

B-03

頂点とラベルの重なりを許した場合のグラフ描画における頂点ラベル配置法 An Algorithm for Placing Vertex Labels in a Graph Drawing That Permits Putting Labels on Their Corresponding Vertices

阿部 昇[†] 増田 澄男[‡] 山口 一章[‡]
Noboru Abe[†] Sumio Masuda[‡] Kazuaki Yamaguchi[‡]

1. まえがき

グラフを平面上に描いたものをグラフ描画と呼ぶ。グラフ描画を用いることで様々な構造を表現することができる。グラフのよい描画を得るためのアルゴリズムについて広く研究が行われている [1]。頂点や辺がラベルをもつ場合の描画アルゴリズムについても研究が行われているが、それらは、ラベルサイズを特に考慮しないで頂点と辺を描いた後、その描画中にラベルを配置する方法 [2]~[5]、及び、頂点と辺を描く段階でラベルのサイズを考慮する方法 [6]、[7] に大別される。一般に後者の方が高いラベル配置率を達成することができるが、アルゴリズムはより複雑になる。

ラベル配置問題は、一般に、ラベル数最大化問題及びラベルサイズ最大化問題の 2 つに分けられる。前者は、各ラベルのサイズが固定されているものとして、できるだけ多くのラベルの配置を目指すものであり、グラフ描画に対する文献 [2]~[5] の方法もこの問題を扱ったものである。ラベル数最大化問題に対する一般的な発見的手法として、Kakoulis ら [2] の方法及び Wagner ら [8] の方法が知られている。

ラベルサイズ最大化問題は、ラベルをもつ全てのオブジェクトにラベルを配置し得る範囲内で、ラベルサイズをできるだけ大きくするという問題である。グラフ描画に対しては、ラベルが、対応する頂点に接続する辺と重なることを許した文献 [9] の方法などが存在する。

本研究では、グラフ描画が与えられたときのラベル数最大化問題について考察する。文献 [2]~[4] の方法では、図 1 のように、頂点に接する位置あるいは頂点から一定距離 $\epsilon (\geq 0)$ 離れた位置にラベルを配置するが、その際、ラベルは、頂点や辺、及び他のラベルと重なってはならないものとしている（本稿の図では、軸平行な長方形によってラベルを表す）。これに対し、本研究では、より高いラベル配置率を達成するために、ラベルが、対応する頂点（及び接続する辺）と重なることを許した新しい頂点ラベル配置アルゴリズムを提案する。

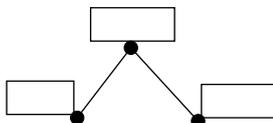


図 1 既存のラベル配置法による頂点ラベルの配置例

以下、2. では、文献 [8] 及び [3] のラベル配置法を簡単に紹介する。3. で提案手法について説明し、4. では計算機実験の結果を示す。最後に、5. で本研究の結果をまとめ、今後の課題について述べる。

2. 既存のラベル配置法

本章では、既存のラベル配置法として、Wagner ら [8] の方法と Abe ら [3] の方法について簡単に説明する。以下、それぞれを、Wagner 法、従来手法 1 と呼ぶ。

2.1 Wagner 法

Wagner 法は、地図中の地点に対するラベル配置法として提案された手法である。Wagner 法では、まず、各地点に対していくつかのラベル配置位置の候補（ラベル候補と呼ぶ）を作成する。ただし、対応する地点以外の地点に重なるラベル候補は削除する。次に、フェーズ 1 及びフェーズ 2 の 2 段階の処理を行い、ラベル候補の中から最終的なラベル配置位置を選択する。

異なる地点のラベル候補同士が重なっているとき、それらはコンフリクトしているという。任意のラベル候補 l について、それとコンフリクトしているラベル候補の集合を X_l で表し、 $|X_l|$ なる値を l の次数と呼ぶ。Wagner 法のフェーズ 1 では、まず、各ラベル候補に一对一に対応して頂点を作り、ラベル候補のコンフリクトがあれば対応する頂点間に辺を引くことによって、コンフリクトグラフと呼ぶグラフを作成する。その後、次の 4 種類のルール L1~L4 を可能な限り繰り返し適用することで、ラベル候補を減らしていく。

- L1: ある地点 p が次数 0 のラベル候補をもつとき、そのような任意のラベル候補 l を p のラベル位置として決定し、 l 以外の p のラベル候補を全て削除する。
- L2: 2 つの地点 p, p' とそれぞれのあるラベル候補 l, l' に対し、 l と l' が互いにコンフリクトしておらず、また他の地点のラベル候補にもコンフリクトしていないならば、 p, p' のラベル位置を l, l' に決定し、それら以外の p, p' のラベル候補を全て削除する。
- L3: ある地点 p がただ 1 つのラベル候補 l をもち、 X_l に属する任意の 2 つのラベル候補が互いにコンフリクトしている場合、 p のラベル位置を l に決定し、 X_l 中のラベル候補を全て削除する。

[†]大阪電気通信大学, Osaka Electro-Communication University

[‡]神戸大学, Kobe University

L4: 複数のラベル候補をもつある地点 p に対し, その 2 つのラベル候補 l, l' が $X_l \subseteq X_{l'}$ を満たすならば l' を消去する. これを p の 2 つのラベル候補の組み合わせ全てについて行い, その結果もし p がルール L3 の条件を満たせば L3 を適用する.

Wagner 法は, 次の停止条件を満たせば終了する.

(停止条件) 各地点のラベル候補が高々1つとなり, ラベル候補のコンフリクトが存在しない.

フェーズ 1 終了時点で停止条件を満たしていないならばフェーズ 2 を実行する. フェーズ 2 では, 停止条件を満たすまで, 以下の処理 (*) を繰り返し実行する. ただし, (*) の各実行後, ルール L1~L4 が新たに適用可能になれば, それらを可能な限り繰り返して適用する.

(*) 残っているラベル候補数が最大の地点を 1 つ選び, そのラベル候補のうち次数が最大のものを 1 つ削除する.

Wagner 法は, 各頂点に対してラベル候補を作成し, 対応する頂点以外の頂点及び辺と重なっているラベル候補を削除することで, グラフ描画への頂点ラベル配置法として用いることができる.

2.2 従来手法 1

筆者ら [3] は, Kakoulis らのラベル配置法 [2] を改良することにより, 頂点ラベル配置法を提案した. この従来手法 1 は, ラベルを, 対応する頂点からある一定距離 $\epsilon (\geq 0)$ だけ離れた位置に, 頂点, 辺, 及び他のラベルと重ならないように配置するものとしている.

以下に, 従来手法 1 の概略を示す.

- 各頂点に対し, 頂点及び辺と重なることなくラベルを配置できる範囲 (ラベル空間と呼ぶ) を求める. そして, 各ラベル空間の中央に 1 つずつラベル候補を作る.
- 他のラベル候補と重ならないラベル候補 (0 次候補と呼ぶ) をもつ各頂点に対し, その 0 次候補のうち, 最も広いラベル空間内にあるもの 1 つを残して, 他を全て削除する. 各頂点に対し, 0 次候補が高々1つになるまで, この処理を繰り返す.
- 2.1 で述べたコンフリクトグラフを作成する.
- ラベル候補の平行移動を行うことにより, ラベル候補同士の重なりを回避を試みる (この処理を, ラベル候補のシフトと呼ぶ). ここでは, コンフリクトグラフの各連結成分について, その頂点に対応するラベル候補の中で, y 座標の値が最大のもの及び最小のもののみに対してシフトを試みる. もし重なりを減らすことができれば (b) へ戻る.
- コンフリクトグラフの連結成分のうちクリークをなしていないものがあれば, 以下の処理 (***) を一

回実行して, (b) に戻る.

(**) クリークをなしていないような, G_R の各連結成分 C において, 最も次数の高い頂点 (対応するラベル候補が, 非常に少数のラベル候補のみをもつ頂点のものである場合には, C の中で次数が次に高い頂点) を 1 つ削除する (対応するラベル候補も同時に削除する).

(f) (e) の結果からマッチンググラフと呼ぶグラフを作成し, その最大マッチングを求めることにより, 最終的なラベル配置を求める.

(g) ラベル同士の近接を減らすための後処理を行う.

3. 提案手法

本研究では, 従来方法より高いラベル配置率を達成するため, 図 2 のように, ラベルが, 対応する頂点 (及び接続する辺) と重なることを許した場合のラベル配置アルゴリズムを提案する.

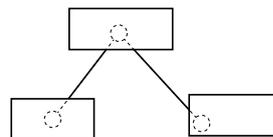


図 2 頂点と重なる位置へのラベル配置の例

提案手法は, Wagner 法のフェーズ 1 及び 2 に, 従来手法 1 で用いたラベル空間やラベル候補のシフトを組み合わせたものである. ただし, 対応するラベルと頂点が重なることを許しているため, ラベル空間, ラベル候補のシフトともに従来手法 1 のものとは異なる. 以下, 3.1 において提案手法におけるラベル空間とラベル候補の作成法について述べ, 3.2 においてラベル候補のシフトの方法を述べる. そして, 3.3 において, 提案手法全体の記述を示す.

3.1 ラベル空間とラベル候補の作成法

提案手法では, まず, 図 3(a) に示すように, 各頂点 v に対し, v 以外の頂点及び v に接続しない辺と重なることなくラベルを配置できる領域を求める. ここで得られる領域を基礎ラベル空間と呼ぶ. 基礎ラベル空間の重心とラベル候補の重心が一致する位置にラベル候補を 1 つ作成する. 基礎ラベル空間は, 各頂点に対し 1 つとは限らず, 図 3(b) のように最大で 2 つになり得る.

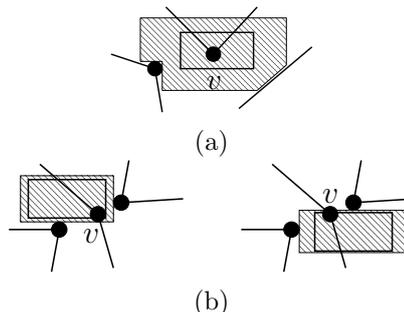


図 3 基礎ラベル空間の例

次に、異なる頂点の基礎ラベル空間同士が重なり合う場合、それぞれの重なりに応じてラベル候補を作成していく。図4(a)のように、基礎ラベル空間 s_1 と s_2 、及び s_1 と s_3 が重なっている場合を例に説明する。まず、 s_1 と s_2 の重なりに着目する。それぞれから重なり合う領域を除き、ラベルを配置できない領域も除く。このような処理により、ラベル配置可能な大きさをもった領域ができれば、それらを単にラベル空間と呼ぶ。図4(a)の s_1, s_2 からは、同図(b)に示したラベル空間 s'_1, s'_2 が得られる。それぞれのラベル空間の重心とラベル候補の重心が一致する位置にラベル候補を1つ作成する(同図(b)参照)。同図(c)に示すように、 s_1 と s_3 の重なりに対しても同様の処理を行う。この場合、 s_3 に対しては、ラベルを配置するのに十分な領域が残らないため、ラベル空間は作成されない。

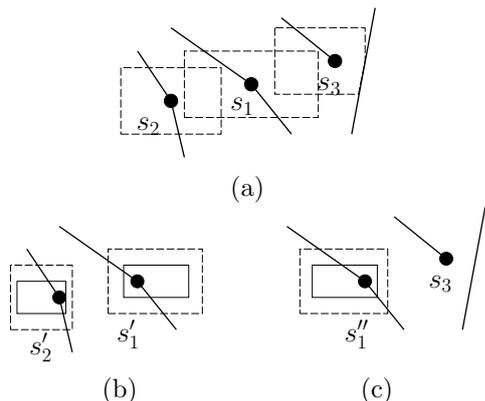


図4 ラベル空間と対応するラベル候補

3.2 ラベル候補のシフト

従来手法1では、ラベル候補のシフトの方向は、そのラベル候補をもつ頂点を中心とした時計回り、あるいは反時計回りの2種類のみであった。本研究では、頂点とラベルの重なりを許しているため、ラベル候補を、基礎ラベル空間内で任意の方向にシフトすることが可能となる。提案手法では、他の頂点のラベル候補との重なり及び基礎ラベル空間の形状に応じていくつかのベクトルを考え、その合成ベクトルに基づいてラベル候補のシフトの方向を定める。なお、図4(b), (c)に示したような、基礎ラベル空間から一部の領域を除いたラベル空間に対して作成されたラベル候補についても、シフト可能な範囲は、対応する基礎ラベル空間内とする。さらに、従来手法1では、シフト対象となるラベル候補は、コンフリクトグラフの各連結成分中で y 座標の値が最大のもとの最小のもののみであったが、提案手法では、文献[4]におけるAMY法2と同様、他の頂点のラベル候補と重なるラベル候補全てがシフト対象となる。

以下、ラベル候補 l のシフト方向決定のための2種類のベクトルについて述べる。まず、他の頂点のラベル候補で l に重なるものがあれば、そのような各ラベル候補 l' に対して、それとの重なりを避けるための最小の移動

距離と方向を求め、図5中に矢印で示したようなベクトルを作る。

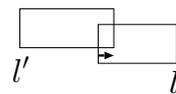


図5 他の頂点のラベル候補との重なりに応じたベクトル

l の基礎ラベル空間は一般に多角形になるが、それを P と表す。また、 l の中心を c と表す。このとき、両端点が凸点であるような、 P の各辺の midpoint w に対して、図6中の矢印のようなベクトルを考える。このベクトルは、基礎ラベル空間の中心に l を近づけようとするもので、線分 cw と l の交点を x としたとき、 \vec{xw} と表すことができる。なお、 P の周上に多くの辺が存在する場合、ここで述べたようなベクトルが、ある方向に偏って多数発生することがある。これは、他の方向へのラベル候補のシフトを妨げる原因となり、望ましくない。そこで、図6に示したようなベクトルがある小さい角度 θ 内に複数存在するならば、それらの中で最も小さいベクトル1つだけを残し、他を削除するものとする。

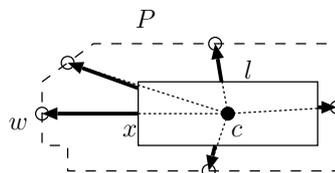


図6 基礎ラベル空間の形状に応じたベクトル

頂点 v のラベル候補 l に対して、シフトを行う手続き $\text{shift}(l)$ を次に示す。

手続き $\text{shift}(l)$

- (A) l が v 以外の頂点のラベル候補と重なっているならば、以下の (A-1), (A-2) を実行する。
 - (A-1) 上述の各ベクトルを求め、その合成ベクトルを計算する。
 - (A-2) 以下の4条件を満たす位置の中で最も l に近いものを見つけ、そこに l を移動する。
 - (i) l からみて合成ベクトルの方向、あるいはその逆方向にある。
 - (ii) 対応する基礎ラベル空間内にある。
 - (iii) l と重なっていない他の頂点のラベル候補とも重ならない。
 - (iv) (i) ~ (iii) を満たす位置の中で、他の頂点のラベル候補との重なりが最も少ない。

3.3 提案手法の記述

以下に、提案手法の記述を示す。なお、(f) で用いている停止条件は、「地点」を「頂点」と読み替えることを除いて、2.1 で述べた Wagner 法の停止条件と同じであ

る。また、(g) では、ラベル同士の接近や極端に短い辺の存在を回避するような後処理を行っているが、詳細は省略する。

- (a) 各頂点に対し基礎ラベル空間を作成し、各基礎ラベル空間の重心とラベル候補の重心が一致するようにラベル候補を作成する。
- (b) 2つの基礎ラベル空間が重なりあっているなら、それぞれの重なりに対し、3.1 で述べた方法によりラベル空間を求め、ラベル空間の重心とラベル候補の重心が一致するようにラベル候補を作成する。
- (c) 2.1 で述べた L1 及び L2 を可能な限り繰り返し適用する。
- (d) 各頂点の各ラベル候補 l に対し、以下の (d-1) を実行する。
 - (d-1) $\text{shift}(l)$ を実行する。これにより次数が減ったラベル候補があれば、L1 及び L2 を可能な限り繰り返し適用する。
- (e) 各頂点 v に対し、以下の (e-1) を実行する。
 - (e-1) 2.1 で述べた L4 及び L3 を適用する。削除されたラベル候補があれば、(c) に戻る。
- (f) 停止条件を満たしていないならば、2.1 で述べた処理(*) (ただし、「地点」を「頂点」と読み替えたもの) を一度実行し、(c) に戻る。
- (g) 後処理により、ラベル同士の接近などを回避する。

4. 計算機実験

(頂点数, 辺数) が (40, 60), (50, 55), (50, 70) の連結無向グラフをランダムに 50 個ずつ作成し、文献 [10] のアルゴリズムにより求めた描画を、1 辺の長さが 10 の正方形領域に置いた。ラベルの高さは 0.2 あるいは 0.3 で一定とし、ラベルの幅は高さの 2~5 倍の範囲で頂点ごとに定めた。

以上の入力に対し、従来手法 1 と提案手法以外に、次の従来手法 2 を実行した。この方法は、文献 [9] のアルゴリズムをもとにして作成した頂点ラベル配置法であり、ラベルが、対応する頂点に接続する辺と重なることを許している。従来手法 1 では、頂点と対応するラベル間の距離 ϵ の値として 0 と 0.05 を試した。従来手法 2 は、各頂点を中心とする 1 辺 $2r$ の正方形に接するようにラベルを配置するが、この r の値としても 0 と 0.05 を用いた。また、提案手法において、3.2 で述べた θ には、頂点ごとに異なる値 \tan^{-1} (ラベルの高さ/ラベルの幅) を用いた。使用計算機の CPU は Core2 Duo E8500、使用計算機言語は C である。

表 1 に、頂点数 50, 辺数 70, ラベルの高さ 0.3 の場合の平均ラベル配置率と平均実行時間を示す(他の場合の結果も同様の傾向を示していた)。提案手法は、3 つの

方法の中で、最も高いラベル配置率を達成することができている。

表 1 実験結果

| | 配置率 [%] | 時間 [ms] |
|------------------------------|---------|---------|
| 従来手法 1 ($\epsilon = 0$) | 54.8 | 1.6 |
| 従来手法 1 ($\epsilon = 0.05$) | 61.6 | 1.6 |
| 従来手法 2 ($r = 0$) | 74.6 | 27.6 |
| 従来手法 2 ($r = 0.05$) | 77.8 | 27.8 |
| 提案手法 | 80.5 | 59.8 |

5. あとがき

本研究では、グラフ描画への新しい頂点ラベル配置アルゴリズムを提案した。この方法は、ラベルが、対応する頂点及びそれに接続する辺と重なることを許している。計算機実験を行ったところ、提案手法は既存のラベル配置法より高いラベル配置率を達成することができた。

本研究ではグラフ描画が与えられるものとしたが、提案手法をもとにして、頂点と辺を描く段階でラベルサイズを考慮するアルゴリズムを設計することが今後の課題である。

謝辞：本研究の一部は、科学研究費補助金(課題番号：21500037)の援助を受けて行ったものである。

参考文献

- [1] 杉山公造, グラフ自動描画法とその応用 - ビジュアルヒューマンインターフェース, 計測自動制御学会, 1993.
- [2] K.G. Kakoulis and I.G. Tollis, "A unified approach to labeling graphical features," *Proc. 14th Annual Symp. on Computational Geometry*, pp.347-356, Minneapolis, 1998.
- [3] N. Abe, S. Masuda and K. Yamaguchi, "Placement of vertex labels in a graph drawing," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E87-A, no.10, pp.2774-2779, 2004.
- [4] 阿部 昇, 山口一章, 増田澄男, "グラフ描画へのラベル配置アルゴリズムの実験的評価," 電子情報通信学会論文誌, vol.J88-A, no.5, pp.671-676, 2005.
- [5] 阿部 昇, 増田澄男, 山口一章, "グラフ描画における辺のラベルの配置法," 電子情報通信学会論文誌, vol.J85-A, no.3, pp.306-314, 2002.
- [6] 阿部 昇, 増田澄男, 山口一章, "辺がラベルをもつ無向グラフの描画法," 電子情報通信学会論文誌, vol.J86-A, no.8, pp.848-859, 2003.
- [7] N. Abe, S. Masuda and K. Yamaguchi, "An algorithm for drawing a graph with vertex labels," *Proc. 7th Japan-Korea Workshop on Algorithms and Computation*, Sendai, Japan, pp.267-275, 2003.
- [8] F. Wagner and A. Wolff, "A combinatorial framework for map labeling," *Proc. 6th Int'l Symp. on Graph Drawing (GD'98)*, Lecture Notes in Computer Science, vol.1547, pp.316-331, Springer, Berlin, 1998.
- [9] 阿部 昇, 増田澄男, 山口一章, "グラフ描画における頂点ラベルサイズの最大化," 平成 20 年度 情報処理学会関西支部 支部大会講演論文集, B-02, pp.47-51, 2008.
- [10] T. Kamada and S. Kawai, "An algorithm for drawing general undirected graphs," *Information Processing Letters*, vol.31, no.1, pp.7-15, 1989.