

TCG におけるシャッフル手法に 関する計算機実験を用いた考察

野瀬 彰大^{†1} 深川 大路^{†1}

本研究では、トレーディングカードゲームにおけるカードのシャッフルを扱う。まず、シミュレーションプログラムを用いてシャッフル手法について分析し、理想的なシャッフル手法の提案を目的とする。また、シャッフル手法の分析を行うために、シャッフルの結果を視覚的に表示する方法を提案する。分析の結果、各シャッフル手法の特徴が分かった。また、制限時間の長短に応じて適切なシャッフル手法が変わる可能性が示唆された。複数のシャッフル手法の組合せも行い、同じ組合せであっても実行順序が結果に大きな影響を与えることを実験的に示した。

A Computer Simulation Study on Shuffles in Trading Card Game

AKIHIRO NOSE^{†1} and DALJI FUKAGAWA^{†1}

In this paper, we consider shuffles in trading card games. First we analyze shuffles by computer simulations. The purpose of this study is to develop an ideal shuffle methods. Furthermore, we propose a visualization method for results of the simulation programs. The analyses suggest that what matters includes type of shuffles, the time limit, and ordering of the methods.

1. はじめに

マインドスポーツとも呼ばれる思考能力を用いる競技がある。オセロやチェスのようなボードゲームから、トランプのようなカードゲームなど様々なものが存在する。その分野の

一つにトレーディングカードゲーム (TCG) というものが存在する。これは、多種多様なカードを収集するコレクション性とカードゲームのゲーム性とは融合した、画期的なゲームの一種である。米国の『Magic: The Gathering』を先駆けに、日本国内でも『遊戯王』や『ポケモンカードゲーム』『ガンダムウォー』等、近年は様々な種類の TCG が開発・販売され人気を集めており、それぞれの分野で大規模な大会も開催されている。

しかし、近年の TCG はキャラクター商品としての側面が強く、“競技性の低い遊戯”と見られがちであることは否めない。例えば、ゲームに用いるカードの束をランダムに並び替えるという“シャッフル”という行為があるが、具体的に推奨されるシャッフル手法が提示されていないなど、これに関する規定が弱い。そのため不正が横行し易いような状態であるにも関わらず、ユーザー、メーカー共にその現状認識が甘いようである。本論文の目的は、この“シャッフル”について、シミュレーションプログラムを用いて各手法の特徴を観察・考察し、実践への応用を目指し、さらには TCG の競技性を向上させる事である。

カードのシャッフルについては、多くの先行研究が存在する^{1),2),4)}。先行研究では、高度な数学を用いた解析によって、何回のシャッフルによってカードがランダムに並び替えられるかを議論している。しかし、その内容を理解する事は一般の者にとって非常に困難である。もしかすると、この困難さが、シャッフルの基準が定まらない理由に関連しているという可能性も考えられる。本研究のもう一つの目的は、各シャッフル手法の特徴を直感的に比較可能にするような新しい手法の提案である。この目的に対して、本稿では、シャッフルの結果を可視化する方法を提案する。さらに、計算機によるシミュレーションの結果を実際に可視化し、有用性を確認する。

2. シャッフルとは

本稿では、カードの束を用いて行われるゲームにおける「シャッフル」という行為を扱う。一つにまとめたカードの束は山札とも呼ばれるが、シャッフルは山札をランダムに並び替えるために行う行為を指す。トレーディングカードゲームだけでなく「トランプ」や「UNO」といった、カードゲーム全般においても行われる行為である。その目的は、山札を不規則にする事から生まれる、予測困難性による緊張感や驚きといったゲーム性の向上を図る事である。また、山札の並びを任意に操作する「積み込み」のような不正を防止し、公平性を保証するという目的もある。

TCG の大会では、シャッフルに関する規定も存在する^{3),6)}。詳細はカードゲームによって異なるが、どのルールにも、よく混ぜる事、不正なシャッフルの禁止、シャッフルを行っ

^{†1} 同志社大学 文化情報学部

Faculty of Culture and Information Science, Doshisha University

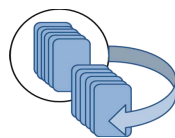


図 1 カット
Fig. 1 Cut.

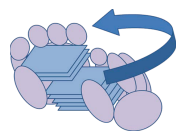


図 2 ヒンズーシャッフル
Fig. 2 Hindu shuffle.

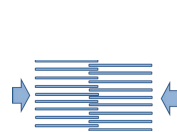


図 3 ファローシャッフル
Fig. 3 Faro shuffle.

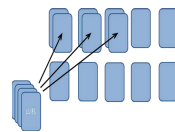


図 4 ディールシャッフル
Fig. 4 Deal shuffle.

た後は相手プレイヤーに追加のシャッフルを行ってもらい、などと定めている。その一方で、シャッフル手法に関する具体的な記載がなく、シャッフル手法は各ユーザーに一任されているのが現状である。

このように、シャッフルがゲームの進行や勝負の公平性に大きく影響し、かつ、シャッフルを行うようにルールで定められているにも関わらず、実際にどのようなシャッフルを行うべきなのかについては明確な基準がない。この結果、ユーザーは誤ったシャッフルを無自覚に行っている可能性もある。

本研究の目的は、TCG で一般的に使用されるいくつかのシャッフル手法の特徴を明らかにし、理想的なシャッフル手法を提案することである。次節では、具体的なシャッフルの手順について解説する。

2.1 シャッフル手法

トレーディングカードゲームにおけるシャッフル手法は、「カット（図 1）」「ヒンズーシャッフル（図 2）」「ファローシャッフル（図 3）」「ディールシャッフル（図 4）」という、主に 4 つの手法が用いられている。本節では各手法を実際のカードを用いて行う際の手順について紹介する。

カット 山札を任意の枚数（山札の半分の枚数を目安とする事が多い）で 2 つに分け、その上下を入れ替える（図 1）。最も簡単で、かつ短時間で出来る手法であるがその混ざり具合は明らかに良いとは言えない。

ヒンズーシャッフル まず左手で山札を持ち、右手でそこから適当な枚数を上から抜き出す。残った山札から再び適当な枚数を上から抜き出し、先に抜き出したカードの上に重ねていく。左手の山札が全て右手に移動するまでこれを繰り返す（図 2）。日本人に最も馴染みの深いシャッフル手法と思われる手法である。

ファローシャッフル 山札をおよそ半分に分け、横に並べたそれらを互いに押し込む事で、カード同士の隙間にカードを互い違いに挿入するという手法である（図 3）。似た手法

として「リフルシャッフル^{*1}」があり、トランプではこちらがよく用いられる。

ディールシャッフル 山札を 1 枚ずつ任意の順番で並べていき、任意の枚数まで並べたら、その上にさらに 1 枚ずつ並べる。これを山札が無くなるまで続けることでいくつかの束を作り、最後に束を一つにまとめる（図 4）。

2.2 理想的なシャッフル手法について

本論文で扱う「トレーディングカードゲームにおける理想的なシャッフル手法」が満たすべき条件を 3 つ定義する。

第一に、山札を十分に混ぜ合わせる事。同じ山札を用いて連続してゲームが行われる際でも、シャッフルを行う事で不規則性の高い状態を作り出す事が求められるためである。

第二に、短時間で出来る事。シャッフルはゲーム開始前およびゲーム中に行われる。試合ではそれぞれに制限時間が定められているため、ゲームの進行の妨げにならぬよう短時間に行える事が望ましい。

第三に、カードを痛めない、現実的に可能な方法である事。トレーディングカードゲームに用いる山札は基本的にそれぞれのプレイヤーが用意するものであり、その山札を構成するカードには高価で珍しいものから安価でありふれたものまで、コレクションという側面を併せ持つがために価値の高低が存在する。カードは厚紙で製作されているため、これを曲げたり折ったりしてしまうとその価値の低下に繋がるため、なるべくカードを痛めない方法である事が望ましい。また、本論文ではシミュレーションプログラムを用いたシミュレーションを行うが、プログラム上でのみ可能な方法ではなく、実際のカードを用いての実践が可能な事も条件となる。

3. 実 験

本節では、本研究の中心となるシミュレーションの目的と、そのために制作したシミュレーションプログラムの概要、および実験の実施方法について述べる。

3.1 シミュレーションプログラムとは

本研究の目的である「理想的なシャッフル手法の提案」のためには、どの手法、あるいはどの手法の組合せが最も条件に適しているかを調査する必要がある。この調査を人手で大規模に実施することは困難であるため、計算機プログラムによるシミュレーションを行う。

*1 2 つに分けた山札をそれぞれ親指で反らせて、少しずつそれを離す事で元の形状に戻る勢いを利用して交互にカードを重ねていく手法。カードを反らせることで痛めやすいため、TCG では避けられる。

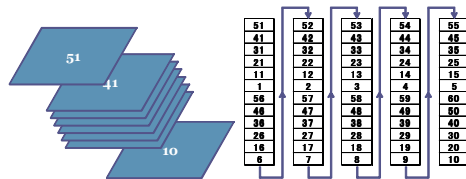


図5 ディールシャッフルによる並べ替えの結果
Fig.5 Rearrangement by the pile shuffle.

プログラムの作成には Visual Basic 2010 を用いた。

シャッフルする山札の枚数 N は 60 に固定する^{*1}。この 60 枚のカードのシャッフルを、配列の並べ替えとして実装する。

シミュレーションの対象となるシャッフル手法は第 2 節で紹介した 4 つとする。本実験における各手法の詳細は以下の通りである。

カット 山札を 2 つに分割して入れ替える (図 1)。分割位置は正規分布 $\mathcal{N}(30, 5)$ にしたがう。

ヒンズーシャッフル 山札から数枚ずつの束を抜き出し、束ごとの順序を入れ替える (図 2)。抜き出す束の枚数は正規分布 $\mathcal{N}(10, 5/3)$ にしたがう。

ファローシャッフル 山札を 2 つに分け、互い違いに挿入する (図 3)。Gilbert-Shannon-Reeds モデル⁴⁾ を用いる。このモデルでは、2 つの束 A, B からカードを 1 枚ずつ場に落とすという操作を、束が空になるまで繰り返す。束 A, B からカードを落とす確率は、その時点の各束の枚数によって決まる。それぞれ a 枚、 b 枚とすると、確率は $a/(a+b)$ 、 $b/(a+b)$ となる。

ディールシャッフル 山札を 1 枚ずつ場に並べる。10 枚並べたら、次の 10 枚は最初の 10 枚の上に 1 枚ずつ重ねる。これを山札が無くなるまで繰り返すと、6 枚ずつの束が 10 個できる。最後にこの束を 1 つにまとめる。操作は決定的である (図 5)。

これら 4 つの手法について、以下の状況に応じて実験を行い、結果を比較する。

- (1) 各シャッフル手法をそれぞれ単独で実施する場合
- (2) 各シャッフル手法を繰り返し実施する場合
- (3) 複数のシャッフル手法を組み合わせて実施する場合

*1 代表的な TCG である『Magic: The Gathering』における一般的な山札の枚数による。

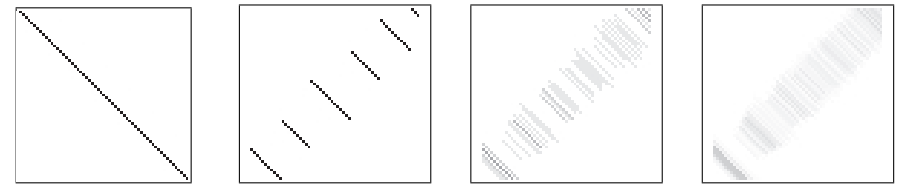


図6 カードの並び(初期状態)
Fig.6 Initial position.
図7 カードの並び(ヒンズーシャッフル 1 試行後)
Fig.7 After one hindu shuffle.
図8 カードの並びの割合(ヒンズーシャッフル 10 試行後)
Fig.8 Average of 10 hindu shuffles.
図9 カードの並びの割合(ヒンズーシャッフル 100 試行後)
Fig.9 Average of 100 hindu shuffles.

実験結果を比較し考察するためには、各試行ごとに得られる統計量を調査するなどいくつかの方法が考えられる。しかし、本稿ではその前段階として視覚的に結果を観察することとした。実験結果を示す前に、まず次節で、シャッフル手法の特徴を可視化するための方法を提案する。

3.2 シャッフル結果の可視化

シャッフルの効果を視覚的に観察するため、シャッフルの結果をビットマップ画像 (PGM ファイル) によって表示する方法を提案する。60 種類のカードが並んでいる状態を 60 行 60 列からなる 2 値ビットマップ (各マスは白または黒) として表示する。列が順番、行がカードの種類を表す。つまり、 i 行 j 列目が黒である場合は、山札の i 番目にカード j が配置されている事を表す。

例えば、山札の初期状態、すなわち各シャッフル手法を適用する直前のカードの並びは、山札の i 番目にカード i が位置するため、図 6 のように対角線上に黒いマスが並ぶ。

これに対してあるシャッフル手法を試行すると、シャッフル後のカードの並びに応じてビットマップ画像が変化する。例えば、ヒンズーシャッフルを 1 回行った場合、図 7 のような結果が得られた。ヒンズーシャッフルは疑似乱数を用いて実現しているため、この結果は確率的に変化する。

各シャッフル手法の特徴を比較するためには、多数の試行結果を確率分布として把握することが必要である。各手法の分布を可視化するために、グレースケール画像 (図 8、図 9) を用いる。このグレースケール画像の計算方法は以下の通りである。各手法について、初期状態に対してその手法を適用する操作を多数回繰り返す。山札は 1 試行ごとに初期状態に戻しながら、シャッフル適用後のカードの並びを集計する。その結果、山札の i 番目にカー

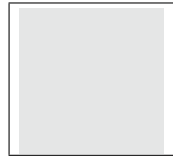


図 10 カードの並びが十分に混ざった状態
Fig. 10 Cards are fully shuffled.

ド j が出現した回数の割合が計算できる。その割合を i 行 j 列目のマスの黒さとする。図 8 および図 9 は、それぞれヒンズーシャッフルを 10 試行および 100 試行実施した結果について得られたグレースケール画像である。1 試行の結果（図 7）の周囲に灰色が広がっているのが分かる。

本研究で考える理想的なシャッフル手法の条件の 1 つである「山札を十分に混ぜ合わせる事」という性質を満たすためには、図 10 のように各マスの黒さが一様になることが望ましいと考えられる*1。

本実験の目的は、各手法についてこれらの視覚的な観察を行い、各手法の特徴を明らかにすることである。次節では各手法について実験結果の概要を示し、考察を行う。

3.3 実験 1: 単独手法の繰り返し

各シャッフル手法の特徴を視覚的に観察するために実験を行った。まず、単独の手法の特徴を見るために、各手法を 1 回だけまたは繰り返し行った場合の結果を観察した。本節では、その結果を示す。

3.3.1 カット

計算機上でカットのシミュレーションを実施した結果について、第 3.2 節で述べた可視化を行ったものが図 11 である。カットを繰り返して R 回行った時の結果を観察した。図 11 では $R = 1, 2, 3, 4, 5$ の結果を示す。図より、非常に偏りのある結果となることが分かる。カットは、繰り返し回数 R が偶数の場合、初期状態に非常に近い並びとなる事が分かる。また、 R が奇数の場合も同じ 2 本の直線の周辺にパターンが集まる事が分かる。また、図 11 の範囲では、 R が大きくなるにつれ誤差が広がり、均等な分布に近づくことが分かる。

*1 図 10 は説明のため分かりやすく色を濃く変えている。実際は全てのマスの明度が $1 - 1/60 \approx 0.983$ に近くなり、ほぼ真っ白に近い画像となる。

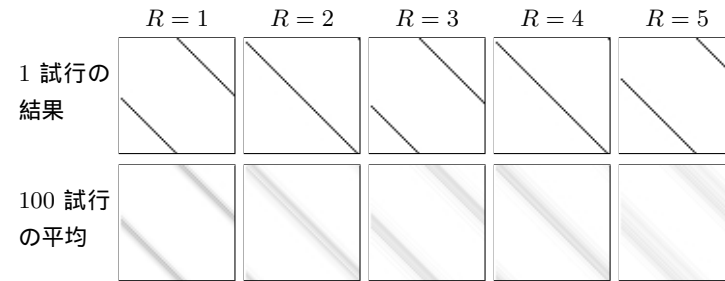


図 11 カットを R 回 ($R = 1, 2, 3, 4, 5$) 繰り返した時の山札の並び (上段) と、各操作を 100 試行繰り返した平均により推定した確率分布 (下段)
Fig. 11 Rearrangements by R cuts for $R = 1, 2, 3, 4, 5$ (top), and their probability distributions (bottom).

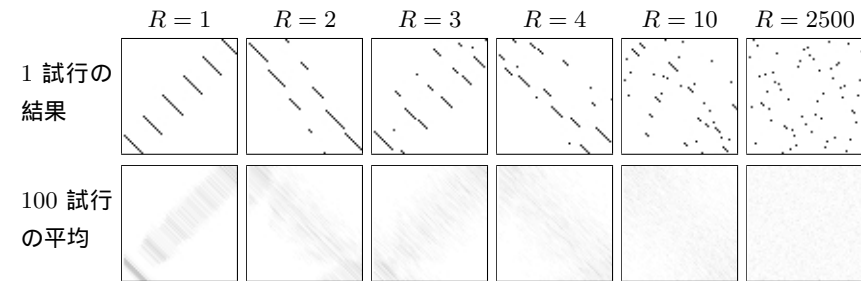


図 12 ヒンズーシャッフルを R 回 ($R = 1, 2, 3, 4, 10, 2500$) 繰り返した時の山札の並び (上段) と、各操作を 100 試行繰り返した平均により推定した確率分布 (下段)
Fig. 12 Rearrangements by R hindu shuffles for $R = 1, 2, 3, 4, 10, 2500$ (top), and their probability distributions (bottom).

3.3.2 ヒンズーシャッフル

同様の実験をヒンズーシャッフルに対して実施した結果を図 12 に示す。図 12 によれば、奇数回の試行後は右上から左下へ、偶数回の試行では左上から右下への対角線上に点が分布していることが観察できる。前者では山札の並びは初期状態に近く、後者では初期状態から全てのカードを逆順に並び替えた状態に近いといえるため、混ざり具合が良いとは言えない。しかし、カットの結果（図 11）と比較すると、小さい繰り返し回数 R に対しても対角

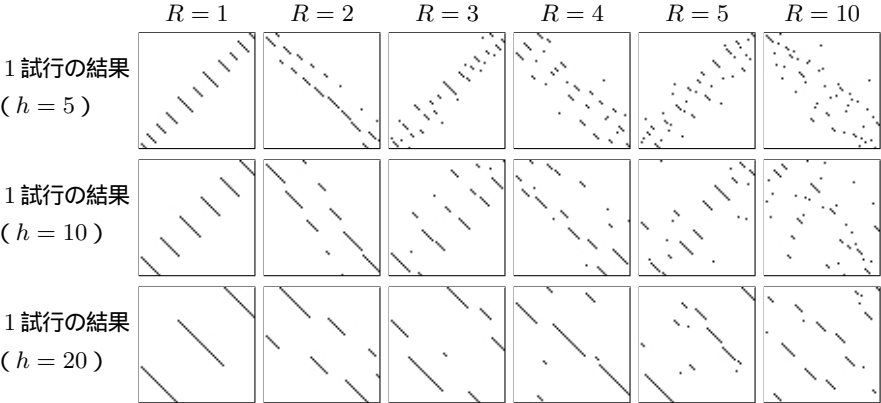


図 13 ヒンズーシャッフルを R 回 ($R = 1, 2, 3, 4, 5, 10$) 繰り返した時の山札の並び。切る枚数 h を $h = 5, 10, 20$ と変化させた (それぞれ上段, 中段, 下段)。
Fig. 13 Rearrangements by R hindu shuffles for $R = 1, 2, 3, 4, 5, 10$, and for varying parameter $h = 5, 10, 20$ (top, middle, bottom).

線から大きく広がっており、したがってカットよりは混ざり具合が良いといえる*1。

実際のシャッフルにおいて、ヒンズーシャッフルは、カードを切る枚数（一度に移動させる束の枚数）を変える事ができる*2。これにより、細かく切るか、粗く切るかという選択が可能である。これを考慮して、切る枚数の平均 h をパラメータとして扱い、 $h = 5, 10, 20$ のように変化させてシミュレーションを行い、結果を比較した*3。その結果を図 13 に示す。

細かく切った場合 ($h = 5$, 図 13 上段) は、試行回数を増やしても「奇数回の試行で見られる右上から左下への対角線」「偶数回の試行で見られる左上から右下への対角線」からはなかなか分散して行かないが、2 回目の試行時に既に 4 つほど他の点と離れている点が見られるように、元々隣り合っていたカード同士は離れやすい傾向にあった。

逆に粗く切った場合 ($h = 20$, 図 13 下段) は、試行回数を増やした場合、 $h = 5$ の場合と比べると対角線の形はかなり失われているように見える。繰り返し回数を増やしても ($R = 10$)、元々隣り合っていた点が隣り合ったままという状況が数多く見られる。

前述の 2 種の場合の中間 ($h = 10$, 図 13 中段) は、正にその二つの特徴において、前述

*1 現実的にはカードをシャッフルする手間も考慮して比較する必要がある。これについては後述する (第 3.4 節)。
*2 ただし、本研究では 1 連のヒンズーシャッフルの動作中で切る枚数の“粗さ”は一定であるものと仮定する。
*3 具体的には、切る枚数は正規分布 $\mathcal{N}(h, h/6)$ にしたがう。

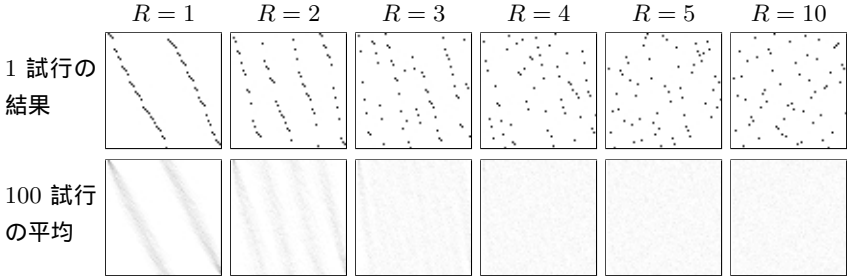


図 14 リフルシャッフルを R 回 ($R = 1, 2, 3, 4, 5, 10$) 繰り返した時の山札の並び (上段) と、各操作を 100 試行繰り返した平均により推定した確率分布 (下段)
Fig. 14 Rearrangements by R hindu shuffles for $R = 1, 2, 3, 4, 5, 10$ (top), and their probability distributions (bottom).

の 2 種の結果の中間の様相を持っている。

P. Diaconis⁴⁾ は、ヒンズーシャッフルとほぼ同一の手法であるオーバーハンドシャッフルは、2500 回行う事で山札をランダムな状態にする事が出来るとしていたため、その結果も併せてシミュレーションで確認した (図 12)。

3.3.3 ファローシャッフル

本研究では、ファローシャッフルに近い別のシャッフル手法であるリフルシャッフルのシミュレーションを行った。リフルシャッフルのシミュレーションには、前述の Gilbert-Shannon-Reeds モデル を用いた。結果を図 14 に示す。

リフルシャッフルの特徴を観察すると、 R 回繰り返した後のパターンは、画像全体を横に $R + 1$ 個に分割して得られる短冊状のそれぞれの対角線の近くに集まることが分かる。一方、リフルシャッフルのデメリットとして、斜めに連続する点からなるパターンが多く見られる傾向にあるという点があげられる。これは、シャッフル前に隣り合っていたカードが、シャッフル後も隣り合う傾向にあることを示している。

3.3.4 ディールシャッフル

ディールシャッフルの結果を図 15 に示す。

ディールシャッフルはあくまでも、ある規則に基づいた複雑な並び替えであるという前提の通り、まるで幾何学模様のように複雑ではあるが規則的な結果が出力された (図 15)。しかし規則的とはいえ、元々近くにあったカードが遠くに離れるという性質においては 4 つの手法のうち最も優れていると言える。

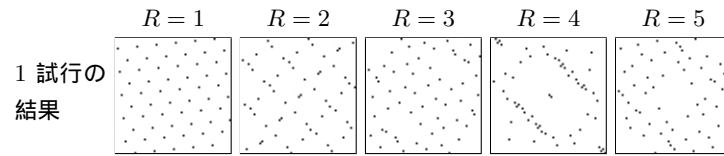


図 15 ディールシャッフルを R 回 ($R = 1, 2, 3, 4, 5$) 繰り返した時の山札の並び
Fig. 15 Rearrangements by R pile shuffles for $R = 1, 2, 3, 4, 5$

3.3.5 考 察

以上 4 種類の異なるシャッフル手法の結果を観察した。本節では、これらの結果を互いに比較して得られた知見について、まとめる。

カット (第 3.3.1 節) は最も単純な方法であり、高い技術も必要としない点では優れている。しかし、本研究で目標とする「山札を十分に混ぜ合わせる」という目的に対しては、非常に効果が低いといえる。

次に、ヒンズーシャッフルについて考察する。ヒンズーシャッフル (第 3.3.2 節) はカットに比べると多少の技術は必要であるが、一般的に使用される方法であるため、それほど困難はないといえる。さらに、もう一つの大きなメリットとして、カットにも近い短時間で行えるという点がある。一方デメリットは、カットと同様、パターンが対角線などの特定の直線に近付いてしまうという点が挙げられる。

ファローシャッフル (第 3.3.3 節)、またはリフルシャッフルは、カットおよびヒンズーよりも近くにあったカードを分散させやすい特徴を持つことが分かった。しかしシャッフルの難易度は少し高く、一般に、ある程度の熟練が必要とされる。また、カードを実際にシャッフルする際にかかる時間も、前述の 2 つの手法と比較してやや長いことが、予備実験により確認された (第 3.4 節)。P. Diaconis⁴⁾ は、Gilbert-Shannon-Reeds モデルに基づくリフルシャッフルのカットオフ現象⁵⁾ を証明した。この現象は、52 枚の山札を GSR モデルによってシャッフルする場合、7 回程度繰り返しシャッフルするだけで十分ランダムになると主張する。実際に、本研究の実験結果からもその傾向が見られた (図 14)。

ディールシャッフル (第 3.3.4 節) は、四つの手法のうち、近くのカードを分散させる特徴において優れている。例えば、図 14 と図 15 とを比較すると、前者は少ない繰り返し回数 $R = 1, 2, 3$ に対して、“点が斜めに連続する” という傾向が見られた。一方、後者は、たった 1 回の実行で ($R = 1$)、既に斜めに連続する点が存在しない。斜めに連続する点の存在は、カードが分散されていないことを意味する。しかし一方で、ディールシャッフルの大き

表 1 各シャッフル手法の所要時間の目安
Table 1 Estimated time required for each shuffle methods.

手法	時間
カット (C)	2 秒
ヒンズーシャッフル (H)	3 秒
ファローシャッフル (F)	7 秒
ディールシャッフル (D)	30 秒

なデメリットを 2 つ挙げることができる。一つは時間がかかる点である。もう一つは、決定的な手法である点である。つまり、何度実行しても同じ結果になることから、シャッフルとは呼べない可能性もある。しかし、他の手法と組み合わせて使用するなどの方法で、デメリットをうまく相殺し、メリットを活かせる可能性もある。

以上の考察から、各手法の比較には、実際にカードをシャッフルする際の手間を合わせて考える必要がある事が分かった。次節では、カードのシャッフルの手間を考慮した実験の結果について述べる。

3.4 実験 2: シャッフルの手間を考慮した比較実験

前節の実験結果により、各手法を適用した後のカードの並びには、それぞれ異なる性質があることが確認された。長所短所をバランスよく取り入れたシャッフル手法を提案するのが本研究の目的の一つである。したがって、単純に混ざり具合だけを比較するのではなく、各手法の手間を考慮して実験を行った。本節ではその結果について述べる。

各手法の手間を決定するには、非常に多くの要素が関係し、現実的には不可能である。本研究では、実際のカードを用いてシャッフルを行い、それらの時間を計測し、その結果を用いることにした (表 1)。すなわち、各手法の所要時間が表 1 のようになると仮定し、以下の議論を進める^{*1}。

各手法の所要時間を考慮したうえで、定められた時間 T 秒間に可能な限り各手法を繰り返した。制限時間 $T = 60, 12$ としたときの実験結果を図 16 に示す^{*2}。図の “ c^{30} ” は、カットを 30 回繰り返すという一連の操作を表している。以下では、同じ手法の繰り返しをひとつのシャッフル手法とみなす事にし、各手法を c^{30} や H^{20} などの名前で呼ぶことにする^{*3}。

図 16 の結果について考察する。まず、 $T = 60$ の場合 (図上 2 段) を考える。 c^{30} は極

*1 しかし、各手法の傾向という観点では、この仮定に依存しない普遍的な知見が得られると期待して実験を行った。

*2 『Magic: The Gathering』における制限時間の規定を基に、一つの目安として設定した。

*3 アルファベットが表す手法については、表 1 を参照のこと。

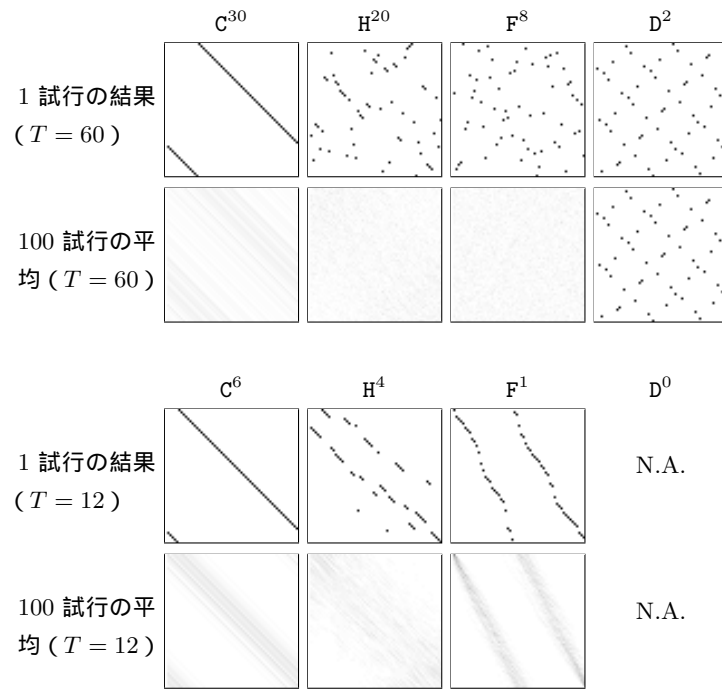


図 16 制限時間 T 秒の中で各手法を可能な限り繰り返す場合。
Fig. 16 Repeats one shuffle method as many as possible in a limited time T sec.

端に偏った結果になる。 D^2 は毎回同じ結果になる。 H^{20} と F^8 とを比較すると、前者は後者に比べて斜めに連続する点が多く見られることが分かる。したがって、 $T = 60$ のときは F^8 、つまりファローシャッフルが、これら 4 手法の中で最も本研究の目的に合致しているといえる。次に、 $T = 12$ の場合（図下 2 段）を考える。 C^6 はさらに極端に偏った結果になる。 D^0 は、時間制限により一度もシャッフルを実行できないため考えない。 H^4 と F^1 とを比較すると、いずれも偏りが見られるが、パターンがより分散しているのは H^4 、つまりヒンズーシャッフルであるといえる。

本実験により、制限時間の長さに応じて最適な手法が異なる可能性が示唆された。本節では、単一の手法を繰り返すことを前提にしているが、一般にはさまざまな手法を組み合わせる事も考えられる。次節では、複数の手法を組み合わせる場合について実験する。

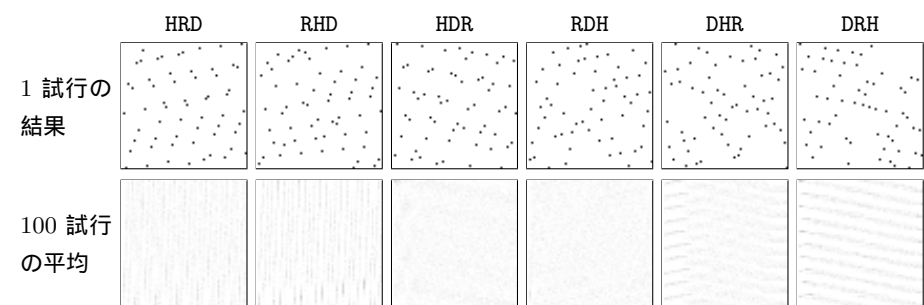


図 17 3 手法 (H, R, D) を順序を入れ替えて行った結果の比較
Fig. 17 Comparison among all possible orderings of three methods (H, R, D)

3.5 実験 3: 複数の手法の組合せ

本節では、複数の手法の組合せから成るシャッフル手法の性質を観察するための実験を行う。本実験ではカットを省略し、他の 3 手法のみで組合せを考えたい。これは、前節の結果より、カットはヒンズーシャッフルとほぼ同じ時間がかかるにもかかわらず混ざり方が良くないと分かったためである。

シャッフルの組合せは膨大に存在し得るため、まず単純な組合せ手法を比較することによって、傾向を観察した。図 17 は、3 手法を 1 回ずつ行う場合の比較である。全部で $3! = 6$ 通り存在する並べ方全てについて実験を行った。ディールシャッフルを何回目に行うかによって、1 回目 (DHR と DRH, 図 17 左 2 つ)、2 回目 (HDR と RDH, 図 17 中央 2 つ)、3 回目 (HRD と RHD, 図 17 右 2 つ) に分類して比較する。ディールシャッフルを最初または最後に行うと、縞模様のような規則的なパターンが見られることが分かる (図 17 左 2 つと右 2 つの結果より)。一方、ディールシャッフルを他の 2 つの手法の間に挟む手法では、そのような規則的なパターンは見られず、均一に近い分布が見られた (図 17 中央 2 つの結果より)。これらの手法は全て、同じ手法の組合せに対して順序を入れ替えたものであるから、全体の手間は変わらないという点に注意されたい。以上の結果から分かるのは、D, H, R の 3 手法を 1 回ずつ実行する場合は、ディールシャッフル D を最初や最後に実行するのではなく間に挟むべきであるという事である。

次に、前節と同様の制限時間を設け、その中で複数の手法を組み合わせる場合のシミュレーション実験を行った。制限時間を $T = 60$ 秒とすると、可能な組合せ手法は、 D^1R^4 , $D^1R^3H^3$, $D^1R^2H^5$, $D^1R^1H^7$, D^1H^{10} と、これらの順序を並べ替えたものであり、全部で

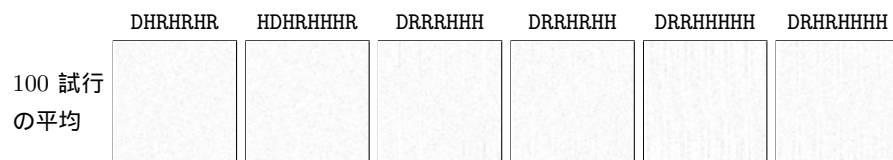


図 18 制限時間 $T = 60$ 秒以内で複数の手法を組み合わせた場合の結果
Fig. 18 Perform multiple types of shuffles in a limited time T sec.

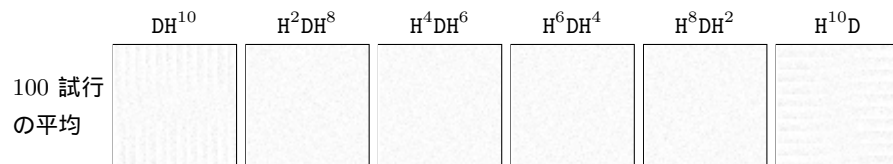


図 19 D^1H^10 の並べ替え.
Fig. 19 Comparison among all possible permutations of D^1H^10

396 通り存在する．ただし，今回はディールシャッフルをちょうど 1 回含むもののみを考えるものとする．なぜならば，ディールシャッフルは隣接するカードを分散させるという点において，非常に特徴的であるからである．この特殊な手法であるディールシャッフルを他の手法と組み合わせた時に発生する影響について調べるのも本実験の目的の一つである．

上述の 396 通りについてシミュレーション実験を行った．一部の結果を除き，どの手法も良く混ざる事が分かった．結果の一部を図 18 に示す．いずれの場合も特徴的なパターンは見られず，薄い点が均一に近い状態で広がっているのが観察できる．注意深く観察すると，特徴を見出すことができる．例えば，中央 2 つの図では，部分的に縦の直線状のパターンが見られる．また，右 2 つの図では，薄い縦縞が見られる．このような特徴的なパターンの背後には，何らかの規則性が存在すると考えられるため，特徴的なパターンが見られない左 2 つのような結果が望ましい．

次に，ディールシャッフルを実行するタイミングが及ぼす影響が図 19 に見られた．図 19 は，10 回のヒンズーシャッフルを行うが，そのどこかのタイミングでディールシャッフル 1 回を実行する．この結果も非常に良く混ざっており，色の薄い点が均一に並んでいるように見える．しかしよく観察すると， DH^{10} の結果には縦縞が見られる．同様に， $H^{10}D$ には横縞が見られる．これらの場合は，ディールシャッフルを最初や最後に実行していることに注

意されたい．一方で，ディールシャッフルを間に挟んだ場合，このような縞模様は見られず，均一で良好なシャッフル効果が得られたといえる．

4. まとめと今後の課題

本研究ではトレーディングカードゲームにおける理想的なシャッフル手法の提案を目的とし，計算機プログラムによるシャッフルのシミュレーションを行った．各シャッフル手法の特徴を視覚的に観察し，長所や短所について考察を行った．実験では，シャッフルの結果を可視化する手法を提案し利用した．提案した可視化手法により，シャッフルの特徴を直感的に把握することができることが分かった．一方で，提案手法によりシャッフル結果を比較することについては限界があることも分かった．ある程度一様に分布している場合，どちらが優れたシャッフルであるか，比較するのが困難となってしまった．

今後の課題は以下の通りである．本実験によって得られた各手法の定性的な特徴をもとに，今後は定量的な実験や考察の方法論を提案し，より詳細な比較を行い，理想的なシャッフル手法を見つけたいと考える．また，今回はカード 1 枚毎の性質を一切考慮しなかったが，カードの種類（例えばトランプのスート）を考慮する場合についても検討したい．そのような研究は近年 Assaf ら²⁾ によって行われているが，手法をリフルシャッフルに限定しており，さまざまなシャッフル手法，およびそれらの組合せはまだ検討されていないようである．さらに，結果が均一な分布になることは必要条件ではあるが十分条件ではない．特定のカード対の距離など，さまざまな特徴量を考慮に入れて実験を重ねる必要がある．観察によって得られた仮説の数学的証明についても今後の課題である．

参 考 文 献

- 1) Aigner, M., Ziegler, G.M.: *Proofs from THE BOOK*, (2009).
- 2) Assaf, S., Diaconis, P., Soundararajan, K.: Riffle shuffles of a deck with repeated cards, *FPSAC 2009*, 0(1) pp.89-102 (2009).
- 3) DCI 汎用トーナメント・ルール, http://mtg.takaratomy.co.jp/rule/files/JPN_UTR_20070601_1111.pdf
- 4) Diaconis, P.: The cutoff phenomenon in finite Markov chains, *PNAS*, Vol.93, No.4, pp.1659-1664 (1996).
- 5) 洞 彰人: ランダムウォークのカットオフ現象, 数理解析研究所講究録, Vol.1017, pp. 70-91 (1997).
- 6) マジック : ザ・ギャザリング (R) イベント規定, http://mjmj.info/data/JPN_MTR_20110101.txt