

## 変形二次元コンボリューションによるファンビーム断層像再生\*

安藤 繁\*\* 土井 康弘\*\* 赤塚 孝雄\*\*\*

### Abstract

A new fan-beam algorithm for cross-section reconstruction is proposed. The algorithm is derived by modifying the so-called 2-dimensional convolution method for parallel-beam geometry.

By analyzing this algorithm, resolution, reconstruction error and reconstruction noise are examined as spatially dependent properties. Based on these results; first, exact conditions for designing a measuring system are stated; second, an optimum detector interval is proposed to improve spatial dependency of resolution; and third, an optimum deconvolution filter is achieved by using the noise property of the unfiltered pattern.

Finally, performances of this algorithm are investigated by simulation.

### 1. はじめに

計算機処理によって断層像を再生する CT (Computed Tomography)<sup>1), 2)</sup> はすでに多くの実績をもち、実用の域に達していると考えられる。しかしその性能は必ずしも十分ではなく、現在も基礎的な研究が盛んに進められている。その主なる目標は CT の高速化にある。つまり CT の対象が生体である関係から長時間 (EMI スキャナ<sup>3)</sup> で 5 分程度) の測定が必要な従来の方式では対象の動きによる像のぼけを避け得ない。このようにデータ採取に長時間を要するのは測定系の機械的動きが大であるためであり、したがってこの点に優れたファンビーム測定系が注目されるに至った。しかしファンビーム測定系で得られるデータは平行ビームによるものとは性質を異にするため、従来のアルゴリズムを直接適用することができず、したがってアルゴリズムの面からもファンビーム測定系に適した方法が検討されることになった。

現在までに示されたファンビームアルゴリズムは主に二種類ある。一つはファンビーム測定系により得られるデータを並べかえて平行ビーム測定系による射影と同様のデータ列を構成し、従来のアルゴリズムを適用するものである<sup>4)</sup>。この方法はファンビーム化による複雑な座標計算が並べかえの段階までにとどめるため再生に要する計算時間が短い。また並べかえ後のアルゴリズムが平行ビームに対するものと同様であるので、従来の技術をそのまま適用できるという利点もあり非常に実用的なアルゴリズムと言える。しかし並べかえのみで射影を得るにはデータを細かな間隔で多量に測定せねばならず、データ採取の高速化という初期の目的をあやうくする。これを避けるためデータ間の補間値を並べて射影を得る方法が試みられているが、補間の意味にあいまいな点がある。

一方のアルゴリズムはファンビーム測定系で得られるデータ配列をそのまま処理できるものであり、G.T. Herman らによって導かれたコンボリューション法<sup>5)</sup> がそれである。この方法は Radon の再生式<sup>1), 5)</sup> をファンビーム測定系の幾何学的配置に適するように座標変換して得られたもので、数学的に厳密な方法であり、したがってファンビーム測定系によるデータを有効に利用し得るアルゴリズムである。しかしこの方法は再生処理として厳密であっても、コンボリューション法

\* Cross Section Reconstruction for Fan-Beam Geometry by Modified 2-dimensional Convolution by Shigeru ANDO, Yasuhiro DOI (Department of Mathematical Engineering and Instrumentation Physics, Faculty of Engineering, University of Tokyo), and Takao AKATSUKA (Division of Biomedical Engineering, Institute for Basic Medical Science, University of Tsukuba).

\*\* 東京大学工学部計数工学科

\*\*\* 筑波大学基礎医学系医工学科

という制約から再生式を導出する過程は複雑で意味付けが困難であり、再生像の性質を説明するまでに至っていない。

本論文はファンビーム方式による再生像の性質を明らかにすることを主眼とし、新しいファンビームアルゴリズムを提案する。本方法は平行ビームで二次元コンポリューション法<sup>1)</sup>と呼ばれるアルゴリズムをファンビーム測定系に適するように変形したものである。本方法は二次元コンポリューション法の特徴として再生処理中に二次元の中間パターン形成する。このパターンの存在はアルゴリズムの理解を非常に容易にする。本論文ではこの利点を生かし再生像の 1) 解像力, 2) 再生誤差, 3) 再生ノイズ の性質を画像内の各点において量的に明らかにする。これを用いて測定系の厳密な設計を行うとともに最適検出器配列や最適デコンポリューションフィルタ等の有用な結果を導き出す。

本方法は G. T. Herman らによるコンポリューション法と同様に厳密性をもち、ファンビーム測定系によるデータを有効に利用できる方法である。しかしファンビームのデータ配列をそのまま処理するため座標計算が繁雑で計算時間を多く要する。最後にこの点に関する議論が並べかえ法との比較の上で論じられる。

## 2. ファンビームのための二次元コンポリューション法

平行ビーム測定系のための断層像再生アルゴリズムの一つとして二次元コンポリューション法が知られている。このアルゴリズムはまず吸収係数の線積分値(測定データの対数をとって得られる値であり以後 ray-sum と記す)を対応する線上に加算し(逆投影操作)、得られたパターンに二次元のコンポリューション演算を行って再生像を得るものであり、その原理は

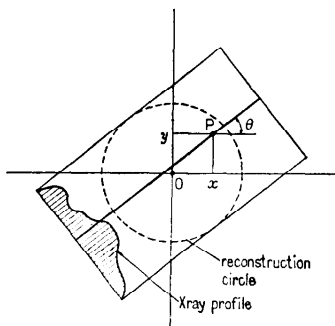


Fig. 1 Parallel-beam geometry.

次のように示すことができる。

Fig. 1 に示す配置を考える。θ は X 線ビームおよびその投影線 (以後 ray と書く) の角度である。逆投影操作が終了した時点での点 P(x, y) 上の加算値 g(x, y) は

$$g(x, y) = \int_0^\pi R_{xy}(\theta) d\theta \quad (1)$$

と書くことができる。R<sub>xy</sub>(θ) は点 P(x, y) を通る角度 θ 方向の ray による ray-sum であり、真の吸収係数パターン f(x, y) を用いて

$$R_{xy}(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x-r \cos \theta, y-r \sin \theta) dr \quad (2)$$

と表される。(2)式を(1)式に代入し積分変数を r, θ から直交座標系 ξ, η に変換すれば

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x-\xi, y-\eta)}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} d\xi d\eta \quad (3)$$

を得る。左辺は逆投影により形成され、右辺は f(x, y) と関数 (x<sup>2</sup>+y<sup>2</sup>)<sup>-1/2</sup> ≅ 1/r とのコンポリューション積分であり、この積分方程式はフーリエ変換による高速デコンポリューション演算<sup>2)</sup>により容易に解くことができる。このように真の吸収係数パターン f(x, y) と(3)式で結ばれる g(x, y) を中間段階で陽に作り出す点が二次元コンポリューション法の特徴である。

これと同様な方法がファンビームの場合にも考えられる。Fig. 2 に示す配置を考えよう。S は X 線源、O はその回転中心、(x, y) は O を原点とする座標系、P は今注目する点、Q は X 線源の始点で R は直線 PQ

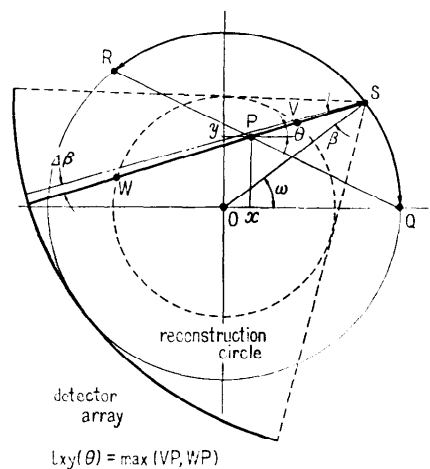


Fig. 2 Fan-beam geometry.

がX線源の軌跡と交わる点である。またX線源を原点から見た方位  $\angle SOQ$  を  $\omega$ , 同Pから見た方位を  $\theta$  で表す。各点に関して  $180^\circ$  の範囲内にある ray のみ加算すればよいから、例えば点Pについては加算はX線源Sが弧  $\widehat{QR}$  内にあるときのみ行えばよい。

しかし単純に加算しただけでは真の吸収係数パターン  $f(x, y)$  と (3) 式のようなコンポリューション積分で結ばれる  $g(x, y)$  を形成することはできない。つまりファンビーム測定系ではデータの採取は等間隔の  $\omega$  で行われるため、逆投影操作後に点  $P(x, y)$  において得られる加算値は積分変数が  $\omega$  におきかわった

$$g'(x, y) = \int_{\widehat{QR}} R_{xy}(\theta) d\omega, \quad (4)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{D \sin \omega - y}{D \cos \omega - x} \quad (5)$$

になってしまう。DはX線源軌跡の半径である。(3)式と同様の変形を行えば、

$$g'(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x-\xi, y-\eta) \left\{ \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \cdot \frac{d\omega}{d\theta} \right\} d\xi d\eta \quad (6)$$

を得る。(5)式から明らかなように  $d\omega/d\theta$  は位置  $x, y$  にも依存する関数であり、したがって(6)式の右辺はコンポリューション積分の形にはならない。

この点を解決するために逆投影の方法に変更を加える。 $R_{xy}(\theta)$  は周期  $\pi$  の周期関数であるから(1)式は

$$g(x, y) = \int_{\theta_Q}^{\theta_Q + \pi} R_{xy}(\theta) d\theta \quad (7)$$

とも書くことができる。 $\theta_Q, \theta_R$  は点PからQ, Rを見

る方位である。積分変数を  $\theta$  から  $\omega$  におきかえれば

$$g(x, y) = \int_{\widehat{QR}} R_{xy}(\theta) \frac{d\theta}{d\omega} d\omega \quad (8)$$

を得る。 $\omega$  に関する積分は逆投影により実現できるわけであるから、(8)式は新たに  $R_{xy}(\theta) d\theta/d\omega$  を点Pに加算されるべき ray-sum と考えて逆投影を行えば(1)式と同じ  $g(x, y)$  を得ることができることを示している。逆投影操作は ray の直線に沿って行われるから、重み  $d\theta/d\omega$  は  $\theta, \omega$  をパラメータとして座標  $x$  の関数として書けば、

$$\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{D \cos \omega + D \sin \omega \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \cdot \frac{1}{D \cos \omega - x} \quad (9)$$

これが本論文で提案するファンビームアルゴリズムである。つまり式(8)の変形された逆投影操作により得られる  $g(x, y)$  は(1)式の  $g(x, y)$  にはかならず、したがって(3)式を満足し、真の吸収係数パターン  $f(x, y)$  とコンポリューション積分で結ばれ、平行ビームの場合と全く同じように高速デコンポリューション演算によって  $f(x, y)$  を再生することができる。

(8)式の逆投影操作の正当性を Fig. 3(a) に示す吸収係数パターンで確認しよう。このパターンは5個の格子点上のみで零でない値をもつから、逆投影操作によって得られるパターンはほぼその点における点拡がり関数(以後 P.S.F. と記す)になる。その結果が Fig. 3(b), (c) である。(b) は単純に逆投影を行った場合で、P.S.F. が位置により変化していることがわかる。一方(c) は重み関数  $d\theta/d\omega$  を導入した本方法の場合で、前者におけるような P.S.F. のゆがみが

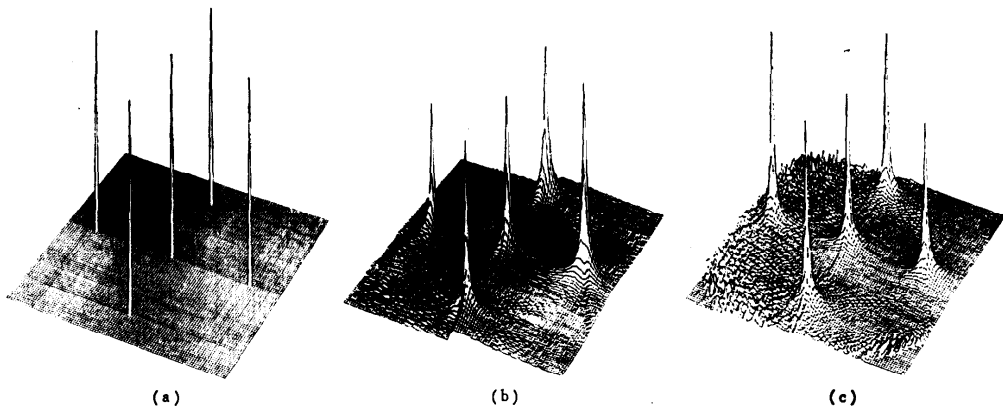


Fig. 3 Simulation of fan-beam back projection.

a) original pattern, b) result of back projection without weight, c) result of back projection with weight (this algorithm).  $D=6.4$  cm,  $R=5.0$  cm (these values are same through Fig. 3 to Fig. 7).

なく、どの位置においても同じく  $1/r$  の P.S.F. が得られていることが確認できる。

### 3. 再生像の性質の量的評価

これまで ray-sum データは必要な範囲内で連続的に得られていると考えてきたが、実際の測定系ではこれらは有限な個数しか測れない。Fig. 3(c) を見ると X線源の軌跡に近い部分でパターンが乱れている。この乱れは実は(8)式の積分を有限回との和で近似したことによる誤差である。また X線源の軌跡より遠い位置での P.S.F. のピークが他よりも低くなっている。これは X線源より離れるに従い ray が疎になるため解像力が低下することによる。以下の節でこの問題を量的に議論し、測定系の厳密な設計条件を導く。

#### 3.1 解像力とその位置依存性

まずファン内の測定個数が有限であることの効果を考える。ファン内 ray の射出角を  $\beta$ 、その測定間隔を  $\Delta\beta$  とする (Fig. 2 参照)。一つのファン内の ray-sum を  $\beta$  の関数として表現したとき、この関数の表現し得る最大周波数はサンプリング定理によれば  $\pi/\Delta\beta$  (rad/rad) で与えられる。このファンを逆投影した時、点  $P$  の近傍で ray に直角な方向の空間周波数は高々、

$$\frac{\pi}{\Delta\beta d} \quad (\text{rad/unit length}) \quad (10)$$

である。  $d$  は点  $P$  と X線源  $S$  との距離である。Projection 定理<sup>1)</sup> を点  $P$  の近傍に適用すれば (10) 式に示される空間周波数は全ての逆投影操作が終了した後のパターン  $g(x, y)$  においても同じ位置、同じ方向の最大空間周波数になっていることがわかる。デコンポリューション演算によって上記の最大解像周波数を増大させることはできないから、(10)式は再生像の解像力をそのまま示していると言える。

Fig. 4 (次頁参照) は再生像の各部において最大解像周波数を図示したものである。この図からわかるようにファンビーム測定系を用いる断層像再生方式では解像力に強い位置依存性がある。逆に言えば再生像のいたるところで一定以上の解像力を得ようとすると、再生像の大半では無駄な解像力で再生していることになる。この無駄を最小にするような検出器配列を設計できる。

#### 3.2 最適な検出器配列

X線源の回転中心を中心として半径  $R$  の円内で再生像を得たいものとし、これを再生円と呼ぶことにする。  $\Delta\beta$  を  $\beta$  の関数として可変にしても、変動がゆるやか

であれば局所的にサンプリング定理を適用でき、(10)式に対応する最大空間周波数として

$$\frac{\pi}{\Delta\beta(\beta)d} \quad (11)$$

が得られる。再生円内のいたるところで  $\Phi_{\text{MAX}}$  (rad/unit length) の空間周波数を解像させるためには

$$\frac{\pi}{\Delta\beta(\beta)d} \geq \Phi_{\text{MAX}} \quad \text{all } \beta, x, y \quad (12)$$

を満足するように  $\Delta\beta(\beta)$  を選ばねばならない。  $d$  の最大値は  $\beta$  の関数として  $D \cos \beta + \sqrt{R^2 - D^2 \sin^2 \beta}$  と書けるから、(12)式に代入し、最適な検出器間隔

$$\Delta\beta(\beta) = \frac{\pi}{\Phi_{\text{MAX}} (D \cos \beta + \sqrt{R^2 - D^2 \sin^2 \beta})} \quad (13)$$

が得られる。

G. T. Herman らのコンポリューション法<sup>5)</sup> においては検出器間隔とデコンポリューションフィルタの関数形とは密接に関係しており、(13)式に示す最適な配列をとることはできない。しかし本方法においては  $\Delta\beta$  の変化は単に逆投影時の ray の密度の変化として容易に吸収できるため、(13)式の最適配列を実現することができる。Fig. 5 (次頁参照) は最適配列を用いた場合の最大解像周波数を Fig. 4 と同じように図示したものである。解像力の位置依存性がかなり改善されており、本方法の利点を良く示している。

#### 3.3 再生誤差

次に X線源回転角  $\omega$  が離散的であることの再生像におよぼす影響について考察する。  $\omega$  のきざみ幅を  $\Delta\omega$  とすれば(8)式の積分は

$$g(x, y) = \sum_{i=1}^{n_{xy}} R_{xy}(\theta_i) \frac{d\theta}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_i} \Delta\omega, \quad (14)$$

$$\omega_i = i \Delta\omega, \quad (15)$$

$$n_{xy} = \frac{QR}{\Delta\omega} = \frac{\pi}{\Delta\omega} - \frac{2}{\Delta\omega} \tan^{-1} \frac{y}{D-x} \quad (16)$$

におきかえられる。平行ビーム方式では射影枚数に相当する量である  $n_{xy}$  は(16)式からわかるように位置に依存する。  $n_{xy}$  が小さくなれば(14)式の近似の精度は劣化するから、そのような場所では再生誤差が大きくなると考えられる。

3.1 と同様の議論を行うことによって  $\Delta\omega$  に関する条件式を導こう。(14)式の積分を十分良く近似できるきざみ幅のめやすとして被積分関数の Nyquist サンプリング間隔を考えることができる。点  $P(x, y)$  から遠い部分の寄与ほど高い周波数成分をもつから関数  $R_{xy}(\theta)$  の局所的 Nyquist サンプリング間隔は Fig.

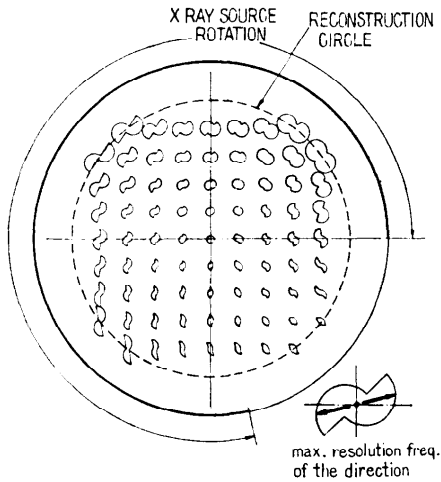


Fig. 4 Spatial dependency of maximum resolution frequency.

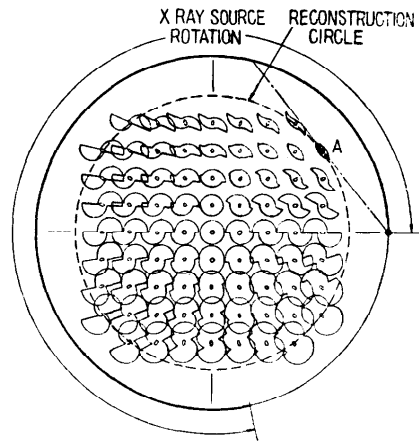


Fig. 6 Required  $\Delta\theta^{-1}$  (inner closed curve) and realized  $\Delta\theta^{-1}$  (outer closed curve).  $\Delta\theta$  means an integration step width of equation (8).

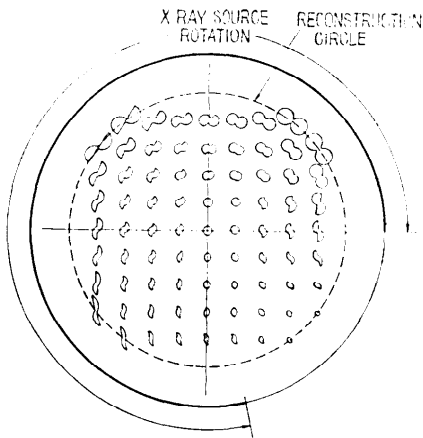


Fig. 5 Spatial dependency of maximum resolution frequency when optimum detector allocation is used.

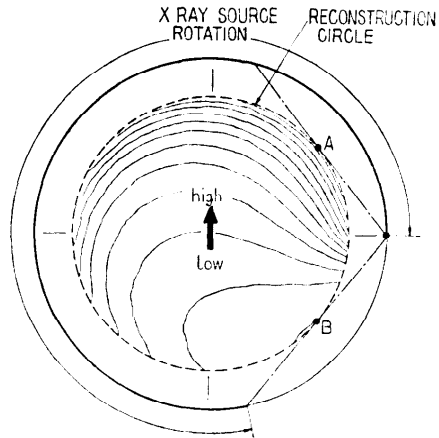


Fig. 7 Distribution of reconstruction noise variance. In this geometry, noise is maximum at A and minimum at B (ratio is about 3:1).

1 内に示した最大距離  $l_{xy}(\theta)$  を用いて,

$$\frac{\pi}{\Phi_{MAX} l_{xy}(\theta)} \quad (17)$$

により与えられる。  $d\theta/d\omega$  はなめらかでありその Nyquist サンプリング間隔に与える影響は無視できるから、(17)式は求める被積分関数の局所的 Nyquist サンプリング間隔である。一方(14)式で実際に実現されるきざみ幅  $\Delta\theta$  は  $(d\theta/d\omega)\Delta\omega$  である。したがってきざみ幅  $\Delta\omega$  は

$$\frac{d\theta}{d\omega} \Big|_{\theta} \Delta\omega \leq \frac{\pi}{\Phi_{MAX} l_{xy}(\theta)} \quad \text{all } \theta, x, y \quad (18)$$

を満たすように選ばねばならない。(18)式の両辺の逆数を Fig. 4 と同じように図示したのが Fig. 6 である。外側の閉曲線が左辺の逆数の値、内側の閉曲線が右辺の逆数の値を示す。この図からわかるように(18)式を満足する最大の  $\Delta\omega$  は図中 A 点で評価でき、

$$\Delta\omega = \frac{\pi(D-R)}{2RD\Phi_{MAX}} \quad (19)$$

が得られる。

### 3.4 再生ノイズ

実際の測定系で得られる ray-sum データには必ずノイズが含まれる。このノイズはデコンボリューション

ン前のパターン  $g(x, y)$  上にノイズを生じさせる。この節ではデコンボリューションフィルタの設計に直接関係する  $g(x, y)$  上のノイズの性質について議論する。

ray-sum データに含まれるノイズがさほど大でない場合は加算的にモデル化できる。

$$\mathbf{R}_{xy}(\theta) = R_{xy}(\theta) + N_{xy}(\theta). \quad (20)$$

$\mathbf{R}_{xy}(\theta)$  は観測される ray-sum で、 $N_{xy}(\theta)$  がそのノイズである。 $\mathbf{R}_{xy}(\theta_1)$  と  $\mathbf{R}_{xy}(\theta_2)$  は  $\theta_1, \theta_2$  が異なれば別別のファン内の ray-sum であり、それらのノイズは無相関である。

$$E[N_{xy}(\theta_1)N_{xy}(\theta_2)] = \begin{cases} \sigma^2 & \theta_1 = \theta_2, \\ 0 & \theta_1 \neq \theta_2, \end{cases} \quad (21)$$

$\sigma^2$  はノイズの分散である。(20)式を(14)式に代入し、

$$\mathbf{g}(x, y) = \sum_{i=1}^{n_{xy}} \mathbf{R}_{xy}(\theta_i) \frac{d\theta}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_i} \Delta\omega \quad (22)$$

とおけば、 $E[N_{xy}(\theta)] = 0$  および(21)式を用いて分散は

$$\text{Var}[\mathbf{g}(x, y)] = \sum_{i=1}^{n_{xy}} \sigma^2 \left( \frac{d\theta}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_i} \right)^2 \Delta\omega^2 \quad (23)$$

で与えられる。同一ファン内の ray-sum 間のノイズも無相関であるから、ray が十分細ければ、

$$E[N_{x_1, y_1}(\theta)N_{x_2, y_2}(\theta)] = \begin{cases} \sigma^2 & \theta = \theta_{12}, \\ 0 & \theta \neq \theta_{12}, \end{cases} \quad (24)$$

$$\theta_{12} = \tan^{-1} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (25)$$

が近似的に成立する。したがって共分散は

$$\begin{aligned} \text{Cov}[\mathbf{g}(x_1, y_1), \mathbf{g}(x_2, y_2)] &= \sum_{i=1}^{n_{x_1, y_1}} \sum_{j=1}^{n_{x_2, y_2}} E[N_{x_1, y_1}(\theta_i)N_{x_2, y_2}(\theta_j)] \\ &\quad \cdot \frac{d\theta}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_i} \frac{d\theta}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_j} \\ &= O(\Delta\omega^2) \quad (x_1, y_1) \neq (x_2, y_2) \end{aligned} \quad (26)$$

になる。一方(23)式は  $\Delta\omega$  のオーダーであるから、 $\Delta\omega$  が十分小さければ  $\mathbf{g}(x, y)$  のばらつきは位置に関して無相関であるとみなせる。したがってデコンボリューション前のパターン  $\mathbf{g}(x, y)$  上のノイズは分散が(23)式で表される白色ノイズであることがわかった。

**Fig. 7** (前頁参照) はノイズ分散の分布を等高線表示したものである。位置依存性はゆるやかであり、デコンボリューションフィルタの P. S. F. の拡がりも通常大きくないから、再生像のノイズ分布も Fig. 7 と同様になる。

#### 4. デコンボリューションフィルタの設計

(3)式のようなコンボリューション型の積分方程式

を解く方法については既に種々の分野で研究が行われてきた<sup>6)</sup>。その基本的な目的はノイズに対して安定な解を得ることになる。つまりこの種の積分方程式の直接の解は左辺に含まれるノイズの影響で真の解からかけ離れたものになるからである。C. T. の分野においても、田中、飯沼は真の吸収係数パターンから再生像に至る overall な P. S. F. の鋭さを与えて、再生像の S/N 比を最大にする最適フィルタ<sup>4)</sup>を提案した。このフィルタは入力吸収係数パターンに関して何らの先見的知識を必要としない利点がある。一方、上記の overall な P. S. F. の鋭さの画生像に及ぼす影響、つまりノイズ抑制にもとづく再生像の劣化をも評価しつつ最適化するフィルタに Wiener 型のフィルタ<sup>6), 7)</sup>がある。本論文では後者を採用するが、この結果としてこのフィルタの設計のために吸収係数パターン  $f(x, y)$  のスペクトルが必要になる。このスペクトルに関して十分な知識を得るのは実際の場では困難であることはしばしば指摘されており、我々も同様な実感もっている。この点に関する一つの試みとして本論文では  $f(x, y)$  のスペクトルをパラメトリックに与えることにした。その関数形は

$$\frac{2\pi s^2 \rho^{-1}}{(\rho^{-2} + u^2 + v^2)^{3/2}} \left( = \mathcal{F}_2 \left\{ s^2 \exp \left( -\frac{V \sqrt{x^2 + y^2}}{\rho} \right) \right\} \right) \quad (27)$$

である。 $\mathcal{F}_2$  は二次元のフーリエ変換である。スペクトルは  $s^2$  と  $\rho$  との二つのパラメータで表現される。 $s^2$  を吸収率の分散、 $\rho$  を相関距離と考えると、実は自己相関々数に指数関数減衰形を仮定したことになっている。この二つのパラメータを定めるのはさほど困難ではないであろう。フィルタの具体形を次式に示す。

$$\frac{4\pi^2 s^2 \rho^{-1} (u^2 + v^2)^{-1/2}}{8\pi^3 s^2 \rho^{-1} (u^2 + v^2)^{-1} + \phi_N (\rho^{-2} + u^2 + v^2)^{2/3}} \quad (28)$$

定数  $\phi_N$  はノイズのスペクトルであり、Parseval の定理

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_N du dv = 4\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{\text{Eq. (23)}\} dx dy \quad (29)$$

により定める。

#### 5. シミュレーション

4章までに得られた本アルゴリズムを二つの方法でシミュレーションする。一つは ray-sum 自体も計算機で作成しノイズを加えて再生させる実験であり、一つは実際の X 線装置で測定された ray-sum で再生を

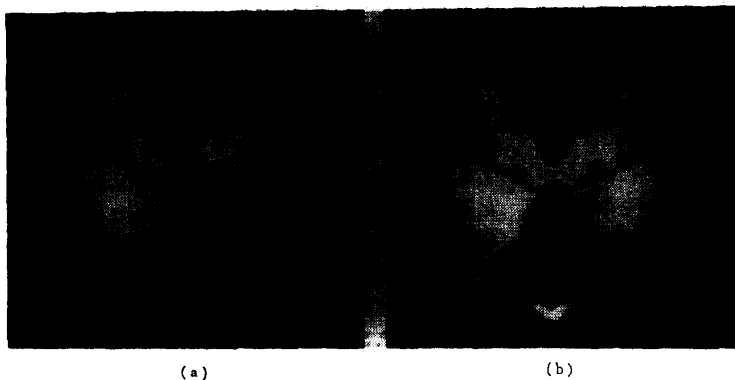


Fig. 8 Simulation of reconstruction using computer generated raysums.  $D=20.0$  cm,  $R=5.0$  cm. a) original pattern, b) reconstructed pattern (2.5% RMS raysum noise is added).

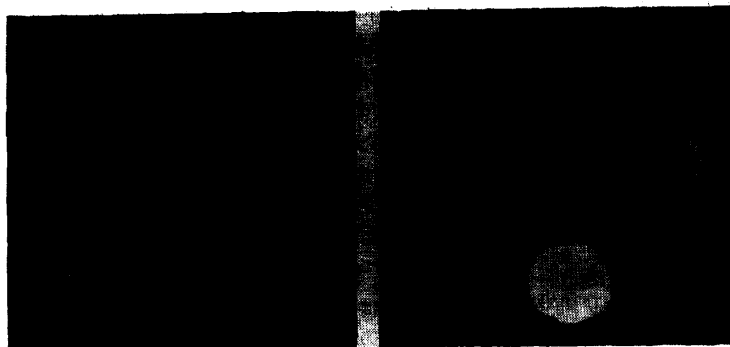


Fig. 9 Results of reconstruction using measured raysums.

行うもので、後者では並べかえ法との間で計算時間の比較を行う。再生像のメッシュは  $100 \times 100$  である。

### 5.1 計算機シミュレーション

Fig. 8(a)が入力パターンとして用いた EMI スキャナによる頭部断面再生像である。このパターンより計算された ray-sum に RMS 比で 2.5% の正規ノイズを加えた。Fig. 8(b)が再生結果である。相関距離  $\rho$  は細部構造まで十分に再生させるため 2 画素長と小さめに選んだ。分散  $s^2$  は、通常、診断に用いる再生値の範囲が 0~100 程度であるからこれを  $2\sigma$  とみなして  $s^2=2500$  に選んだ。安定でしかも画質の劣化の少ない再生が得られていることが確認できる。

### 5.2 実際の測定系を用いての再生実験

測定は X 線マイクロビームスキャナ<sup>9)</sup> を一次的に用いて行った。実験用物体は 2 種類ある。一つは直径 3mm の銅の丸棒を並べたもの、一つは肉厚 2mm のアクリルパイプに濃度の異なった X 線造影剤を封入し

たものである。Fig. 9 が再生結果であり、測定系の精度から考えてほぼ妥当な再生結果であるとみなせる。

### 5.3 再生処理時間について

並べかえ法は高速処理という点で最も進んだアルゴリズムである。Table 1 はこのアルゴリズムと本方法との間の処理時間の比較である。本方法では並べかえ法に比べて全体で 3 倍以上の計算時間を要していることがわかる。この原因を検討しよう。

Table 1 によると本方法で消費されている計算時間のうち 90% は逆投影によるものである。これが 3 倍の違いを作っている。各格子点に加算される回数は本方法でも並べかえ法でも大差ないから、本方法では一点に加算するための時間が大幅に増していることになる。この原因は二つ考えられる。一つは各点ごとに必要な重み(9)式の計算であ

り、一つは処理の順序にある。しかし前者がそれほど大きな原因になっていないことは重み計算を行わなくても計算時間がほとんど減らないことからわかる。後者は並べかえ法のように平行ビーム化を行うアルゴリズムでは逆投影操作が射影を単位として行われるのに対し、本方法では ray の一本一本に対して行われるこ

Table 1 Comparison of CPU time between this method and reordering method by HITAC 8800/8700. (unit is sec.)

THIS METHOD	REOR. METHOD	REMARKS
0.0120	0.0373	prologue
0.2376	0.2333	input
0.3272	0.3176	raysum calculation
—	0.2701	reordering
—	1.3578	1-dim. filtering
36.932	10.229	back projection
3.2590	—	2-dim. filtering
0.4501	0.4912	epilogue
41.219	12.936	total CPU time

とを指している。したがって直線の方程式や座標の計算が非常に複雑になり、計算時間が大幅に増加してしまう。

処理時間を要することは不満な点ではあるが、このような計算はファンビームのデータ配列をそのまま処理しようとする場合には本質的に避け得ないものであり、これを本方法の欠点とすべきではない。

## 6. 結論および謝辞

ファンビーム CT のための新しいアルゴリズムを提案した。このアルゴリズムは平行ビーム方式において二次元コンポリューション法と呼ばれるアルゴリズムをファンビーム測定系の幾何学的配置に適するように変形したものであり、近似や補間の処理を含まない方法である。

本方法は二次元コンポリューション法の特徴として(1)式に示される  $g(x, y)$  という中間パターンを陽に作り出すため、アルゴリズムが非常に把握しやすい。この利点を生かして、本論文では3章において再生像の解像力、誤差ノイズについて量的評価を与えることができた。この量的評価によって測定系の厳密な設計条件が導かれた。他方ファンビーム方式では上記の三つの性質とも位置依存性があることが明らかになった。この位置依存性はファンビーム方式に無駄が内在していることを示している。本論文ではこの無駄を最小限にするために3.2において最適な検出器配列を提案した。

一方、本論文では座標に依存するものとしたX線源回転角を一様に  $360^\circ$  にすることによって、Fig. 4~Fig. 7 に示した再生像の性質の位置依存性を緩和できることが予想される。つまり(8)式の被積分関数の周期性によって、各位置依存性とも円対称のゆるやかなものになるからである。しかしこのことがX線量の増大にみあうだけの解像力や再生誤差の改善をもたらすかどうかは簡単には結論されるわけではなく、今後の解明が必要である。

また純粹に再生アルゴリズムとしてみた場合、計算時間を多く要する点で必ずしも満足のゆく方法ではない。しかし計算時間の大半はファンビームの場合避け

得ない複雑な座標計算に費されており、アルゴリズムの本質的欠点ではなく、何らかのハードウェアで高速化は可能であろう。このような再生装置はまだ作られていないが、十分な実現性と実用性を持っていると考えられ、今後の研究が待たれる。

おわりに、本実験のデータ採取に御援助下さり本研究に助力を賜った東京大学医学部音声言語研究施設の桐谷滋、伊藤憲一両氏に深謝します。

## 参考文献

- 1) 例えば、飯沼 武、田中栄一・新しい医用X線診断装置、計測と制御、Vol. 15, No. 2, pp. 190~201 (1976).
- 2) G. N. Housfield: Computerized Transverse Axial Scanning (Tomography), Part I, British J. of Radiology, Vol. 46, No. 12, pp. 1016~1022 (1973).
- 3) Lily Wang: Cross Section Reconstruction with a Fan-Beam Scanning Geometry, IEEE Trans. Computers, Vol. C-26, No. 3, pp. 264~268 (1977).
- 4) E. Tanaka, T. Iinuma: Correction Functions and Statistical Noises in Transverse Section Picture Reconstruction, Comput. Biol. Med., Vol. 6, pp. 295~306 (1976).
- 5) G. T. Herman, A. V. Lakshminarayanan, A. Naparstek: Convolution Reconstruction Techniques for Divergent Beams, Comput. Biol. Med., Vol. 6, pp. 259~271 (1976).
- 6) 例えば、T. S. Huang (edited): Picture Processing and Digital Filtering, Springer Verlag, N. Y. (1976).
- 7) C. W. Helstrom: Image Restoration by the Method of Least Squares, J. Opt. Soc. Am., Vol. 57, No. 3, pp. 296~303 (1967).
- 8) Fujimura, Kiritani, Ishida: Computer Controlled Radiography for Observation of Movements of Articulatory and other Human Organs, Comput. Biol. Med., Vol. 3, pp. 371~384 (1973).
- 9) 赤塚孝雄: 医用画像処理, 情報処理, Vol. 18, No. 7, pp. 726~734 (1977).

(昭和52年10月6日受付)

(昭和52年11月12日再受付)