

B-07

頂点が大きさをもつグラフの描画アルゴリズム An Algorithm for Drawing Graphs with Rectangular Vertices

阿部 昇[†] 増田 澄男[‡] 山口 一章[‡]
Noboru Abe[†] Sumio Masuda[‡] Kazuaki Yamaguchi[‡]

1. まえがき

グラフを平面上に描いたものをグラフ描画と呼ぶ。グラフを用いることで様々な構造の表現が可能となり、適切なグラフ描画を用いることでその構造の理解が容易になる。構造の各構成要素の名称あるいは属性をグラフ描画中に明示するとき、それらは、通常、頂点のラベルとして表わされる。一方、構成要素間の関係に関する情報は、辺のラベルとして表現される。

本論文では、グラフの頂点と辺のみを平面上に描いたものを描画と呼び、これにラベルを配置したものをラベル付き描画と呼ぶことにする。よいグラフ描画を得るためのアルゴリズムについて広く研究が行われている [1]。ラベル付き描画を求めるアルゴリズムについては、ラベルサイズを考慮しない描画アルゴリズム ([12] など) で頂点と辺を描いた後、その描画中にラベルを配置する方法が多数知られている [2] ~ [6]。また、頂点と辺を描く段階でラベルのサイズを考慮することにより、より高いラベル配置率を達成することを可能とする方法 [7], [8] も知られている。

一般に、ラベル配置問題は、ラベル数最大化問題及びラベルサイズ最大化問題の 2 つに分けられる。前者は、各ラベルのサイズが固定されているという条件のもと、できるだけ多くのラベルの配置を目指すものであり、文献 [2] ~ [6] のグラフ描画に対するラベル配置法ではこの問題を扱っている。

ラベルサイズ最大化問題は、ラベルをもつ全てのオブジェクトにラベルを配置するという条件のもと、ラベルサイズをできるだけ大きくするという問題である。ラベル数最大化問題に対する一般的な発見的手法として Wagner らのラベル配置法 [9] が知られているが、この方法を繰り返し適用することで、西山ら [10] は地図中の地点に対するラベルサイズ最大化アルゴリズムを、筆者ら [11] はグラフ描画中の頂点に対するラベルサイズ最大化アルゴリズムを、それぞれ提案している。これらの手法では、達成すべきラベル配置率 P [%] が指定されたときに、配置率が P 以上になるラベル配置で、ラベルサイズができるだけ大きいものを求めるという、ラベルサイズ最大化問題に対する一般化も行っている。

本研究では、頂点と辺を描く段階でラベルのサイズを考慮してラベル付き描画を求めるアルゴリズムを考える。

提案手法では、文献 [6] のアルゴリズムを繰り返し適用することでラベルサイズ最大化問題の近似解を得た後、その解をもとに頂点の位置を修正するという処理を繰り返す。また、提案手法は、各頂点をあらかじめ定められたサイズ (あるいはそれを縮小したサイズ) の軸平行長方形で表すようなグラフ描画法へと拡張できる。

以下、2. では、文献 [12] のグラフ描画法及び文献 [6] のラベル配置法を簡単に紹介する。3. で提案手法について説明し、4. では計算機実験の結果を示す。最後に、5. で本研究の結果をまとめ、今後の課題について述べる。

2. 既存のグラフ描画法及びラベル配置法

本章では、まず、頂点がラベルをもたない無向グラフを描画対象としたグラフ描画法である川西ら [12] のアルゴリズムについて簡単に説明する。そして、グラフ描画中の頂点へのラベル配置を行う文献 [6] の方法について簡単に述べる。

2.1 川西らのグラフ描画アルゴリズム

本節では、頂点がラベルをもたない無向グラフの描画法である川西らのグラフ描画アルゴリズム (以下、川西法と呼ぶ) について簡潔に述べる。川西法は、与えられたグラフ G の頂点を初期配置した後、頂点間に働く力に基づいて各頂点 i の移動をある定数 M 回繰り返すものである。隣接頂点 i, j 間に働く力 $f_{i,j}$ 、及び非隣接頂点 i, j 間に働く力 $f'_{i,j}$ を、次のように定めている ($f_{i,j} > 0$ ならば引力、 $f_{i,k} < 0$ ならば斥力となる。 $f'_{i,j}$ も同様である。力は方向と大きさをもったベクトル量であるから、厳密には、以下の式の右辺に力の方向に応じた単位ベクトルをかけるべきであるが、本論文では、簡単のため省略する。)

$$f_{i,j} = C_1 \left(\sqrt{\frac{d_{i,j}}{\ell_{i,j}}} - \frac{\ell_{i,j}}{d_{i,j}} \right) \quad (1)$$

$$f'_{i,j} = \frac{C_2}{\ell_{i,j}} \left(\sqrt{\frac{d_{i,j}}{\ell_{i,j}}} - \frac{\ell_{i,j}}{d_{i,j}} \right) \quad (2)$$

ここで、 C_1, C_2 は正の定数であり、 $d_{i,j}$ は頂点 i, j 間の描画中の距離である。また、 $\ell_{i,j}$ は頂点 i, j 間の理想距離であり、 G 上の i, j 間の最短パスの長さ (パス上の辺の数) として定義される。

川西法の後半では、任意の頂点 i と、 i に接続していない辺 $e = (a, b)$ の近接を減らすため、 e の中点 k から i

[†]大阪電気通信大学, Osaka Electro-Communication University

[‡]神戸大学, Kobe University

に働く力も定義している．まず， e の中点 k と i との間の理想距離 $\ell'_{i,k}$ を次のように定めている．

$$\ell'_{i,k} = \frac{\ell_{i,a} + \ell_{i,b}}{2} \quad (3)$$

そして， k と i の間に働く力を次のように定めている．

$$f''_{i,k} = \frac{C_3}{d'_{i,k}} \log \left(\frac{d'_{i,k}}{\ell'_{i,k}} \right) \quad (4)$$

ここで， $d'_{i,k}$ は i と k との間の描画中の距離である．また， C_3 は正の定数である．この力は，頂点 i のみに， i から k の方向に働く ($f''_{i,k} > 0$ ならば引力， $f''_{i,k} < 0$ ならば斥力となる)．ただし， $\angle iab$ と $\angle iba$ が共に鋭角となる場合 (以下，これを， i は e に対面するという) にのみ働くものとしている．

川西法の概略は下記の通りである．なお，本研究では，頂点が存在できる領域 R を，一辺の長さが D の正方形領域とする．

- (1) 各 2 頂点 i, j に対し，理想距離 $\ell_{i,j}$ を求める．
- (2) 各頂点 i と，それに接続していない各辺 e の中点 k に対し， i, k 間の理想距離 $\ell'_{i,k}$ を求める．
- (3) 頂点を半径 $D/2$ の円の周上に等間隔に初期配置する．
- (4) $I = 1, 2, \dots, M$ について，次の (4-a) を実行する．
 - (4-a) 各頂点 i に対して，
 - (4-a-1) i 以外の各頂点 j に対して $f_{i,j}$ あるいは $f'_{i,j}$ を計算する． $I \geq M/2$ であれば各辺の中点から i に働く力 $f''_{i,k}$ も計算する．これらの合力を求めて F_i とする．
 - (4-a-2) F_i の向きに，その大きさの C_4 倍だけ i を移動させる．

2.2 頂点とラベルの重なりを許したラベル配置法

筆者らは，文献 [6] において (ラベルサイズを考慮しない) グラフ描画アルゴリズムにより得られる描画に対する，新しい頂点ラベル配置アルゴリズムを提案した．この手法は，従来の頂点ラベル配置法より高いラベル配置率を達成するため，図 1 のように，ラベルと，対応する頂点 (及び接続する辺) との重なりを許すことを考えたものである (図中，各ラベルを軸平行長方形で表している) ．

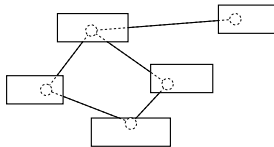


図 1 頂点と重なる位置へのラベル配置の例

この手法では，まず各頂点に対し，対応する頂点 (及び接続する辺) との重なりを許すという条件のもと，いくつかのラベル配置位置の候補 (ラベル候補と呼ぶ) を作成する．その後，ラベル候補同士の重なりをとるための処理，及び Wagner らのラベル配置法 [9] で用いられているいくつかのルールを組み合わせ，最終的なラベルの位置を決定する．そして，アルゴリズムの最後で，次の 4 種類の力を用い，各ラベルの位置を修正する後処理を行う．

- post1 頂点 i のラベル λ_i の中心をなるべく i に近づける力．
- post2 極端に短い，あるいは長い辺の存在を避ける力．
- post3 頂点 i のラベル λ_i と， i に接続しない辺の近接を避ける力．
- post4 ラベル同士の接近を回避する力．

以下，この後処理について述べる．上記のような力を各頂点 i のラベル λ_i に働かせ，その合力に基づいて λ_i を移動させる．post1 については， λ_i の中心から i に向かう方向に，

$$F^{(1)}(\lambda_i, i) = C_5 \cdot d_{\lambda_i, i} \quad (5)$$

なる大きさの力を， λ_i に対して働かせる．ここで， $d_{\lambda_i, i}$ は λ_i の中心と i 間の距離である．

post2 については，2.1 で述べた川西法の隣接頂点間の力 (式 (1)) と同様の力を考える．ラベルによって覆われる部分を除いた辺 (i, j) の長さ $\delta_{i,j}$ が，ある閾値 th_1 以下，あるいは別のある閾値 th_2 以上のとき，下記の力 $F^{(2)}(\lambda_i, \lambda_j)$ を i のラベル λ_i と j のラベル λ_j の間に働かせる．

$$F^{(2)}(\lambda_i, \lambda_j) = C'_1 \left(\sqrt{\frac{\delta_{i,j}}{\ell_{i,j}}} - \frac{\ell_{i,j}}{\delta_{i,j}} \right) \quad (6)$$

post3 については，以下のような力を考える． i のラベル λ_i 及び i に接続しない辺 $e = (a, b)$ があり， λ_i が e に対面する部分をもつものとする． λ_i と e との間の距離 (最も近い場所の距離) を $d_{\lambda_i, e}$ とする． $d_{\lambda_i, e}$ がある閾値 th_3 より小さいとき，下記の力 $f_{\lambda_i, e}$ を λ_i に働かせる．

$$F^{(3)}(\lambda_i, e) = C_6 \cdot Ly \quad (7)$$

ここで， Ly はラベルの高さである．なお， λ_i が e と対面する部分をもたない場合，この力は働かせない．

post4 については，以下のような力を働かせる．まず，各ラベルを上下左右に $C_7 \cdot Ly$ だけ拡大した上でコンフリクトグラフ (詳細は文献 [9] を参照されたい) を作り，その連結成分を求める．連結成分中の各頂点にあたるラベルは接近して配置されていることになる．そして，各連結成分 $Comp$ に対し，次のような処理を行う．ここで，右辺があるラベル λ の左辺より左側にあるラベルを λ の左側に存在するラベルと呼ぶことにする． λ の右側，上側，及び下側に存在するラベルも同様に定める．

- (a) $Comp$ 中の全ラベルを内包する最小の軸平行長方形 $rect$ を求め, $Comp$ 中のラベルのうち, その中心が $rect$ の中心と最も近いもの λ_c を求める.
- (b) ST を空のスタックとし, 連結成分中のラベルのうち, λ_c の左側に存在するものを, 左辺が左にあるものから順に入れる.
- (c) ST が空になるまで以下の (c-1) ~ (c-3) を繰り返す.
 - (c-1) ST から一つ要素を取り出し, λ とする.
 - (c-2) λ に大きさ $C_8 \cdot Ly$ の左方向への力を加える.
 - (c-3) ST 中のラベルのうち, λ の左側に存在し, かつ λ の上側及び下側には存在しない各ラベルに対し, 大きさ $C_8 \cdot Ly$ の左方向への力を加える.
- (d) λ_c の右側, 上側及び下側に存在する $Comp$ 中のラベルに対しても, (b), (c) と同様にして大きさ $C_8 \cdot Ly$ のそれぞれの方向への力を加える.

図 2 に例を示す. 図中の矢印は, 力の大きさと方向を表している. 図において, $\lambda_1 \sim \lambda_3$ は, λ_c の左側に存在するため, 大きさ $C_8 \cdot Ly$ の左方向への力が加えられる. さらに, λ_2 は, λ_1 の左側に存在し, かつ λ_1 の上側及び下側には存在しないため, λ_1 の 2 倍の大きさの力が加えられる. λ_3 は, λ_1 の左側に存在するが, λ_1 の下側にも存在するため, λ_1 と同じ大きさの力しか加えられない.

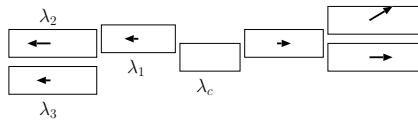


図 2 ラベル同士の接近を回避するための力

この手法における後処理全体の手順 † は下記の通りである.

- † (A) ~ (C) を 5 回繰り返す.
 - (A) 各頂点 i のラベル λ_i に対し, post1 ~ post4 の力の合力 F_{λ_i} を求める.
 - (B) 各 λ_i に対し, F_{λ_i} の方向に, i に接続しない辺や他のラベルと重ならず移動できる距離 (余裕度と呼ぶ) を求める.
 - (C) 各 λ_i に対し, 余裕度の大きい順に次の (C-1) ~ (C-5) を行う.
 - (C-1) $C_9 = C_{9def}$ (C_{9def} : 正の定数) とする.
 - (C-2) $C_9 < C_{9def}/4$ ならば, λ_i の移動を終了する.
 - (C-3) λ_i を F_{λ_i} の方向に $C_9 \cdot F_{\lambda_i}$ だけ移動させる.
 - (C-4) λ_i が次の 2 条件を満たすならば, λ_i の移動を終了する.
 - (i) i に接するか重なっている.
 - (ii) i 以外の頂点, i に接続しない辺, 及び他のラベルと重ならない.

- (C-5) λ_i を元の位置に戻し, $C_9 = C_9/2$ とした後, (C-2) へ戻る.

3. 提案手法

本節では, 頂点ラベルのサイズを考慮したラベル付き描画を得るアルゴリズムを提案する. 提案手法は, 2.2 で述べた手法と同様, 頂点 i のラベルが i 及び i に接続する辺と重なることを許している.

提案手法は, 大きく 3 つのステップから成る. 最初のステップでは川西法と全く同様の処理を行い, 次のステップにおいてラベルのサイズを考慮して頂点やラベルの移動を行う. そして, 最後のステップにおいて, 最終的なラベル付き描画を得る.

提案手法の概略は以下の通りである. なお, 下記の (2) や (3-a) では, 入力として与えられた各頂点のラベルサイズ (基本サイズと呼ぶ) より拡大・縮小したサイズのラベルを扱う. 基本サイズに対するラベル拡大倍率を, 単に倍率と呼ぶことにしている.

- (1) 2.1 で述べた川西法と同様の処理を行う.
- (2) 倍率が 1 を超えるか, あるいは, $cont$ 回連続で倍率の増加が非常に小さな値 C_{10} 以下であるようになるまで (2-a), (2-b) を繰り返す.
 - (2-a) 2.2 で述べた手法を繰り返し適用することで, ラベルサイズ最大化問題の近似解 (倍率及びラベル付き描画) を得る.
 - (2-b) 頂点ラベルの配置位置を確保するためのいくつかの力を用い, 頂点やその頂点のラベルを移動させる.
- (3) 以下のようにして, 最終的なラベル付き描画を得る.
 - (3-a) 倍率が 1 を超えるなら, 得られたラベル付き描画のラベルを, 倍率が 1 になるよう縮小する.
 - (3-b) 倍率が 1 であるなら, そのラベル付き描画を出力する. そうでなければ, 得られたラベル付き描画からラベルを除き, ラベルサイズを基本サイズとして 2.2 で述べた手法を適用し, ラベル付き描画を得る.

(1) において川西法を用いる理由は, (2) の開始時に, よいグラフ描画が与えられた方が, 最終的に得られるラベル付き描画も良好なものになると考えられるためである. また, 川西法において得られるグラフ描画は, 頂点と辺との近接が少なく [12], 頂点のラベル配置に適していると考えられる.

(3-a) の終了時点で得られているラベル付き描画では, (倍率が 1 未満である場合も含めて) 全ての頂点のラベ

ルが配置されている．よって，提案手法は，各頂点をあらかじめ定められたサイズ（あるいはそれを縮小したサイズ）の軸平行長方形で表すようなグラフ描画アルゴリズムへの拡張が可能である．

以下，まず，3.1 において上記の手順の (2-b) について述べ，次に 3.2 において (2-a) について述べる．

3.1 頂点ラベルの配置位置を確保するための力

本節では，頂点ラベルの配置位置を確保するためのいくつかの力について述べ，それらに基づいた頂点やラベルの移動方法について述べる．まず，頂点ラベル配置位置の確保であるが，これは，2.2 で述べた手法の後処理の post1 ~ post4 で用いていたものと類似した力を頂点にも働かせることで行う．

post1 については，式 (5) の $F^{(1)}(\lambda_i, i)$ と同じ大きさの逆向きの力 $F^{(1)}(i, \lambda_i)$ を，頂点 i にのみ加える．これを post1' と呼ぶことにする．post1' では，ラベルには力を加えない．

post2 及び post4 については，2.2 で述べたそれぞれの条件を満たすとき，それぞれ 2.2 で述べたものと同じ力をラベル及びラベルをもつ頂点の両方に働かせるものとする．これらの力を post2' 及び post4' と呼ぶことにする．

post3 については，2.2 のものと同じ条件のとき，式 (7) の $F^{(3)}(\lambda_i, e)$ と同じ力を頂点 i とそのラベル λ_i の両方に加える．さらに，頂点 a と b 及びそれらのラベル λ_a ， λ_b に， $F^{(3)}(\lambda_i, e)$ と同じ大きさの逆向きの力を加える．これを post3' と呼ぶことにする．図 3 に post3' で働く力の例を示す．

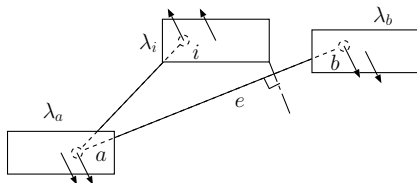


図 3 post3' において頂点及びラベルに働く力

以下，提案手法における頂点とそのラベルの移動の手順 ‡ を記す．

‡ 現在の描画全体の辺交差数を求めた後，(A') ~ (D') を一度だけ行う．

- (A') 各頂点 i 及びそのラベル λ_i に対し，post1' ~ post4' の力の合力 F_i 及び F_{λ_i} を求める．
- (B') 各 λ_i に対し， F_{λ_i} の方向への余裕度を求める．
- (C') 各 λ_i 及び i に対し，余裕度の大きい順に次の (C'-1) ~ (C'-6) を行う．
 - (C'-1) $C_9 = C_{9def}$ とする．
 - (C'-2) $C_9 < C_{9def}/4$ ならば， λ_i 及び i の移動を終了する．

(C'-3) λ_i を F_{λ_i} の方向に $C_9 \cdot F_{\lambda_i}$ だけ移動させる．

(C'-4) i を F_i の方向に $C_9 \cdot F_i$ だけ移動させる．この結果， i が領域 R 外に出てしまうなら， i を R 内の最も近い場所に移動させる (λ_i も i と同じ方向へ同じ距離だけ移動させる) ．

(C'-5) 辺交差数が増加せず，かつ処理 † の (C-4) の条件 (i) と (ii) を満たすならば， λ_i 及び i の移動を終了する．

(C'-6) λ_i 及び i を元の位置に戻し， $C_9 = C_9/2$ とした後，(C'-2) へ戻る．

(D') 処理 † の (A) ~ (C) を一度だけ行いラベルのみを移動させる．

3.2 ラベルサイズの最大化

本節では，提案手法において使用する，ラベルサイズ最大化問題の近似解を得る方法について述べる．Wagner らのラベル配置法 [9] を繰り返し適用することで，西山ら [10] は地図中の地点に対するラベルサイズ最大化アルゴリズムを，筆者ら [11] はグラフ描画中の頂点に対するラベルサイズ最大化アルゴリズムを，それぞれ提案している．本研究で扱うラベルサイズ最大化問題は，2.2 で述べた手法を繰り返し適用し，全ての頂点にラベルを配置できるようにできるだけ大きいラベルサイズを求める問題となる．

まず，1 回目の繰り返しにおける処理について述べる．各頂点に対し，頂点とラベルの重心が一致する位置に 1 つずつラベル候補を作成する．そして，下記のようなラベルサイズ最大化問題の解となり得る倍率を求める．

- (i) i のあるラベル候補 l が， i 以外の頂点，あるいは i に接続しない辺と接触する最小の倍率（これを lim_l とする）．
- (ii) ラベル候補 l と l' の接触する倍率．ただし， lim_l と $lim_{l'}$ のいずれか，あるいは両方より大きい場合には除外する．

各頂点の座標と基本ラベルサイズから，上述のような倍率を求める．この時点では，各頂点に対してラベル候補は 1 つであるから，これらのうちの最小の倍率 s_1 が解となる．各ラベル候補に倍率 s_1 から得られるサイズのラベルを配置し，3.1 で述べた方法により，頂点とラベルの移動を行う．

次の繰り返し以降では，前回の倍率から得られるサイズのラベルに対し，2.2 で述べた手法の手順に基づいてラベル候補を作成する（詳細は文献 [6] を参照されたい）．また，前回の繰り返しの最後で得られたラベル位置もラベル候補に加える．そして，上述の (i)，(ii) のような倍率を求め，それらの集合を S とする．ここで，3.1 で述べた通り，各頂点 i に対して， i とそのラベルの移動は，

i のラベルが他のラベルや i 以外の頂点、及び i に接続しない辺と重ならないように行われる。このため、前回の繰り返しで得られた倍率及びラベル配置位置を用いれば、全ての頂点に対してラベルの配置が可能となる。よって、前回の繰り返しで得られた倍率を s_1 として集合 S に加え、 s_1 より小さい倍率は S から除く。また、ラベル候補をもたない頂点が現れる最小の倍率を求め、これより大きい倍率も S から除く。

このように更新した S を $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ ($s_1 < s_2 < \dots < s_m$) とする。そして、 S 中の各倍率に対して 2.2 で述べた手法を実行し、全ての頂点にラベルを配置できる最大の倍率を求める。 S 中の最大倍率 s_m から始めて、全頂点にラベルの配置が可能になるまで、2.2 で述べた手法を繰り返し実行する方法も考えられるが、本研究では、2.2 で述べた手法の実行回数を減らすため、2 分探索の要領で解となる倍率を探していく。具体的には、まず S の要素をソートし、探索の範囲 $Range$ を S 全体とする。そして、 S の中央値 $s_{\lfloor(1+m)/2\rfloor}$ を倍率として 2.2 で述べた手法を実行し、ラベルを配置できない頂点があれば $Range$ を $\{s_1, s_2, \dots, s_{\lfloor(1+m)/2\rfloor-1}\}$ とする。全頂点にラベルの配置が可能なら、倍率 $s_{\lfloor(1+m)/2\rfloor}$ と各ラベルの位置を記憶し、 $Range$ を $\{s_{\lfloor(1+m)/2\rfloor+1}, s_{\lfloor(1+m)/2\rfloor+2}, \dots, s_m\}$ として、同様の処理を再帰的に実行する。また、2.2 で述べた手法の各実行の途中で、ラベル候補が全て削除された頂点が現れれば、その時点で 2.2 で述べた手法の実行を打ち切り、 $Range$ を $\{s_1, s_2, \dots, s_{\lfloor(1+m)/2\rfloor-1}\}$ とする。そして、最後に記憶された倍率とラベル位置に対し、3.1 で述べた方法により、頂点とラベルの移動を行う。

ただし、2.2 で述べた手法はヒューリスティックであるため、全頂点にラベルの配置が可能な倍率を見つけれないことがある。このような場合には、前回の繰り返しで得られた倍率 s_1 とそのラベル位置に対し、頂点とラベルの移動を行う。これにより、頂点及びラベルが移動され、以降の繰り返しでより大きい倍率にたどり着ける可能性が生じる。

4. 計算機実験

(頂点数, 辺数) が (40, 60), (50, 55), (50, 70) の連結無向グラフをランダムに 50 個ずつ作成した。ラベルの高さは 0.2 あるいは 0.3 で一定とし、ラベルの幅は高さの 2 ~ 5 倍の範囲で頂点ごとに定めた。頂点が存在できる領域 R は一辺の長さが $D = 10$ の正方形領域とした。

提案手法で用いる各定数は、予備実験の結果次のように定めた。川西法でも用いている定数である $C_1 \sim C_4$ 及び M は、文献 [12] と同様、 $C_1 = 2.0$, $C_2 = 1.0$, $C_3 = 0.05$, $C_4 = 0.1$, $M = 200$ とした。他の定数の値は、 $C_5 = 0.2$, $C_6 = 0.2$, $C_7 = 0.5$, $C_8 = 0.2$, $C_{9def} = 1.0$, $C_{10} = 0.01$, $C'_1 = 0.1$, $cont = 10$, $th_1 = 0.5$, $th_2 = 2.0$, $th_3 = 0.1$ とした。

使用計算機の CPU は Core2 Duo E8500、使用計算機言語は C である。

以下では、頂点数 50, 辺数 70, ラベルの高さ 0.3 の場合についてのみ述べるが、他の場合も同様の傾向を示していた。

川西法で得られるグラフ描画に対し 2.2 で述べたラベル配置法を適用したもの、及び提案手法によってラベル付き描画を求めた。このラベル付き描画に対し、平均実行時間（ラベル付き描画を求めるのに要した時間）と平均ラベル配置率を求めた。結果を表 1 に示す。

表 1 ラベル付き描画に関する結果

	配置率 [%]	時間 [ms]
川西法	89.0	93.2
提案手法	96.8	552.4

提案手法を用いることで、非常に高いラベル配置率を達成することができている。

既に述べた通り、提案手法は、その手順 (3-a) で得られるラベル付き描画を用いることで、各頂点をあらかじめ定められたサイズ（あるいはそれを縮小したサイズ）の軸平行長方形で表すようなグラフ描画アルゴリズムへと拡張できる。このような拡張を施した手法（手法 1 と呼ぶ）について、50 通りの入力のうち倍率が 1 に達したラベル付き描画の数、平均倍率及び平均実行時間を求めた。さらに、ラベル付き描画の望ましさを評価するため、手法 1 で得られるラベル付き描画について、以下の 4 種類の値を求めた。これらは、いずれも値が小さいほうが望ましい。

- 辺の交差数
- 辺の長さの分散：辺の長さの一様性に関して描画を評価するためのもの。
- ラベルの端付近に置かれている頂点の数：ラベルの端から距離（ラベルの高さ/10）以内に置かれている頂点の数。
- ラベルと辺の近接数：ある頂点 i のラベルと i に接続しない辺との間の距離が、0.05 以下になっている個数。

表 2 及び表 3 に結果を示す。なお、表 2 中の手法 2 は、川西法で得られる描画に対し、ラベルの中心がそのラベルをもつ頂点の位置と一致するという条件のもとラベルサイズの最大化を行ったものである。また、手法 3 は、手法 1 から処理 \ddagger の頂点の移動を行う (A') ~ (C') を除き、ラベルの移動のみを行うように変更した手法である。

表 2 頂点を軸平行長方形で表すグラフ描画への拡張

	倍率が 1 に達したラベル付き描画の数	平均倍率	時間 [ms]
手法 1	31	0.90	538.6
手法 2	0	0.15	1.6
手法 3	2	0.44	137.4

表3 描画の良さに関する評価値

辺交差数	28.24
辺長分散	0.213
ラベル端付近の頂点数	4.22
近接数	6.04

表2を見ると,手法1は,手法2や3に比べ,平均倍率が非常に高く,倍率が1に達したラベル付き描画の数も非常に多くなっている.

表3を見ると,手法1によるラベル付き描画では,辺長分散,ラベル端付近の頂点数,近接数のいずれもが小さな値になっており,前述の力 post1~3 及び post1'~3' が有効に働いていることが確認できた. 辺交差数に関しては,川西法で得られる描画(ラベルのないもの)についても調べたところ,28.36であり,手法1のラベル付き描画の方がより小さくなっていった.

図4に,手法1の出力例を示す. この例では,倍率は1に達することができている.

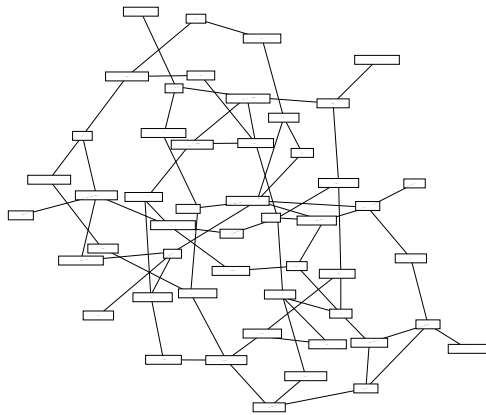


図4 手法1の出力例

5. あとがき

本研究では,ラベルが,そのラベルをもつ頂点(及び接続する辺)と重なることを許すという条件のもと,頂点ラベルのサイズを考慮したラベル付き描画を求めるアルゴリズムを提案した.そして,提案手法の性能が優れていることを計算機実験により示した.また,提案手法

は,各頂点をあらかじめ定められたサイズ(あるいはそれを縮小したサイズ)の軸平行長方形で表すようなグラフ描画アルゴリズムへ拡張できることも示したが,今後,これを路線図などの描画へ適用することを検討したい.

謝辞:本研究の一部は科学研究費補助金(課題番号:21500037)の援助を受けて行ったものである.

参考文献

- [1] 杉山公造, グラフ自動描画法とその応用 - ビジュアルヒューマンインターフェース, 計測自動制御学会, 1993.
- [2] K.G. Kakoulis and I.G. Tollis, "A unified approach to labeling graphical features," *Proc. 14th Annual Symp. on Computational Geometry*, pp.347-356, Minneapolis, 1998.
- [3] N. Abe, S. Masuda and K. Yamaguchi, "Placement of vertex labels in a graph drawing," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E87-A, no.10, pp.2774-2779, 2004.
- [4] 阿部 昇, 山口一章, 増田澄男, "グラフ描画へのラベル配置アルゴリズムの実験的評価," 電子情報通信学会論文誌, vol.J88-A, no.5, pp.671-676, 2005.
- [5] 阿部 昇, 増田澄男, 山口一章, "グラフ描画における辺のラベルの配置法," 電子情報通信学会論文誌, vol.J85-A, no.3, pp.306-314, 2002.
- [6] 阿部 昇, 増田澄男, 山口一章, "頂点とラベルの重なりを許した場合のグラフ描画における頂点ラベル配置法," 平成21年度 情報処理学会関西支部 支部大会講演論文集, B-03, 2009.
- [7] 阿部 昇, 増田澄男, 山口一章, "辺がラベルをもつ無向グラフの描画法," 電子情報通信学会論文誌, vol.J86-A, no.8, pp.848-859, 2003.
- [8] N. Abe, S. Masuda and K. Yamaguchi, "An algorithm for drawing a graph with vertex labels," *Proc. 7th Japan-Korea Workshop on Algorithms and Computation*, Sendai, Japan, pp.267-275, 2003.
- [9] F. Wagner and A. Wolff, "A combinatorial framework for map labeling," *Proc. 6th Int'l Symp. on Graph Drawing (GD'98)*, Lecture Notes in Computer Science, vol.1547, pp.316-331, Springer, Berlin, 1998.
- [10] 西山岳志, 山口一章, 増田澄男, "一般化したラベルサイズ最大化問題に対するアルゴリズム," 電子情報通信学会論文誌, vol.J91-A, no.12, pp.1223-1228, 2008.
- [11] 阿部 昇, 増田澄男, 山口一章, "グラフ描画における頂点ラベルサイズの最大化," 平成20年度 情報処理学会関西支部 支部大会講演論文集, B-02, pp.47-51, 2008.
- [12] 川西和人, 増田澄男, 山口一章, "2種類の理想距離による Eades のグラフ描画法の改良," 電子情報通信学会論文誌, vol.J83-A, no.9, pp.1117-1121, 2000.