに、その交差点の角が境界点と連結関係である
 - RI, RII, RIII が施される交差点の角が Mark であるこれは、RI, RII, RIII が施される交差点の角が Mark でないと簡単化処理の過程を記録できないためである。
- さらに、この記録は簡単化処理の操作(2)が施せなくなったとき、データ構造上の Mark や境界点に記録された Mark の上下情報はすべて削除される。

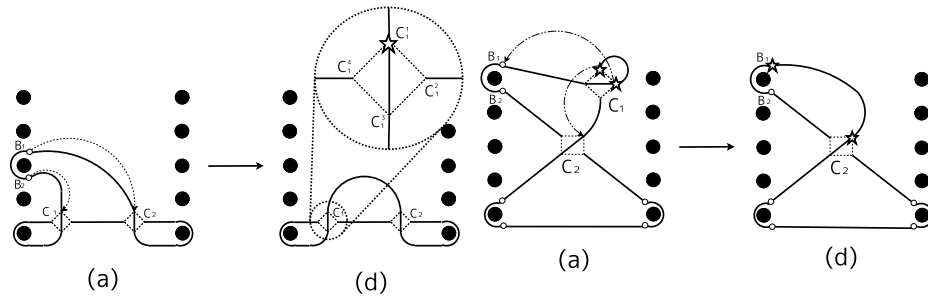


図 6 Mark の記録
Fig. 6 The recored of Mark

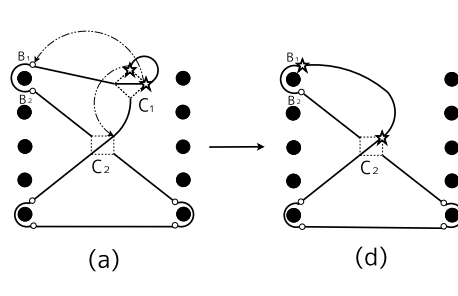


図 7 R1 の操作の記録
Fig. 7 The recored of R1

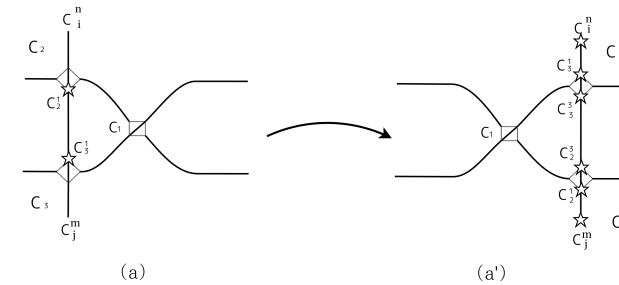


図 9 RIII の操作の記録
Fig. 9 The recored of RIII

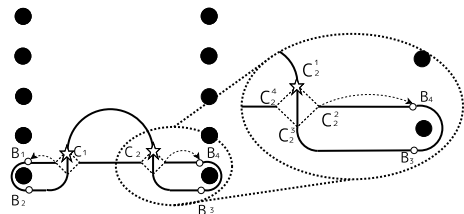


図 8 RII の操作の記録
Fig. 8 The recored of RII

5.2 手順推定の一例

手順推定の過程例を図 10 に示す．あやとり完成図に「星」の図形が入力されたとして，前節で述べた手順推定が簡単化処理中に行われるか説明する．まず，図 10 の (a) のあよりのデータ構造に対して簡単化処理の操作 (1) を施す．対象は「左親指」とし，ひもの連結状態が (b) となる．このとき， C_1 と C_2 の交差点の角が Mark として記録される．また，表 1 の process1 のように「左親指で」の手順が記録される．次に (b) に対して，簡単化処理の操作 (2) を施す．ここで，前節で述べた条件判定を行う．交差点 C_1, C_2 の各 Mark と連結関係にある交差点 C_5, C_3 の各角は同じ上下情報である．そのため，境界点 B_1, B_2 に Mark の角のひもの上下情報「上」が記録される．さらに，手順として，表 1 の process2 のように「左中指の手前のひもの上を通過して」が記録される．このとき，Mark の角は交差点 C_1, C_2 から交差点 C_5, C_3 へ移る．(b) の交差点 C_1, C_2 二つに対して RII の変形操作を施すことに

より，交差点 C_1, C_2 が削除され，(c) の図形になる．

以上のように簡単化処理と条件判定をくり返し用いる．そして，データ構造の左右の指に一本ずつひもがかかる状態 (図 10 の (h) の状態) になったとき，簡単化処理が完了する．最後に，表 1 の process1 から process7 までの手順を逆に出力することで手順をあたえる．

6. 結果について

本推定法の効果をはかるため，紙面上にあやとり完成図 (指，交差点，ひも，ひもの連結関係) を実際に描き，簡単化処理を施した．図形は「おおきなお星さま」⁴⁾，「エミュール」⁵⁾，「カメ」⁴⁾，「はたおり」⁴⁾，「ほうき」⁴⁾，「ポンプ」⁵⁾，「一段ばしご」⁴⁾，「ちょうちょ」⁴⁾，「東京タワー」⁴⁾，「やりなげ」⁴⁾，「さかづき」⁴⁾，「2 段ばしご」⁴⁾，「シベリアのちいさなお家」⁴⁾，「星」⁴⁾，そして，名前のわからない写真だけのあやとり図形⁶⁾ 一つの十五種類に対して本推定法を

表 1 記録される手順
Table 1 The recored process

	作成手順
process(1):	左親指で
process(2):	左中指の手前のひもの上を通過して
process(3):	右小指の手前のひもをとる
process(4):	右小指で
process(5):	ひねりながら
process(6):	左小指の奥のひもの上を通過して左中指の奥のひもをとる
process(7):	左中指で右親指の手前のひもをとる

施した。内「エミュー」、「はたおり」、「ポンプ」、「ちょうちょ」、「やりなげ」、「さかづき」、「星」の七種類の図形の手順を推定することができた。

7. おわりに

本稿では、あやとり完成図からの手順推定法について述べた。これは、二次元のあやとり完成図のデータ構造に対して、ひもを簡単化処理を行い、過程を記録する。その記録を逆にたどることであやとり完成図を作成するための手順を文章によって出力する手法である。本稿で提案したあやとり完成図からの手順推定法を紙面上で15種類のあやとり図形に施した結果、7種類のあやとり図形の手順を推定できた。本推定法は未実装であるため、今後は計算機上であやとりのデータ構造に対して施し、本推定法で適用可能なあやとり図形の調査を行う。

参考文献

- 1) 山田雅之, Rahmat Budiarto, 伊藤英則, 世木博久: “アヤトリにおけるひも図形変形過程の表現とその処理”, 情報処理学会論文誌, Vol.35, No.3, pp.497-504 (1994).
- 2) 山田雅之, 杉山 貴, 世木博久, 伊藤英則: “遺伝的アルゴリズムに基づく紐図形処理—アヤトリ図形生成法”, 情報処理学会論文誌, Vol.35, No.10, pp.2059-2068 (1994).
- 3) 山田雅之, Rahmat Budiarto, 世木博久, 伊藤英則: “アヤトリ図形のトポロジカルな性質と結び目多項式による特性化”, 情報処理学会論文誌, Vol.38, No.8, pp.1573-1582 (1997).
- 4) 荒木光恵: “キョロちゃんとあそぼう! たのしいあやとり”, 主婦と生活社, (1999).
- 5) See every Dover book in point at www.doverpublications.com: “String Figures and How to Make Them”, DOVER PUBLICATIONS, INC. Mineola, New York.
- 6) See every Dover book in point at www.doverpublications.com: “Fascinating String Figures”, DOVER PUBLICATIONS, INC. Mineola, New York.
- 7) C.C. アダムス, 結び目の数学, 培風館. (1998).

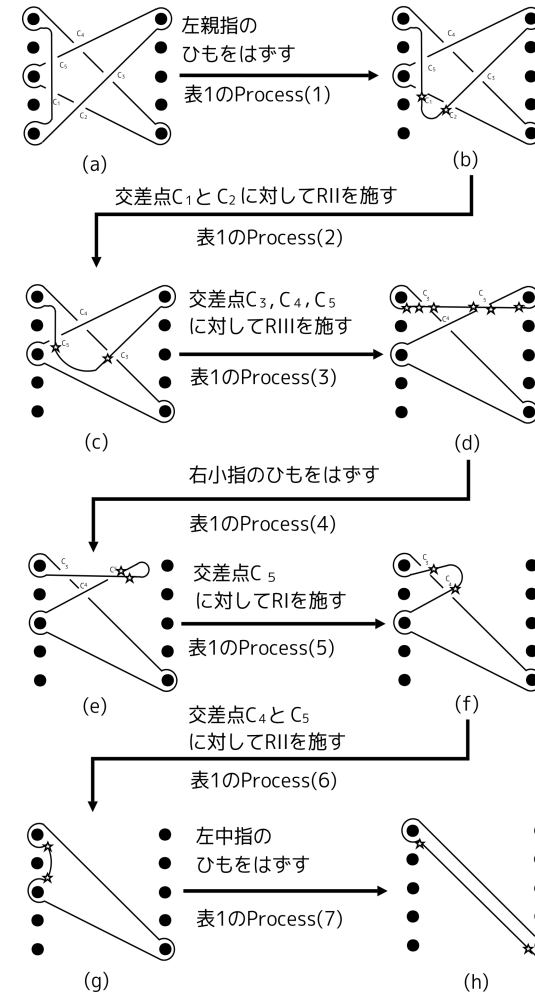


表1のProcess(n): 表1のProcess(n)へ手順が記録される

図10 手順推定の一例

Fig. 10 A sample of the instruction steps