

画素ズレ検出に関する補間法の適用と 数値解析教育の効果

川崎博和[†] 今井慈郎[†] 岩本裕^{††} 増田眞一^{††}

カメラ画像などの画素ズレ問題は、実用的な側面を持つ課題であり、これを数値解析の具体的なテーマとして、関数補間法などを適用することで、どこまで数理的に解析できるかについて学習者に実践的な問題解決手法を勉強させることは、数学的にも、情報処理教育的にも面白い話題である。本報告では、理科系情報処理教育とその演習課題という側面と、実用的な問題解決手法の学習という点に着目して、問題提起、補間法の適用および問題を可視化するという視点からの情報処理課題の事例紹介としても言及する。

Pixel shift detection with Interpolating methods and its Application to Numerical Analysis Education

Hirokazu KAWASAKI[†], Yoshiro IMAI[†],
Yutaka IWAMOTO^{††} and Shin'ichi MASUDA^{††}

Industrial situation, there are some realistic and important problems to detect whether camera images include sub-pixel level noise (namely, pixel shift of image) or not. Camera images are obtained to be digital information which consists of Red signal, Green one and Blue one. In order to detect pixel shift phenomena in such images, it is necessary to determine phase differences among RGB signals by means of sub-pixel unit (precisely, more than 0.1 pixel level) for the standard black line in the picture to be monitored.

In higher Engineering education, advanced computer applications may be more important than computer literacy. So the above realistic problem can sometimes be suitable for information processing education. In our case, we have designed a numerical analysis subject and combine it with introductory science visualization into a practical example of information processing exercise.

This paper will explain outline of pixel shift detection, illustrate how to apply numerical analysis based on interpolating methods into information processing exercise, and describe current status of our case with perspective problems.

1. はじめに

情報リテラシー教育が、かつてのプログラミング言語教育からより実用的なインターネットアクセスやオフィスソフトウェア操作などにシフトする傾向にある。これは文理融合のシンボルであると同時に、マルチメディア教育の方向性と合致しているとも考えられる。特に、高校教科「情報」¹⁾の存在は、これを如何に有効に発展させるかという側面でも大学における情報処理教育の大きな課題となっている。

一方、理科系教育において、数理的思考能力を効率よく学習するための仕組みについて多くの知見が示されているが教育の現場では悩みも深い。数理的思考能力を議論する場合、教材としての物理現象、数値化、解析技術および可視化技術などの取扱いが1つのポイントとなる。すなわち、ある具体的な題材に含まれる問題への数理的アプローチを通じて理科系情報処理教育の具体的事例を示し、情報リテラシー教育とその発展という観点で Case Study の紹介を試みたい。

本稿では、企業より照会のあった具体的な問題を題材に、その物理現象の捉え方と数値化および解析的手法とその結果の可視化を通じて、教材を構成する事例を示す。ここで述べる具体的な問題とは、光学信号の「にじみ」を如何に数値化して改善のための手法を提案できるか、というものである。本稿の構成は以下のようになっている。

まず次節では、企業から照会のあった具体的な問題とその定式化について述べる。第3節では、定式化された問題を解く課程での数理的思考能力を高める工夫について具体的に手順を示し、教育における題材を例示する。第4節では、それまでに述べた一連の問題解決手法を、理科系情報処理教育としてどのように扱うか、数値解析教育の側面から授業イメージを提案する。そして最終節では、まとめと今後の課題について述べる。

2. 問題提起

本節では、前節を受けて理科系情報処理教育としての側面と企業から照会のあった実用的問題としての側面を有する課題の概要について示す。情報処理技術は理科系独自の教育対象ではなく、今や全学で扱うべき教育との位置付けが為される場合が多くなりつつある(特に情報リテラシー教育がその典型)。しかし、専門情報処理教育の必要性は明確であり、共同研究やインターンシップ PBL などにおける学生が有すべき情報処理技術や能力はより実践的で応用力に富んだものが望まれる。そこで、今回のテ

[†] 香川大学 工学部

[†] Faculty of Engineering, Kagawa University

^{††} 株式会社 シーマイクロ

^{††} CMICRO Corporation.

一々は実際に企業から照会のあった題材を基に、それに関する情報処理教育テーマなどと結びつけながら、どのような問題提起が可能かについて検討する。照会のあった題材は撮影した画像がかすかに「にじみ」を有する場合の判定基準を確定したいというテーマであった(事情により題材を局所化しているが本質は示されている)。以下では、画像の「にじみ」を「画素ズレ」の有無という視点から考察する。

画素ズレが発生している画像ファイルでは、画素ズレが発生していないファイルと比較すると、色ににじんでいることが確認できる。このにじみは、画像ファイルからRGBの値を取得し、取得したRGBの値を波として捉えたとき、R,G,Bの波形間における位相のズレによるものだと考えられる。この位相のズレを画素ズレとし、関数の補間法を用いることで、画素ズレを数値化し検出することを目指す(前提条件として、1pixelの画素ズレを起こしているデータであるとする)。

元画像を別々のカメラを用い画像を取り込んだ場合、本来、白黒である元画像に対し、色ににじみが発生した画像を取り込むことがある。図1では、そういった元画像とは異なる、にじみが発生した画像ファイルと、にじみが発生していない画像ファイルを pixel 単位まで確認できるように拡大し、比較したものである。なんらかの原因によりにじみが発生している画像ファイルはにじみが発生していない画像ファイルに対し、本来黒である pixel に青や赤の色が確認できる。

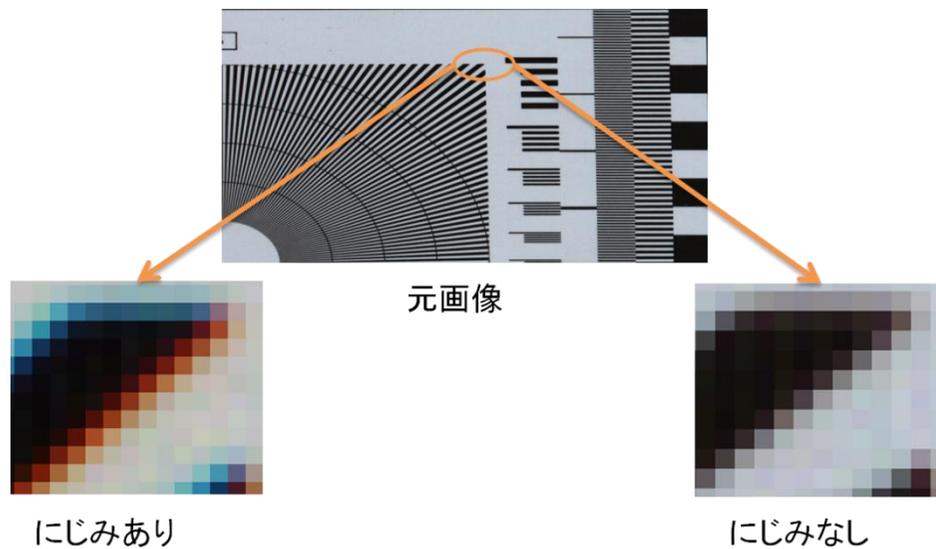


図1 「元画像」に対する「にじみ」あり画素と「にじみ」なし画像との比較

図1のように、にじみが生じるような現象が起こっている場合、pixelに含まれている値にはどのようなことが起こっているか確認するため、にじみが発生している画像ファイル、にじみが発生していない画像ファイルそれぞれについて、水平方向におけるRGBの信号を取り出し、グラフ化したものを図2として示す。

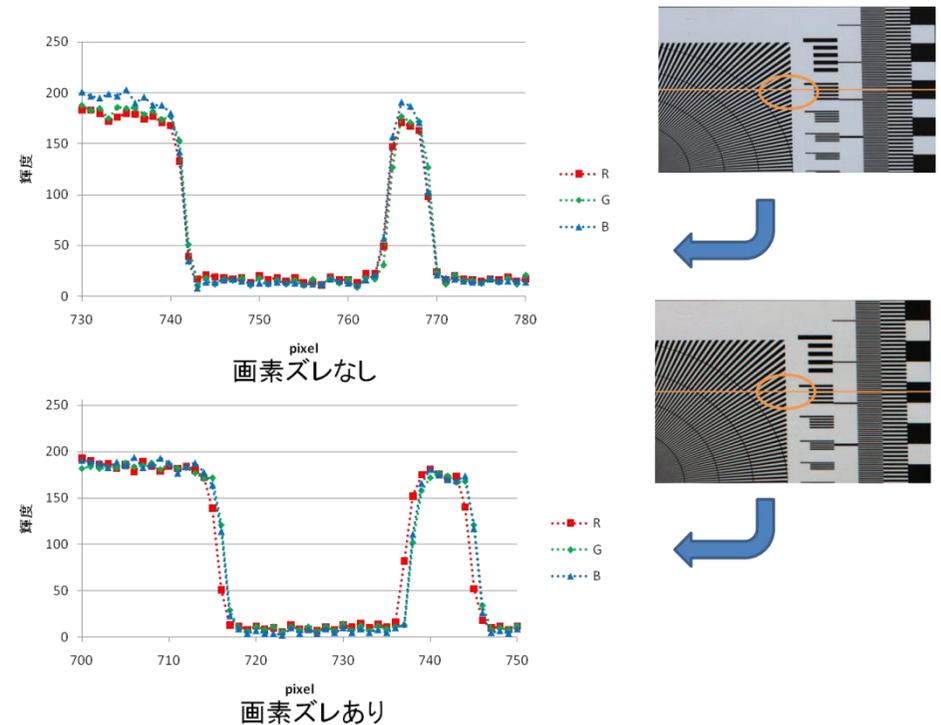


図2 画素ズレの有無におけるグラフによる比較

図2は pixel の R,G,B の値をプロットし、直線でつないだ単純な折れ線グラフである。にじみが発生していない画像ファイルから取得したRGBの信号では、R,G,B各信号の立ち上がり、立ち下がりがほぼ揃っているに対し、にじみが発生している画像ファイルから取得したRGBの信号では、Rの信号がG,Bの信号に比べ、立ち上がり、立ち下がりに微妙なズレが発生していることが確認できる。

図1のように左側が青く右側が赤くにじんでいる場合は、Rの信号がG,Bの信号に比

べ、x 軸に対して、負の方向にズレが生じていると考えられる。このようなズレを肉眼で判断することは困難であり、時間もかかるため、定式化してコンピュータによる判断を行ないたい。RGB の値は離散的な情報であるため、ズレを定式化し数値化することができない。そこで、本稿では、補間法を用いることで、RGB の信号を連続的な値にすることで定式化を行い画素ズレの数値化を行う。

3. 情報処理の題材としての具体的な処理：処理の流れ・補間・可視化

ここでは、RGB の信号から実際に補間法を用いることで波形に近似し、画素ズレを数値化する方法について 3.1 では手順の説明を行う。補間法とは、複数の既知の数値データからその数値データ間を埋める数値を求める方法であり、多くの種類がある。本稿では、補間法の一つとしてラグランジュ補間法を用いた近似を行う。ラグランジュ補間公式については 3.2 で紹介を行う。3.3 では、3.1 の手順で実行した結果を紹介し、3.4 では結果について可視化と考察を行う。

3.1 処理の流れ

処理の流れを以下の (1) ~ (4) に示す。

(1) 画像ファイルからの RGB 値の取得

画像ファイルから水平方向の RGB の値を取得する。実際に、画像ファイルから取得した RGB 値を 3pixel 分グラフ化したものを図 3 として示す。

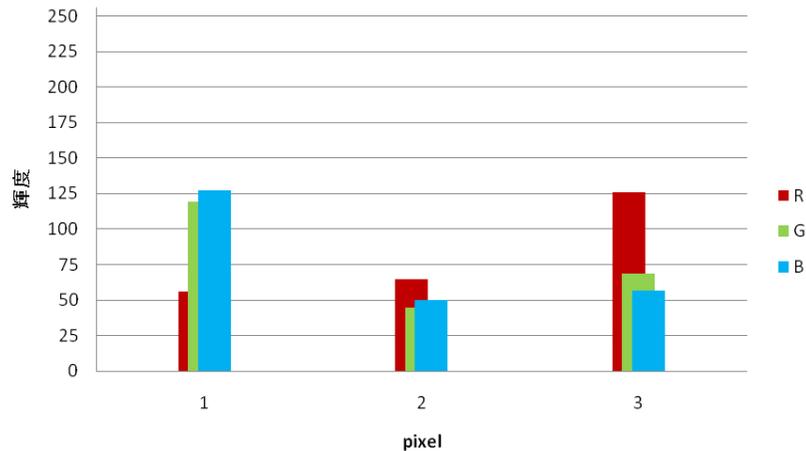


図 3 RGB 値の取得

(2) 補間法を用いた R,G,B 各波形の近似

画像ファイルより得た R,G,B の値は離散的な値であり、画素ズレの数値化を行うためには連続的な値として扱う必要がある。補間法を用い、R,G,B 各波形の近似を行う。

文献 2) 3) にも挙げているが、理系科目として以前は必修科目としても位置付けられていた「数値解析」の教科書では、関数補間の項目がある。この補間法は比較的入門に近いレベルであるが、数学的にも明確で具体的な適用対象があればその効果をより印象付けられると考えられる。

例として図 3 で示した RGB 値に対しラグランジュ補間法を適用し近似したものを図 4 に示す。

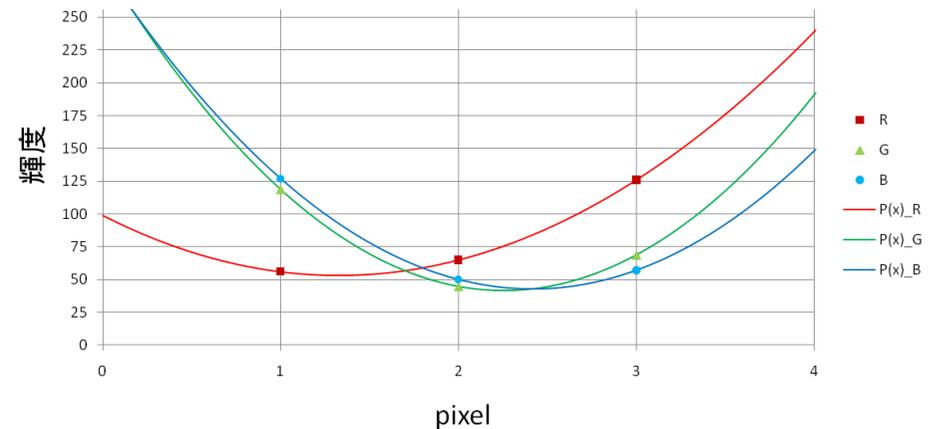


図 4 R,G,B 波形の近似

(3) 近似された R,G,B 各波形に対する最小値の探索

図 4 で近似された R,G,B の波形に対し、各波形の最小値 $R_{min}, G_{min}, B_{min}$ を探索する。本稿では、ラグランジュ補間公式を用い R,G,B の各値について、1/100 pixel まで算出し $R_{min}, G_{min}, B_{min}$ の決定を行った。(図 5) 区間として、ラグランジュ補間公式に使用する両端の点の座標間に対し探索を行った。

最小値を決定する手順は図 4 のような 3 点による近似であれば、代数的にも容易に計算できるが、一般に 5 点以上となれば、解析的な手法にと拠らざるを得ない。本テーマ全体が数値解析の題材としても適していると考えられる所以である。

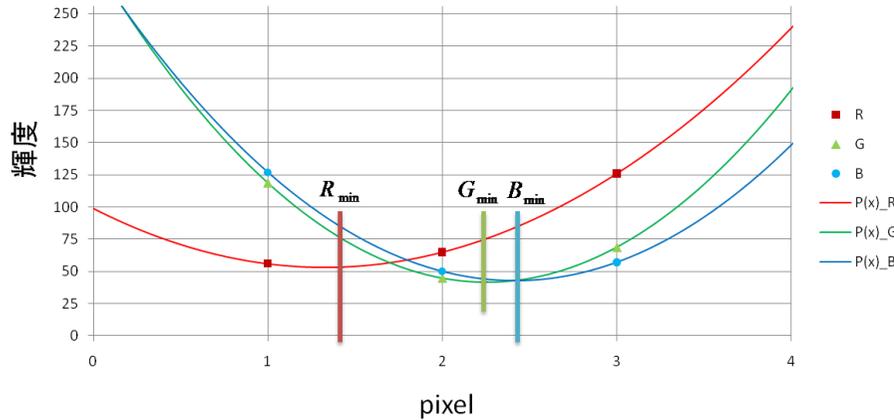


図 5 最小値の探索

(4) 画素ズレの数値化

画素ズレの数値化を次のように仮定する. すなわち, 3つの信号 R, G, B の位相差が画素ズレを生じさせているとすれば, その位相差を, ここでは, 基準信号波形を R としたとき, R と G の画素ズレ R_{Gshift} , R と B の画素ズレ R_{Bshift} , は (3) で決定された各波形の最小値 $R_{min}, G_{min}, B_{min}$ を用いて以下の式①, 式②により算出する. これを具体的に示したものが図 6 である.

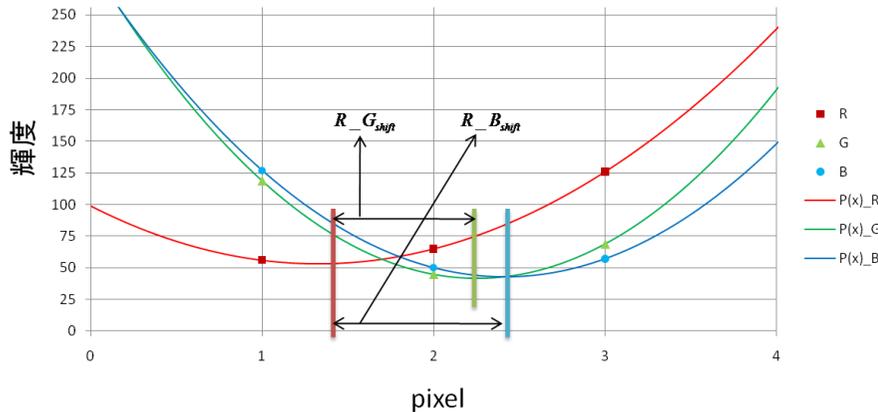


図 6 画素ズレの数値化

$$R_{Gshift} = |R_{min} - G_{min}| \quad ①$$

$$R_{Bshift} = |R_{min} - B_{min}| \quad ②$$

これは仮説 (すなわち現象の理由説明はまだ為されていない) とは言え, 「画像のにじみ」を前述のような定義に従った「画素ズレ」として表現し, 数値化することで定量的な判断基準を与える試みと捉えることができる. また, 処理の結果を図 6 のような形で可視化して見せることができる.

これは「画像のにじみ」という現象を, 物理的あるいは数学的に扱い, 情報処理的手法で数値化する過程を具体的に示すことのできる題材となっている.

3. 2 ラグランジュ補間公式について

数値解析における正確な説明は参考文献 2) 3) に譲ることとし, 本稿ではラグランジュ補間公式を用い R, G, B それぞれの関数を近似する. 適用したラグランジュ補間公式は, 以下の式③で表現される.

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n f(x_j)L_j(x) \quad ③$$

$$L_j(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{j-1})(x-x_{j+1})\dots(x-x_n)}{(x_j-x_0)(x_j-x_1)\dots(x_j-x_{j-1})(x_j-x_{j+1})\dots(x_j-x_n)} \quad ④$$

ラグランジュ補間公式では使用する座標数を増やすことで, 近似により求められる関数が異なる. そこで, 今回は与える座標数を 3~10 個とし, RGB 波形の近似に最も適切な座標数の決定を行う必要がある.

一般に数値解析などの講義では, より踏み込んで考察する時間や適切な題材に苦慮する場合も少なくないが, 画素ズレの判定基準の策定という課題であれば, 原理的には様々な資料や画像にじみのパターンが入手できる可能性も増加する.

3. 3 実行

通常, 数値解析の演習では, C 言語プログラミングの適用に代表される「プログラミングサイド」の扱いと表計算の活用という「情報リテラシーの発展」という扱い方が考えられる. ここでは可視化の容易性を勘案して, まず Excel を用い, ラグランジュ補間法を用い与える座標数を 3 点~10 点において, 画素ズレを数値化したものを表 1 で示す. 表 1 より, 与える座標数が 6 点を超えると, 1pixel の画素ズレという前提条件と大きく異なる画素ズレの値が算出されていることが確認できる.

表 1 与える座標 3～10 点の画素ズレ

使用する点の個数	R, G 間のズレ [pixel]	R, B 間のズレ [pixel]
3	0.93	1.09
4	0.78	1.02
5	0.86	1.05
6	4.22	4.27
7	4.15	1.07
8	5.33	5.27
9	5.31	5.26
10	5.39	5.34

この結果は今後の問題の発展に繋がることになる。後述する今後の課題案件でも触れるが、画素ズレはサブピクセル（すなわち、0.1pixel 単位）で生じている場合、場合によって、画素ズレすなわち、「画像のにじみ」をあまり感じない場合と感じる場合で認識が分かれることがある（もちろん個人差はあるが）。これを統計的に処理することで、より対象を広げた「画像のにじみ」の有無を判定する数値的基準を仮定することも可能となる。

統計処理の問題へ発展させることで、同じく理科系科目「確率・統計」の応用問題を提供することもできる。ここでもプログラミング派と Excel 派に分かれるかもしれないが、どちらも演習としては効果的な題材となる可能性がある。

3. 4 可視化と考察

図 7、図 8 は実際にラグランジュ補間公式に 5 点、9 点を与え波形を近似したものである。図 7 の波形と図 8 の波形を比較すると、近似された R の波形 $P(x)_R$ の最小値を取っている位置が変化していることが確認できる。この最小値の位置の変化により、前提条件と大きく異なる画素ズレの値が算出されている。このような最小値の位置の変化はルンゲ現象³⁾が起こったためだと考えられる。以上のような理由から、本例題に関する場合、補間公式に与える座標数は 3～5 と少ないほうが良いことが確認できる題材となっている。

このような場合でも、ルンゲ現象などの具体例を可視化することができ、より理解が容易な形で説明を行うことが可能となる。比較的抽象的な議論が中心となる題材も可視化することで、学習者の理解は深まり、発展問題への対応に対しても期待できる可能性が高まる。

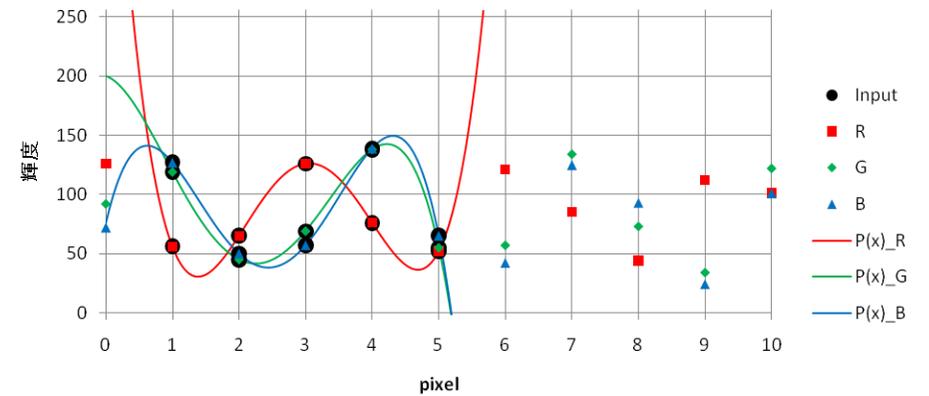


図 7 ラグランジュ補間公式による波形の近似（座標 5 点の場合）

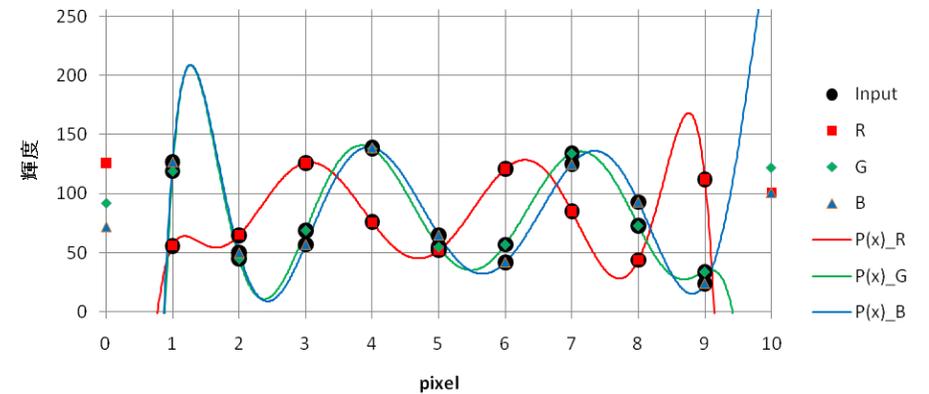


図 8 ラグランジュ補間公式による波形の近似（座標 9 点の場合）

4. 数値解析教育としての授業イメージの提案

理系情報処理教育においては、数学・物理・化学などの関連を適切な題材の中からテーマや例題を選び、効率よく実施できれば望ましい（従って、効果的な関連付けを意識させる授業の工夫も必要となる）。

問題解決の中に、試行錯誤が避けて通れないようになっている題材はそれだけでも教育効果が高まると言える。自らが導出して結果を「吟味」することで、周囲への観察力が要請され、より理解が深まる。具体的には、トレードオフの問題がある。前節でも述べたが、画素点は必要なだけ用意可能であるが、問題によっては「ルンゲ現象」を誘発させる場合がある点を具体的に理解できると適用能力をより高くすることも期待できる。

あるいは、問題解決を進める上で、別のテーマが誘発されるケースも教育効果を高める。具体的には、最小値を決定する手法として「方程式の解」に関する手法の導入が必要となる。ラグランジュ補間関数が3次式以上の次元になれば、数値解析的手法を用いて解く必要が生じる。例えば、ニュートン（ラフソン）法などの活用となる。これは、数値解析の入門テーマの1つであるが、単独で扱うのではなく、高位の問題解決の途中で必要に迫られれば、より教育効果も高まることが期待される。可視化という側面でも、適切な題材と言える。

授業イメージとしては、次の2つに分類される。1つ目は講義主体の授業である。例えば、「画像のにじみ」という現象を数値化するという観点から本報告において紹介したような手順で説明を進め、(1)関数補間や関数近似の題材として具体的に紹介、(2)画素ズレの数値化あるいは定式化、(3)「画像のにじみ」現象の数値化を行う過程に数値解析的手法を順序良く配置、(4)数値解析の効果を具体的に提示、という流れが考えられる。この場合、実際の題材が行列・行列式、微分・積分、微分方程式などと多岐に亘る為、セメスタの4分の1程度の時間を割り当てることになる。

2つ目は演習テーマとしての扱いである。この場合、問題の概略だけを示すことで、演習時間の配分は履修者である学生に任せることも可能であり時間的制約も幾分緩和されるが、3節で述べたようなチェックポイントを設けないと進度が履修者ごとにまちまちとなり、教育効果にばらつきが生じる。

5. おわりに

企業から照会のあった事例を基に、画素ズレの検出とその数値化について1つの処理過程を具体的に示した。一方、これはある実用的な題材に基づき、数値解析的手法を用いて定式化を試み、結果を可視化しながら示す演習問題の実例となっている。そこで、2つの側面から結果を考察し、報告のまとめとすると共に、今後の課題についてもこの場を借りて議論したい。

まず、画素ズレの検出問題について述べる。ラグランジュ補間公式を用い RGB の

波形を近似し、画素ズレの数値化を行った。今後の予定として、以下のことを行っていきたくと考えている。

- ・補間公式に与える適正座標数を、明確に決定
方法として、テストパターンより複数の区間において、画素ズレの数値化を行い、閾値の決定を行うことで、適正座標数の決定を行っていきたく。
- ・ラグランジュ補間公式以外の補間法を用い、画素ズレを数値化し、ラグランジュ補間公式を用いた場合との、比較評価を実施し、より効率の良い手法について検討する。

画素ズレ(pixel shift)に関しては必ずしも十分な研究背景を確認できていない。光学機器メーカーより研究成果が出ている可能性があるが、あるいは企業秘密に属する事案も含まれ、公開されていない可能性もある。教育の現場としては少し残念である。関係する情報として、米国企業の文献(4)を入手したが、報告者らのアプローチとはかなり異なっていた。今後も先行研究調査を継続したい。

次に数値解析を含む理系情報処理教育への展開という側面でも、実施時間、講義形式か演習形式かの選択、4節でも述べたが、県警する教育テーマとの関係付けや順序関係の整備なども検討すべき課題となっている。そして教育効果を計る仕組みについても検討すべきテーマである。本研究会での議論でより多角的な課題解決への助言も期待したい。

謝辞

シーマイクロ社の大林征夫氏をはじめとする共同研究チームには、画素ズレ問題の定式化に関して、半年にわたり議論をお願いし、大変お世話になりました。言い古された言葉ですが、貴重な議論によって今回の報告が可能になったと言っても過言ではありません。貴重なデータをいただいたシーマイクロ社の大賀誠氏にも謝意を表します。問題提起に加え、氏の助言や支援で研究の進捗が加速されたことは間違いありません。敢えてお名前までは明記いたしません。シーマイクロ社各位、また共同研究者でもある堀幸雄博士(香川大学 総合情報センター)をはじめとする香川大学関係各位には、多くの局面でご協力をいただきました。改めてお礼を申し上げます。

参考文献

- 1) 情報処理学会, <http://www.ipsj.or.jp/12kyoiku/Highschool/credit.html>
- 2) 三井田, 須田著:「数値計算法(第2版)」森北出版(2000) pp.28-35
- 3) 森正武著:「数値解析」共立出版 p173
- 4) http://www.semrock.com/Data/Documents/805_Semrock%20Reprint.pdf