

日本におけるマクロ経済リスクと株式市場 ——ベータリスクモデルの提案と実証分析

山本 篤^{†1} 宮崎 浩一^{†1}

本研究では、第1に、20世紀最後の15年間における米国株式市場の上昇をマクロ経済リスクの観点から説明付けた Lettau らのモデルが、異なるマクロ経済リスクの下にある1990年代以降の日本株式市場においても説明力を有するかについて検証する。第2に、個別株式のベータリスク評価モデルを提案し、分析事例に基づいて個別株式のベータリスク量がマクロ経済リスクの観点から説明可能であるか検証する。検証結果から、彼らのモデルは、日本においてもマクロ経済リスクの観点から株式市場のダイナミクスを説明することが可能であり、また、個別株式のベータリスク量に関してもマクロ経済リスクの観点から説明されることが確認された。

Macroeconomic Risk and Equity Market in Japan ——Modeling and Verification of a New Beta Risk Model

ATSUSHI YAMAMOTO^{†1} and KOICHI MIYAZAKI^{†1}

In this research, we firstly examine whether the model proposed by Lettau et al, which is able to explain long surge in US equity market from the view point of macroeconomic risk also has explanatory power for sluggish Japanese equity market under the different macroeconomic risk since 1990. Secondly, we propose a valuation model of beta risk for an individual equity and illustrate whether the beta risk amount is also explained by the macroeconomic risk with analyses for some cases. Our results indicate that their model successfully explains the dynamics of Japanese equity market from the viewpoint of macroeconomic risk and the newly introduced beta risk amount of the individual equity is also explained with the macroeconomic risk.

^{†1} 電気通信大学

The University of Electro-Communications

1. はじめに

マクロ経済リスクが資産価格に影響を与えるであろうことは明らかであるが、この影響を計量するためには、マクロ経済リスクを計量したうえで、マクロ経済リスクに依存するような資産評価モデルを導入する必要がある。本研究のテーマは、日本株式市場においてマクロ経済リスクによって株価がどのように影響されるかについて検討することであり、まず、米国に関する先行研究をレビューする。

米国におけるマクロ経済リスクの計量モデルに基づく実証分析から、20世紀の最後の15年において実質マクロ経済活動のボラティリティが低いレジームにシフトしていたことが確認されている (Kim and Nelson (1999)¹⁶, McConnell and Perez-Quiros (2000)¹⁸, Blanchard and Simon (2001)⁶, Stock and Watson (2002)¹⁹ 等)。Stock and Watson (2002)¹⁹ では、このレジームにシフトがみられるようなボラティリティの低下は、雇用成長、消費成長、インフレーション、各セクタの生産等経済全体の広いセクタにわたってみられると報告されている。

一方、金融資産市場を振り返ると、20世紀の最後の15年間は、米国株式市場においてS&P500が250程度から1500程度まで上昇を続けた驚くべき時期であった (図1参照)。このように株価が継続して上昇したことの理由として、株式リスクプレミアムの低下があげられている (Blanchard (1993)⁵, Jagannathan, McGrattan and Scherbina (2000)¹³, Fama and French (2002)⁹ 等)。株式に対する将来のリターンが低くしか期待されないなら、現在の高い株価は整合的であるという考え方である。

マクロ経済リスクが資産価格に与える影響について考える際に、資産評価モデルが消費から得られる効用の最大化によって導かれることに配慮して、マクロ経済リスクとして消費成長のボラティリティを採りあげる。消費成長のボラティリティが株式リスクプレミアムに影響を与えるというチャンネルは資産評価において古くから考えられている (Barsky (1986)⁴, Abel (1988)¹, Giovannini (1989)¹¹, Kandel and Stambaugh (1990, 1991)^{14,15}, Gennotte and Marsh (1992)¹⁰ 等)。近年、Bansal and Yaron (2004)³ は、この考えを Epstein and Zin (1989, 1991)^{7,8} や Weil (1989)²⁰ が提案した再帰的効用関数を用いた均衡モデルへ適用し、異時点間の代替係数が1より大きいなら、消費成長のボラティリティの低下によって資産価格が上昇することを示した。Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷ では、Bansal and Yaron (2004)³ に依拠しつつ、マクロ経済リスクの構造変化を消費成長に関するレジームスイッチングモデルを用いて表現したうえで、マクロ経済リスクの構造変化が資

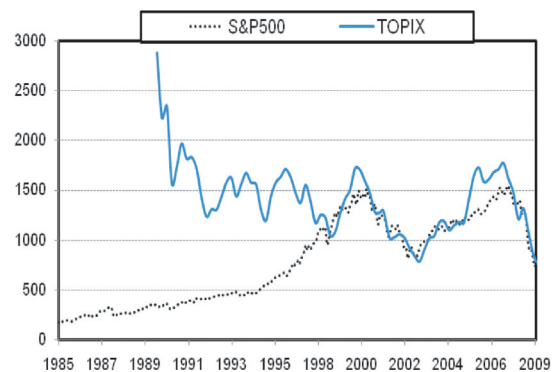


図1 TOPIXとS&P500の比較

Fig. 1 Comparison between TOPIX and S&P500.

産価格の構造変化に与える影響を検討し、20世紀の最後の15年間における米国株式市場における驚くべき上昇が実質マクロ経済活動のボラティリティが低いレジームにシフトしていたことによるものであると結論付けている。

日本株式市場においてマクロ経済リスクと株価との関連性を検討した先行研究はきわめて少ない。比較的近い分野の先行研究として、消費と資産の比率がどの程度まで日本株式市場のダイナミクスを説明できるかについて共和分析を用いて調べた Aono and Iwaisako (2007)²⁾ があげられるにとどまる。そこでは、消費と資産の比率を表現するのに適したデータを作成したうえで、この比率に関するデータの株式リターンデータに対する説明力を統計的に検証しているため、消費リスクが資産価格(株価)へ与える影響を検討することができない。本研究の目的は、日本経済が1990年以降2010年にかけてバブル崩壊後からデフレ経済に移行する時期におけるマクロ経済リスクと株価との関連性を検討することである。日本経済は、バブル崩壊時期とデフレ経済時期とで大きくマクロ経済リスクのレジームが異なると考えられるため、本研究では、マクロ経済リスクの構造変化を消費成長に関するレジームスイッチングモデルを用いて表現した Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ に依拠して分析を進める。

本研究の主な貢献は、次の2点である。第1に、Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ が提案するモデルの枠組みが、日本においてもマクロ経済リスクと株価との関連性を説明しうることについて検証したことである。1990年代において、米国株式市場と日本株式市場はまったく反対の状況にあったといえる(図1参照)。前者は、先に述べたように驚くべき上

昇をとげた時期であり、後者はわずか数年で3分の1近くまで急降下した時期である。このように、まったく異なるマクロ経済と株式市場を対象とした場合でもモデルが両者の関係を的確に説明できるかについて検討することは、モデルの適用可能な範囲の検証として貢献するものと考えられる。

第2に、先行研究では取り扱われていなかった個別株式のベータリスクとマクロ経済リスクとの関係をモデル化したうえで、分析事例を示した点である。このモデル化によって、マクロ経済リスクに応じて個別株式のインデックスに対するリスクの大きさがどのように変動するかを把握することができ、マクロ経済リスクを勘案したポートフォリオ運用への道が開けることになる。

本論文の構成は、以下のとおりである。次章では、先行研究モデル(消費に関するレジームスイッチングモデルと消費から得られる効用の最大化によって導かれる資産評価モデル)とその推定手法を紹介したうえで、マクロ経済リスクに応じた個別株式のベータリスクモデルを導入する。3章ではデータと分析の目的、分析結果とその考察を与える。最終章では、まとめと今後の課題を付す。

2. モデル

2.1 先行研究モデル(レジームスイッチングモデルと資産価格モデル)

消費成長に関するレジームスイッチングモデルを紹介したうえで、消費から得られる効用を最大化することによって導かれる資産価格モデルを導入する。

2.1.1 レジームスイッチングモデル

対数消費成長率 $\Delta c_t \equiv \log C_t / C_{t-1}$ に関するレジームスイッチングモデルを紹介する。対数消費成長率 Δc_t を式(1)のようにモデル化する。

$$\Delta c_t = \mu(S_t) + \sigma(V_t)\varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, 1) \quad (1)$$

ここで、 S_t と V_t は、それぞれ、対数消費成長率 Δc_t のドリフトとボラティリティに関する潜在変数である。平均 $\mu_t \equiv \mu(S_t)$ は、潜在変数 S_t に依存して低成長 μ_l と高成長 μ_h の2通りの状態をとり、ボラティリティ $\sigma_t \equiv \sigma(V_t)$ も潜在変数 V_t に依存して低ボラティリティ σ_l と高ボラティリティ σ_h の2通りの状態をとる。レジームスイッチングモデルとは、このようにドリフトとボラティリティのとり状態が潜在変数に依存して決まり、ドリフトとボラティリティのとり状態がマルコフ連鎖の推移確率行列に従って推移していくようなモデルである。ドリフトとボラティリティの推移確率行列は、それぞれ、

$$\mathbf{P}^\mu = \begin{bmatrix} p_{hh}^\mu & p_{hl}^\mu \\ p_{lh}^\mu & p_{ll}^\mu \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}^\sigma = \begin{bmatrix} p_{hh}^\sigma & p_{hl}^\sigma \\ p_{lh}^\sigma & p_{ll}^\sigma \end{bmatrix}$$

で与えられる．ここで，ドリフト μ が高い状態から高い状態へと遷移する確率を p_{hh}^μ ，ドリフト μ が低い状態から高い状態へと遷移する確率を p_{lh}^μ ，同様に，ボラティリティ σ が高い状態から高い状態へと遷移する確率を p_{hh}^σ ，ボラティリティ σ が低い状態から高い状態へと遷移する確率を p_{lh}^σ とすると，各推移確率は，

$$p_{hh}^\mu = P(\mu_t = \mu_h | \mu_{t-1} = \mu_h), \quad p_{hl}^\mu = 1 - p_{hh}^\mu$$

$$p_{ll}^\mu = P(\mu_t = \mu_l | \mu_{t-1} = \mu_l), \quad p_{lh}^\mu = 1 - p_{ll}^\mu$$

$$p_{hh}^\sigma = P(\sigma_t = \sigma_h | \sigma_{t-1} = \sigma_h), \quad p_{hl}^\sigma = 1 - p_{hh}^\sigma$$

$$p_{ll}^\sigma = P(\sigma_t = \sigma_l | \sigma_{t-1} = \sigma_l), \quad p_{lh}^\sigma = 1 - p_{ll}^\sigma$$

である．よって，対数消費比率 Δc_t を式 (1) のようにモデル化した場合に推定すべきモデルのパラメータセットは， $\Theta = \{\mu_h, \mu_l, \sigma_h, \sigma_l, \mathbf{P}^\mu, \mathbf{P}^\sigma\}$ である．パラメータ推定に際して，簡便のため潜在変数 S_t と潜在変数 V_t をひとまとめにして新たに潜在変数 s_t を導入する．潜在変数 S_t と潜在変数 V_t は，ともに 2 通りの状態をとるため，潜在変数 s_t は $4 (2 \times 2)$ 通りの状態を推移することになる．潜在変数 s_t を用いてモデル式 (1) を書き換えると，

$$\Delta c_t = \mu(s_t) + \sigma(s_t) \varepsilon_t \tag{2}$$

となる．ここで， $\varepsilon_t \sim N(0, 1)$ であり，潜在変数 s_t が 4 つの状態を推移することに対応して，平均とボラティリティの組合せも 4 つの状態（状態 1： (μ_h, σ_h) ，状態 2： (μ_h, σ_l) ，状態 3： (μ_l, σ_h) ，状態 4： (μ_l, σ_l) ）を推移する．このモデル化の下では，潜在変数 s_t に関する推移確率行列は，4 行 4 列の

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{hh}^\mu \mathbf{P}^\sigma & p_{hl}^\mu \mathbf{P}^\sigma \\ p_{lh}^\mu \mathbf{P}^\sigma & p_{ll}^\mu \mathbf{P}^\sigma \end{bmatrix}$$

であり，モデルのパラメータセットは， $\Theta = \{\mu_h, \mu_l, \sigma_h, \sigma_l, \mathbf{P}\}$ となる．

モデルのパラメータ推定に際して，対数消費成長率 Δc_t を観測可能なデータとして用いる．時刻 t において利用可能なデータは， $\mathbf{Y}_t = \{\Delta c_0, \Delta c_1, \dots, \Delta c_t\}$ であり，サンプルサイズは T とする．ここでパラメータ Θ と時刻 t までのデータ \mathbf{Y}_t が与えられたときに，潜在

変数 s_t が状態 j と推測される状態確率 $P\{s_t = j | \mathbf{Y}_t; \Theta\}$ ($j = 1, \dots, 4$) を縦に 4 つ並べた状態確率ベクトル $\hat{\xi}_{t|t}$ を導入する．同様に，予測状態確率ベクトルを $\hat{\xi}_{t+1|t}$ (各成分は，潜在変数 s_{t+1} が状態 j であると t 時刻から予測される予測状態確率 $P\{s_{t+1} = j | \mathbf{Y}_t; \Theta\}$) とする．また，時刻 $t-1$ までのデータ \mathbf{Y}_{t-1} と時刻 t における潜在変数 s_t の状態が j である場合に，対数消費成長率が Δc_t であるときの尤度は，

$$f(\Delta c_t | s_t = j, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(s_t = j)} \exp\left(-\frac{(\Delta c_t - \mu(s_t = j))^2}{2\sigma(s_t = j)^2}\right),$$

$(j = 1, \dots, 4)$

であり，これを縦に 4 つ並べた時刻 t における尤度ベクトルを

$$\eta_t = \begin{bmatrix} f(\Delta c_t | s_t = 1, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\ \vdots \\ f(\Delta c_t | s_t = 4, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \end{bmatrix}$$

とする．

各時刻 t における状態の最適な状態の推測と予測は，次の 2 つの方程式をペアとして繰り返して利用することで得られる．

$$\hat{\xi}_{t|t} = \frac{(\hat{\xi}_{t|t-1} \odot \eta_t)}{\mathbf{1}'(\hat{\xi}_{t|t-1} \odot \eta_t)}$$

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = \mathbf{P} \cdot \hat{\xi}_{t|t}$$

ここで， \odot は行列の要素どうしの積， $\mathbf{1}$ は要素がすべて 1 の 4×1 ベクトルである．また，

$$\mathbf{1}'(\hat{\xi}_{t|t-1} \odot \eta_t) = (\mathbf{1} \ \mathbf{1} \ \mathbf{1} \ \mathbf{1}) \cdot \left(\begin{pmatrix} p\{s_t = 1 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} \\ p\{s_t = 2 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} \\ p\{s_t = 3 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} \\ p\{s_t = 4 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} f(\Delta c_t | s_t = 1, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\ f(\Delta c_t | s_t = 2, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\ f(\Delta c_t | s_t = 3, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\ f(\Delta c_t | s_t = 4, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \end{pmatrix} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= (1 \ 1 \ 1 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} p\{s_t = 1 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} f(\Delta c_t | s_t = 1, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\ p\{s_t = 2 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} f(\Delta c_t | s_t = 2, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\ p\{s_t = 3 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} f(\Delta c_t | s_t = 3, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\ p\{s_t = 4 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} f(\Delta c_t | s_t = 4, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \end{pmatrix} \\
&= p\{s_t = 1 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} f(\Delta c_t | s_t = 1, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\
&\quad + p\{s_t = 2 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} f(\Delta c_t | s_t = 2, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\
&\quad + p\{s_t = 3 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} f(\Delta c_t | s_t = 3, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) \\
&\quad + p\{s_t = 4 | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\} f(\Delta c_t | s_t = 4, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta)
\end{aligned}$$

は、各状態における尤度 $f(\Delta c_t | s_t = j, \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta)$ ($j=1, 2, 3, 4$) を予測状態確率 $p\{s_t = j | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta\}$ で重み付けしたものである。

時刻 $t-1$ までのデータ \mathbf{Y}_{t-1} と時刻 t における対数消費成長率 Δc_t から、時刻 t における尤度は、

$$f(\Delta c_t | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta) = \mathbf{1}' (\hat{\xi}_{t|t-1} \odot \eta_t)$$

であり、パラメータ推定において利用する最終的な対数尤度関数は、

$$\ell(\Theta) = \sum_{t=1}^T \log f(\Delta c_t | \mathbf{Y}_{t-1}; \Theta)$$

となる。パラメータ Θ の推定手法は、付録 A.1 を参照されたい。

2.1.2 消費に基づく資産価格モデル

消費に基づく資産価格モデルとは、最適な消費と投資を行う代表的個人を仮定して、代表的個人が生涯における消費の期待効用を最大化するといった設定の下で均衡状態における証券価格を導くようなミクロ経済学に基礎をおくマクロ経済モデルである。このモデルを用いることで、消費に関するリスクがどのように資産価格に影響を与えるかについて検討することができる。本研究では、代表的個人の効用として指数効用モデルを柔軟にした Epstein and Zin (1989, 1991)^{7),8)} や Weil (1989)²⁰⁾ によるものを採用する。Epstein-Zin-Weil による目的関数は、時刻 t から将来にわたって得られる効用 U_t であり、式 (3) のように再帰的に定義される。

$$U_t = \left[(1 - \delta) C_t^{\frac{1-\gamma}{\alpha}} + \delta (E_t U_{t+1}^{1-\gamma})^{\frac{1}{\alpha}} \right]^{\frac{\alpha}{1-\gamma}} \quad (3)$$

ここで、 E_t は時刻 t における期待値を表し、 δ は時間選好、 γ は相対的リスク回避度係数、 $\alpha \equiv \frac{(1-\gamma)}{1-1/\psi}$ 、 ψ は異時点間の代替弾力性を表す。消費資産価格モデルにおけるこれらのパラメータは、消費と投資家の効用との関係を決定づける。

時刻 t における資産 w_t から消費 C_t を差し引いたものを運用するわけであるから、時刻 t において運用資産から得られるリターンを $R_{w_t, t+1}$ とすると、時刻 $t+1$ における資産との関係は式 (4) のようになる。

$$w_{t+1} = R_{w_t, t+1} (w_t - C_t) \quad (4)$$

よって、代表的個人は、制約式 (4) の下で、目的関数である効用 U_t が最大となるように消費 C_t と資産 w_t の運用を決定する。Epstein and Zin (1989, 1991)^{7),8)} では、最適な消費と資産運用の下で、運用資産から得られるリターンと消費との関係式 (5) を導いている。

$$\begin{aligned}
1 &= E_t \left[\delta^\alpha \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{\alpha}{\psi}} R_{w_t, t+1}^\alpha \right] = E_t \left[\delta^\alpha \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{\alpha}{\psi}} R_{w_t, t+1}^{\alpha-1} R_{w_t, t+1} \right] \\
&= E_t [k_{t+1} R_{w_t, t+1}] \quad (5)
\end{aligned}$$

ここで、 k_{t+1} は、

$$k_{t+1} = \delta^\alpha \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{\alpha}{\psi}} R_{w_t, t+1}^{\alpha-1} \quad (6)$$

で与えられ、プライシングカーネルと呼ばれる。均衡においては、 $R_{w_t, t+1}$ における総配当 D_t は総消費 C_t に等しくなる ($D_t = C_t$)。

証券市場が無裁定であるなら、他の証券のリターン R_{t+1} を式 (5) 右辺にある $R_{w_t, t+1}$ に置き換えても式 (5) が満たされるように証券が価格付けされなければならない。時刻 t における消費を C_t とした証券の時刻 t における価格を P_t^C とし、時刻 t から時刻 $t+1$ までのリターンを $R_{w_t, t+1}$ とする。また、時刻 t における配当支払いを D_t とした証券の時刻 t における価格を P_t^D とし、時刻 t から時刻 $t+1$ までのリターンを $R_{D_t, t+1}$ とする。これらのリターンは、それぞれ、

$$R_{w_t, t+1} = \frac{P_{t+1}^C + C_{t+1}}{P_t^C} \quad (7)$$

$$R_{D_t, t+1} = \frac{P_{t+1}^D + D_{t+1}}{P_t^D} \quad (8)$$

と表せる。ここで、式 (7) を式 (6) に代入したもの、式 (7)、式 (8) を式 (5) ($1 = E_t [k_{t+1} R_{w_t, t+1}]$) に代入したものは、それぞれ式 (9) から式 (11) で与えられる。

$$k_{t+1} = \delta^\alpha \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{\alpha}{\psi} + \alpha - 1} \left(\frac{P_{t+1}^C}{C_{t+1}} + 1 \right)^{\alpha - 1} \left(\frac{P_t^C}{C_t} \right)^{1 - \alpha} \quad (9)$$

$$E_t \left[k_{t+1} \left(\frac{P_{t+1}^C}{C_{t+1}} + 1 \right) \frac{C_{t+1}}{C_t} \right] = \frac{P_t^C}{C_t} \quad (10)$$

$$E_t \left[k_{t+1} \left(\frac{P_{t+1}^D}{D_{t+1}} + 1 \right) \frac{D_{t+1}}{D_t} \right] = \frac{P_t^D}{D_t} \quad (11)$$

ここで、配当に関して $D_t = C_t^\lambda$ ($\lambda = 1$ のとき $P_t^D = P_t^C$ となる) と仮定すると、式 (11) は、

$$E_t \left[k_{t+1} \left(\frac{P_{t+1}^D}{C_{t+1}^\lambda} + 1 \right) \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^\lambda \right] = \frac{P_t^D}{C_t^\lambda} \quad (12)$$

と表せる。式 (9) を式 (12) に代入すると、

$$E_t \left[\delta^\alpha \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{\alpha}{\psi} + \alpha - 1} \left(\frac{P_{t+1}^C}{C_{t+1}} + 1 \right)^{\alpha - 1} \left(\frac{P_t^C}{C_t} \right)^{1 - \alpha} \left(\frac{P_{t+1}^D}{C_{t+1}^\lambda} + 1 \right) \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^\lambda \right] \\ = \frac{P_t^D}{C_t^\lambda} \quad (13)$$

が得られ、株価配当率 $\frac{P_t^D}{C_t^\lambda}$ は、配当成長率 $\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^\lambda$ と $\frac{P_t^C}{C_t}$ に依存する形で再帰的に定義されることが分かる。ここで、株価配当率 $\frac{P_t^D}{C_t^\lambda}$ や $\frac{P_t^C}{C_t}$ が、対数消費成長率のドリフトとボラティリティに関する予測状態確率ベクトル $\hat{\xi}_{t+1|t}$ に依存するようなモデル化を試みる。このとき、式 (13) において、 $\lambda = 1$ としたとき時刻 t における配当支払い D_t は消費の額 C_t と一致し、将来の各時刻におけるキャッシュフローが同じである証券の現在価格は無裁定条件から等しいので $P_t^D = P_t^C$ となることから、 $\frac{P_t^C}{C_t}$ が満たすべき再帰方程式

$$\left(\frac{P_t^C}{C_t} \left(\hat{\xi}_{t+1|t} \right) \right)^\alpha = E_t \left[\delta^\alpha \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{\alpha}{\psi} + \alpha} \left(\frac{P_{t+1}^C}{C_{t+1}} \left(\hat{\xi}_{t+2|t+1} \right) + 1 \right)^\alpha \right] \\ = \sum_{j=1}^4 P \{ s_{t+1} = j | \mathbf{Y}_t; \Theta \} \\ \times E_t \left[\delta^\alpha \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)_j^{-\frac{\alpha}{\psi} + \alpha} \left(\frac{P_{t+1}^C}{C_{t+1}} \left(\hat{\xi}_{t+2|t+1} \right) + 1 \right)^\alpha \Big|_{s_{t+1} = j, \mathbf{Y}_t} \right]$$

$$= \sum_{j=1}^4 \hat{\xi}_{t+1|t}(j) E_t \left[\delta^\alpha \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)_j^{-\frac{\alpha}{\psi} + \alpha} \left(\frac{P_{t+1}^C}{C_{t+1}} \left(\hat{\xi}_{t+2|t+1} \right) + 1 \right)^\alpha \Big|_{s_{t+1} = j, \hat{\xi}_{t+1|t}} \right] \quad (14)$$

を得る。最後の等式は、 $\hat{\xi}_{t+2|t+1}$ の \mathbf{Y}_t と状態 $s_{t+1} = j$ に関する条件付き分布が、 $\hat{\xi}_{t+1|t}$ と $s_{t+1} = j$ のみに依存することを用いた。同様に式 (13) で λ を残す形で記述すれば、株価配当率 $\frac{P_t^D}{C_t^\lambda} = \frac{P_t^D}{D_t}$ が満たすべき再帰方程式

$$\left(\frac{P_t^D}{D_t} \left(\hat{\xi}_{t+1|t} \right) \right) \\ = \frac{P_t^C}{C_t} \left(\hat{\xi}_{t+1|t} \right)^{1 - \alpha} \delta^\alpha \\ \times E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\frac{\alpha}{\psi} + \alpha - 1 + \lambda} \left(\frac{P_{t+1}^C}{C_{t+1}} \left(\hat{\xi}_{t+2|t+1} \right) + 1 \right)^{\alpha - 1} \left(\frac{P_{t+1}^D}{D_{t+1}} \left(\hat{\xi}_{t+2|t+1} \right) + 1 \right) \right] \\ = \frac{P_t^C}{C_t} \left(\hat{\xi}_{t+1|t} \right)^{1 - \alpha} \delta^\alpha \times \sum_{j=1}^4 \hat{\xi}_{t+1|t}(j) \\ \times E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)_j^{-\frac{\alpha}{\psi} + \alpha - 1 + \lambda} \left(\frac{P_{t+1}^C}{C_{t+1}} \left(\hat{\xi}_{t+2|t+1} \right) + 1 \right)^{\alpha - 1} \right. \\ \left. \cdot \left(\frac{P_{t+1}^D}{D_{t+1}} \left(\hat{\xi}_{t+2|t+1} \right) + 1 \right) \Big|_{s_{t+1} = j, \hat{\xi}_{t+1|t}} \right] \quad (15)$$

を得る。消費に基づく資産評価モデルのパラメータ ($\alpha, \delta, \psi, \lambda$) は、再帰方程式 (14)、(15) を用いて株価配当率の時系列データから最小二乗法により求める。 $\frac{P_t^C}{C_t}$ に関しては、初期値を決定すれば後ろ向きに再帰的に求められ、これらの値を式 (15) で利用する。詳細なパラメータは推定法は付録 A.2 を参照されたい。ひとたび株価配当率 $\frac{P_t^D}{D_t}$ が推定されたなら、時刻 t における株式の期待対数リターン $E_t[r_{D_t, t+1}]$ は、式 (16) から容易に求めることができる。

$$E_t[r_{D_t, t+1}] = E_t \left[\ln \left(\frac{P_{t+1}^D + D_{t+1}}{P_t^D} \right) \right]$$

$$= \sum_{j=1}^4 \hat{\xi}_{t+1|t}(j) E_t \left[\ln \left[\left(\frac{P_{t+1}^D}{D_{t+1}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1}) + 1 \right) \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)_j^\lambda \right] \middle| s_{t+1} = j; \hat{\xi}_{t+1|t} \right] \quad (16)$$

また、長期の（ここでは 100 年を想定）株式リスクプレミアムは、

$$\frac{4}{400} E_t [r_{D_t,t+1} + r_{D_t,t+2} + \dots + r_{D_t,t+400}] - \frac{4}{400} E_t [r_{t+1}^f + r_{t+2}^f + \dots + r_{t+400}^f] \quad (17)$$

によって求められる。ここで、 $r_{t+1}^f = \log R_{t+1}^f = \log ((E_t [k_{t+1}])^{-1})$ である。

2.2 個別株式のベータリスク評価モデル

先行研究の枠組みで個別株式のベータリスクを評価して、個別株式のベータリスクが消費成長に関するドリフトとボラティリティの状態確率にどのように依存するかについて検討可能となるモデルを提案する。ベータリスクを評価するためには、インデックス（日本株式市場の場合には TOPIX）リターンと個別株式リターンのモデル化が必要になる。株式リターンのモデル化において重要な役割を果たすのは、 $\frac{P_{t+1}^D}{D_{t+1}} (\hat{\xi}_{t+1|t})$ であり、この値がインデックスと個別株式で異なる。本研究では、この相違が、配当の消費に対する感応度がインデックスと個別株式とで異なることに由来するようなモデル化を行う。つまり、インデックスと個別株式 (i) の配当をそれぞれ $D^{(IDX)}$ 、 $D^{(i)}$ とすると、これらを、パラメータ $\lambda^{(IDX)}$ と $\lambda^{(i)}$ を用いて、 $D^{(IDX)} = C^{\lambda^{(IDX)}}$ 、 $D^{(i)} = C^{\lambda^{(i)}}$ によって消費と関連付けるようなモデル化を行う。

このように個別銘柄に関して $D^{(i)} = C^{\lambda^{(i)}}$ のようなべき乗の形でモデル化を試みた理由は、株式インデックスに関する Lettau らのモデル化からの類推に負うところが大きい。同様のモデル化を個別企業に適用しても興味深い結果が得られると想定することの妥当性は、企業の配当支払が税引き後当期利益から支出されるため、企業収益の消費に対する感応度が企業ごとに異なるならば確保される。電力会社等のユーティリティ関連業種では、企業収益は個人消費の影響をそれほど大きくは受けず消費に対する感応度は小さいと考えられるが、広い意味での個人消費関連業種であれば、企業収益は個人消費の影響を大きく受けるため、消費に対する感応度は大きいことが想定される。実際、3 章で行う実証分析において、ユーティリティ関連業種から東京電力を広い意味での個人消費関連業種から野村ホールディングスを取り上げて、対数株価配当率が対数消費成長率のドリフトやボラティリティに関してどの程度の感応度を持つかを確認したところ、両者において大きな相違が確認された。

消費に基づく資産評価モデルのパラメータのうち α, δ, ψ は、プライシングカーネルを構成する際に利用されるパラメータであるから、インデックスに関する株価配当率の時系列データから $\lambda^{(IDX)}$ と同時に前節で述べた最小二乗法によって推定する。このようにして推定されたパラメータ (α, δ, ψ) と個別株式 (i) に関する株価配当率の時系列データから $\lambda^{(i)}$ を推定する。これらのパラメータが得られたら、個別株式 (i) のベータリスク $\beta^{(i)}$ は、式 (18) を計算することで求められる。ここで Cov_t と Var_t はそれぞれ時刻 t における共分散、分散を表している。式 (18) の計算方法については付録 A.3 を参照されたい。

$$\beta_t^{(i)} = \frac{Cov_t [r_{D^{(IDX)},t+1}, r_{D^{(i)},t+1}]}{Var_t [r_{D^{(IDX)},t+1}]} \\ = \frac{Cov_t \left[\log \left(\frac{P_{t+1}^{D^{(IDX)}}}{D_{t+1}^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1})^{+1} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{\lambda^{(IDX)}} \right), \log \left(\frac{P_{t+1}^{D^{(i)}}}{D_{t+1}^{(i)}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1})^{+1} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{\lambda^{(i)}} \right) \right]}{Var_t \left[\log \left(\frac{P_{t+1}^{D^{(IDX)}}}{D_{t+1}^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1})^{+1} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{\lambda^{(IDX)}} \right) \right]} \quad (18)$$

3. 実証分析

3.1 データと分析の目的

実証分析において用いるデータは、消費のデータと TOPIX、東京電力、野村ホールディングスの株価データである。株価データとして TOPIX を採用した理由は、先行研究である Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ のモデルが米国株式市場のインデックスに対するモデルであり、このモデルが日本株式市場のインデックスに対しても説明力を有するかについて検証するためである。また、東京電力と野村ホールディングスは、2.2 節で述べたようにマクロ経済リスクに対する企業収益の変動が大きく異なると想定される企業ペアの一例として採りあげた。消費データに関しては、1989 年 9-12 月期から 2009 年 1-3 月期までの期間において内閣府が四半期ごとに発表した GDP の民間最終消費支出を利用する。株価データに関しては、消費データ期間に対応する各四半期における終値を用いる。

分析の目的は、次の 3 点である。

表 1 日本の消費に対するレジームスイッチングモデルの推定結果

Table 1 Estimated parameters for the regime switching model (case of Japan).

μ_{high}	μ_{low}	σ_{high}^2	σ_{low}^2	P_{hh}^μ	P_{ll}^μ	P_{hh}^σ	P_{ll}^σ
0.5408	-0.3255	1.4817	0.1363	0.798	0.325	0.957	0.965

表 2 米国の消費に対するレジームスイッチングモデルの推定結果

Table 2 Estimated parameters for the regime switching model (case of U.S.).

μ_{high}	μ_{low}	σ_{high}^2	σ_{low}^2	P_{hh}^μ	P_{ll}^μ	P_{hh}^σ	P_{ll}^σ
0.623	-0.323	0.556	0.163	0.966	0.794	0.994	0.991

- (1) 日本における対数消費成長率のデータを用いてレジームスイッチングモデルのパラメータ推定を行い、日米のマクロ経済リスクの相違をモデルに基づいて把握する。
- (2) 消費に基づく資産評価モデルのパラメータ推定を行ったうえで、Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ が提案するモデルがマクロ経済リスクが米国とは異なる日本においてもマクロ経済リスクが株式市場の長期的なダイナミクスを説明するか、説明する場合には説明の仕方は米国と同様か否かについて検証する。
- (3) 本研究で提案した個別株式のベータリスク評価モデルに基づいてモデルのベータリスク値を導出し、マクロ経済リスクが株式市場全体のダイナミクスだけでなく、個別株式のベータリスクに関するダイナミクスをも説明可能であるかを検討する。

3.2 分析結果とその考察

3.2.1 対数消費成長率に関するレジームスイッチングモデルのパラメータ推定結果と考察

日本における対数消費成長率（1989年第4四半期から2009年第1四半期）に関するレジームスイッチングモデルのパラメータ推定結果を表1に、Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ による米国における対数消費成長率（1952年から2002年）に関するレジームスイッチングモデルのパラメータ推定結果を表2に示した。対数消費成長率のドリフト μ_h, μ_l とボラティリティ σ_h, σ_l に関する推定結果を日米で比較すると、ドリフトに関しては μ_h, μ_l とともに大きな違いは見られないが、分散 σ_h^2 に関しては日本が米国の3倍近くに達していることが分かる。これは、日本における対数消費成長率の推定期間にバブル崩壊後の1990年代前半の時期が含まれており、この時期における対数消費成長率のボラティリティがきわめて大きかったことを反映したものと考えられる。

次に、対数消費成長率のドリフトやボラティリティが高い（または低い）状態がどの程度継続するかについて日米間で比較するために、表1、表2の推移確率の推定結果 $P_{hh}^\mu, P_{ll}^\mu, P_{hh}^\sigma, P_{ll}^\sigma$ に着目する。 $P_{hh}^\mu (P_{ll}^\mu)$ はドリフト μ の状態が $\mu_h (\mu_l)$ にとどまる確率であり、

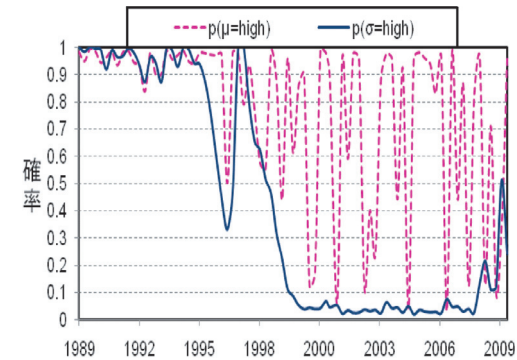


図 2 対数消費成長率に関するドリフトとボラティリティの状態確率の推移
Fig. 2 Probabilities of high mean and high volatility states for the log consumption growth rate.

$P_{hh}^\sigma (P_{ll}^\sigma)$ はボラティリティ σ の状態が $\sigma_h (\sigma_l)$ にとどまる確率である。

ボラティリティに関しては、日米両国において、 $P_{hh}^\sigma (P_{ll}^\sigma)$ は 1 に近く、ボラティリティが低い状態や高い状態は継続しやすいことが分かる。ドリフトに関しては、高い状態や低い状態にとどまる確率 ($P_{hh}^\mu (P_{ll}^\mu)$) はともに、日本の方が米国よりも小さく、特に、低い状態にとどまる確率は米国の半分以下の水準となっている。

ここで、日本における対数消費成長率のドリフトやボラティリティが高い水準 (μ_h, σ_h) となる状態確率を時系列的に確認する (図 2 を参照)。ドリフトに関しては、1990 年代半ばすぎまでは高い水準である確率が 1 に近かったが、以降は 0 から 1 まで繰り返し推移しており、先に確認したようにドリフトの状態が高い (低い) 状態にとどまる確率がそれほど大きくないことを反映している。ボラティリティに関しては、1990 年代半ばごろまでは高い水準である確率が 1 に近かったが、以降 2000 年にかけてその確率は 0 近くまで低下し、この時期にボラティリティが低下したことがうかがえる。また、2000 年から 2008 年ごろまでは、長きにわたってボラティリティが高い状態の確率は小さな水準にとどまり、低ボラティリティが続いた時期であることが分かる。2008 年以降は、少しボラティリティは増加している。このようなボラティリティが高い状態や低い状態に比較的長くにとどまる傾向は、表 1 で確認した $P_{hh}^\sigma (P_{ll}^\sigma)$ が 1 に近い結果と整合的である。一方、同時期の米国についての研究 Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ では、1980 年代半ばから 2000 年にかけて、対数消費成長率のドリフトは高い水準にある時期が大半であること、ボラティリティは高い状態にある確率が 1 から 0 へ向かって推移する、つまり、ボラティリティはこの時

表 3 TOPIX に対する資産価格モデルにおけるパラメータの推定結果

Table 3 Estimated parameters for the asset pricing model (case of Japan).

リスク回避度係数 γ	時間選好 δ	λ	異時点の代替弾力性 ψ
1.53	0.982	4.5	1.2

表 4 CRSP インデックスに対する資産価格モデルにおけるパラメータの推定結果

Table 4 Estimated parameters for the asset pricing model (case of U.S.).

リスク回避度係数 γ	時間選好 δ	λ	異時点の代替弾力性 ψ
30	0.996	4.5	1.5

期に低下していったことが報告されている。

3.2.2 消費に基づく資産価格モデルに関する分析結果と考察

マクロ経済リスクとして対数消費成長率のドリフトとボラティリティを用いて、マクロ経済リスクが資産価格である株価に与える影響について検討する。まず、本研究で行った消費に基づく資産評価モデルの日本におけるパラメータ推定結果(表 3 参照)を Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ のパラメータ推定結果(表 4 参照)と比較する形で紹介する。相対的リスク回避度こそ大きく異なる(ただし、同符号である)ものの、時間選好や異時点間の代替弾力性に関しては近い値であること、配当の消費に対する感応度を表現する λ にいたっては同じ値となった。このことから、日米の国民性の違いが日米における株価の価格形成に与える影響がそれほど大きいとは考えにくく、やはり、マクロ経済リスクの相違の方が株価に大きな影響を与えるものと考えられる。Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ の消費に基づく資産価格モデルは、20 世紀最後の 15 年間における米国株式市場の驚くべき上昇が、マクロ経済リスク(ボラティリティ)の低レジームへのシフトによるリスクプレミアムの低下によってもたらされたものと説明することができた。ここでは、同モデルが、バブル崩壊後の 1990 年代前半における日本株式市場の急落や 1990 年代半ば以降における低迷もマクロ経済リスクから説明することが可能であるかについて検討する。

TOPIX を対象とした現実の対数株価配当率データとモデルに基づく対数株価配当率を図 3 に示した。現実の対数株価配当率とモデル値は、1989 年末、1999 年、2007 年から 2009 年の 3 つの時期で大きく乖離する。1989 年は日本経済がバブルの絶頂にあった時期であり、1999 年も一時的な IT バブルの時期であった、また、2007 年から 2009 年は米国発のサブプライム問題やリーマンショック等を背景に株式市場が世界的に暴落した時期であった。このような極端に株式市場が上ぶれ・下ぶれする現象を追いかけることはできないものの、モデルは 1990 年代前半における対数株価配当率の比較的大きな下降トレンド、1990 年代後半

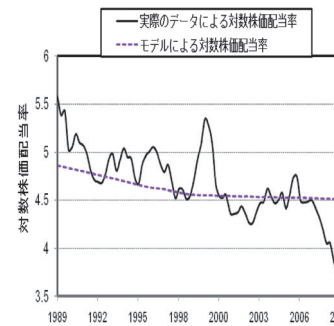


図 3 モデルと実際のデータの対数株価配当率の比較
Fig. 3 Historical log price-dividend ratio and that estimated by the model.

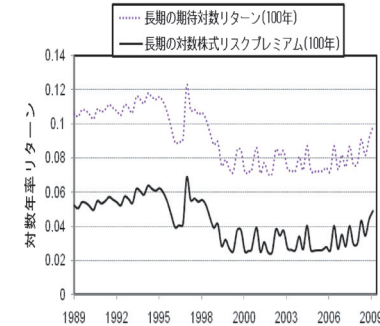


図 4 モデルによる長期的な株式期待リターンおよび株式リスクプレミアムの推移
Fig. 4 Equity risk equity premium and expected return by the model.

に見られる下降トレンドのフェードアウトや 2000 年代を通しての横ばい状態をおおむねとらえることに成功している。

このような対数株価配当率のモデル値に関するダイナミクスは、マクロ経済リスクのダイナミクスと整合的なのであろうか? 20 世紀最後の 15 年間における米国株式市場における対数株価配当率の上昇が、マクロ経済リスクの減少に由来するリスクプレミアムの低下によってもたらされたことを参考に、図 4 に示した日本株式市場におけるモデルに基づく長期的な株式期待リターンと株式リスクプレミアムの推移を確認する。1990 年代前半にはマクロ経済リスク(ボラティリティ)が高水準にとどまっていたことを反映して投資家が要求するリスクプレミアムは高い水準で、かつ上昇傾向にあり、対数株価配当率が比較的大きな下降トレンドにあったことを説明することができる。また、2000 年代を通しては、マクロ経済リスク(ボラティリティ)が低水準であったことからリスクプレミアムも低水準にとどまり、対数株価配当率のモデル値は横ばいであった。

米国のケースと大きく異なり興味深いのは、1990 年代後半の時期にみられるリスクプレミアムと対数株価配当率との関係である。この時期において、図 2 から分かるようにマクロ経済リスク(ボラティリティ)が低いレジームへとシフトしたことを反映して、株式リスクプレミアムも図 4 にあるように低下した。日本におけるマクロ経済リスクと対数株価配当率との関係が米国と同様なら、この時期において対数株価配当率のモデル値は上昇しなければならない。しかしながら、この時期における日本の対数株価配当率のモデル値は、先に

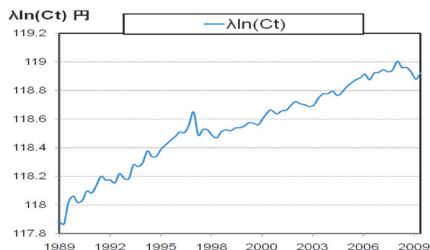


図 5 $\lambda \ln(C_t)$ の推移
Fig. 5 History of the $\lambda \ln(C_t)$.

確認したように下降トレンドこそフェードアウトしたものの上昇に転じることはなかった。

この理由は、単純な株価配当モデル（詳しくは、たとえば宮崎²¹⁾を参照）を用いて説明することができる。株価配当モデルとは、将来に得られる配当の割引現在価値で現在の株価をモデル化するものであり、現在の株価は、株式の長期的な期待リターンから配当成長率を差し引いたもので配当を除いたもので与えられる。

本研究におけるモデルは、配当を消費のべき乗で記述するモデルであるから、配当成長率はおおむね消費の成長率によってとらえることができる。よって、配当が与えられたとき、長期的な期待リターンが低ければ低いほど、消費成長率が高ければ高いほど、現在の株価は高くなる。日本における 1990 年代後半の時期を振り返ると、先に見たようにマクロ経済リスク（ボラティリティ）が低いレジームへとシフトしたことを反映して、株式リスクプレミアムや株式の長期的な期待リターンは低下した。しかしながら、図 5 に示した対数消費水準の推移を確認すると、この時期に水準は横ばいであり、まったく成長がみられなかったことが確認される。つまり、米国とは異なり日本では、対数消費成長率のドリフトに関する変化が対数株価配当率に大きく寄与することが分かった。このことは、図 6、図 7 に示すモデルの対数株価配当率に関する感応度分析の結果からも裏付けることができる。図 6 は、モデルにおいて対数消費成長率のドリフトが高い水準にある確率が 1 の場合 ($\mu = \mu_h$) と 0 の場合 ($\mu = \mu_l$) の 2 通りに関してボラティリティが高い水準にある確率を変化させて対数株価配当率のモデル値の感応度を示したものであり、図 7 は、ボラティリティが高い水準にある確率が 1 の場合 ($\sigma = \sigma_h$) と 0 の場合 ($\sigma = \sigma_l$) の 2 通りに関してドリフトが高い水準にある確率を変化させて対数株価配当率のモデル値の感応度を示したものである。感応度分析結果から、対数株価配当率のモデル値は対数消費成長率のボラティリティからはほとんど影響を受けず、ドリフトによる影響がきわめて大きいことが分かる。つまり、日本

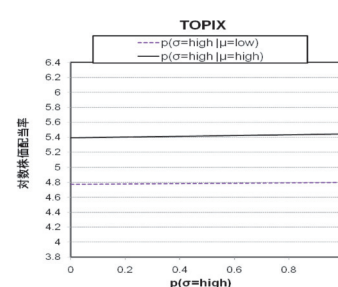


図 6 ボラティリティの状態確率に対する対数株価配当率 (TOPIX) の感応度
Fig. 6 Sensitivity of price-dividend ratio on the probabilities for high volatility state.

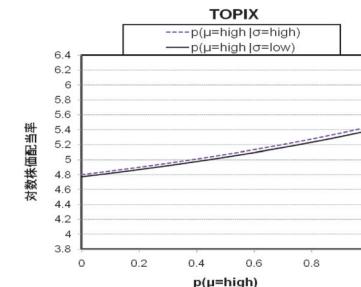


図 7 ドリフトの状態確率に対する対数株価配当率 (TOPIX) の感応度
Fig. 7 Sensitivity of price-dividend ratio on the probabilities for high mean state.

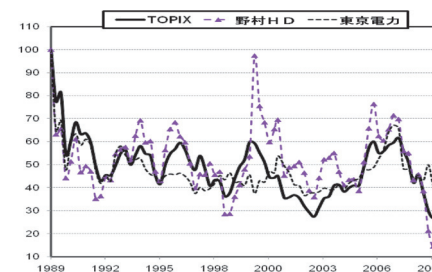


図 8 TOPIX, 東京電力, 野村ホールディングスの株価推移 (1989Q4 における株価を基準値として 100 とする)
Fig. 8 Equity prices of TOPIX, Nomura HD, and Tokyo electric power company.

においても, Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾のモデルはマクロ経済リスクから株価を説明するモデルであるが、米国と異なり日本では対数消費成長率のドリフト部分の株価（対数株価配当率）に対する説明力が大きいと結論付けられる。

3.2.3 個別株式のベータリスク評価モデルに関する分析結果と考察

本研究で提案した個別株式のベータリスク評価モデルが、消費成長に関するドリフトとボラティリティの状態確率にどのように依存するかについて検証する。

モデルに基づくベータリスクの分析結果を紹介するにあたって、まず、TOPIX、東京電力、野村ホールディングスの分析対象期間における株価推移を確認しよう。図 8 には、3 つの株価推移の比較を容易にするため、いずれの銘柄に関しても 1989 年 12 月の株価を 100

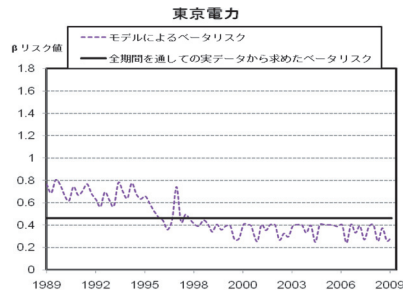


図 9 東京電力のベータリスクの比較

Fig. 9 Two kind of beta risks for Tokyo electric power company.

と基準化したうえで株価推移を掲載した。図 8 から、3社の株価推移は1990年代半ばまでとそれ以降の期間で大きく異なることが分かる。1990年代半ばまでは、3社の株価推移はおおむね同じ方向に推移しており相関がおしなべて高いことがうかがえる。株価推移の変動幅の観点からは、TOPIXと東京電力が同程度であり、野村ホールディングスが少し大きいことが読み取れる。このことから、東京電力や野村ホールディングスのベータリスクは、それぞれ、1を幾分下回る、上回ることが想定される。ところが、1990年代半ばから2000年にかけての時期は、3社の株価推移に大きな相違がみられるようになる。TOPIXと東京電力に関しては、株価推移の方向も異なる局面がみられ、また、株価推移の変動幅の観点からも東京電力の変動幅はTOPIXの変動幅よりも相当小さくなっていることが読み取れる。一方、TOPIXと野村ホールディングスに関しては、株価推移の方向は以前と同様におおむね同じ方向に推移しているが、株価推移の変動幅に関しては野村ホールディングスの変動幅がTOPIXの変動幅よりも相当大きくなっていることが分かる。このため、1990年代半ばから2000年にかけての時期に、東京電力のベータリスクは低下、野村ホールディングスのベータリスクは上昇することが考えられる。2000年代を通して、株価推移は1990年代半ばから2000年にかけての時期において傾向が継続してみられ、東京電力のベータリスクは低く、野村ホールディングスのベータリスクが高い傾向が継続するものと考えられる。

本研究モデル(式(18))に基づいて東京電力と野村ホールディングスのベータリスクを導出したものを、それぞれ、図9、図10に示した。これらの図には、全期間における実データから求めたベータリスクもあわせて掲載した。図9から、東京電力に関するベータリスクのモデル値は、1990年代前半は0.6から0.8の範囲で推移していたが、1990年代半ばから2000年にかけて低下し、2000年代を通して0.3から0.4の範囲で推移しており、おおむ

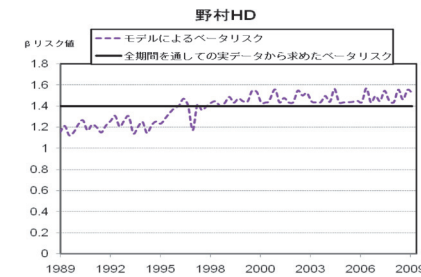


図 10 野村ホールディングスのベータリスクの比較

Fig. 10 Two kind of beta risks for Nomura HD.

ね、先の株価推移に基づいた想定に沿う形であることが分かる。また、全期間を通しての実データから求めたベータリスク値は、0.5をわずかに下回る水準でありベータリスクのモデル値の平均的水準に位置している。図10から、野村ホールディングスに関するベータリスクのモデル値は、1990年代前半は1.1から1.3の範囲で推移していたが、1990年代半ばから2000年にかけて上昇し、2000年代を通して1.4から1.6の範囲で推移しており、東京電力と同様に、おおむね先の株価推移に基づいた想定にどおりであることが分かる。また、全期間を通しての実データから求めたベータリスク値は1.4と、やはり、ベータリスクのモデル値の平均的水準に位置している。

よって分析結果から、マクロ経済リスクを考慮したベータリスクのモデル値に関する推移は、おおむね、実データから想定されるベータリスク値と整合的であることが確認された。ここからは、ベータリスクのモデル値をマクロ経済リスク(消費成長に関するドリフトとボラティリティの状態確率)の観点から説明付ける。3.2.2項で行ったTOPIXの対数株価配当率に関する感応度分析と同様の分析を東京電力と野村ホールディングスに対しても行い、分析結果をそれぞれ図11、図12、図13、図14に示した。図11、図12から、東京電力の対数株価配当率の水準はTOPIXのものよりも低いこと、また、対数消費成長率のボラティリティに関する感応度が低くだけでなくドリフトに関する感応度も低いことが分かる。前者から、東京電力の株価リターンの標準偏差リスクがTOPIXのものよりも小さいことが裏付けられる。また、後者は、東京電力の対数株価配当率のマクロ経済リスク(対数消費成長率のドリフト)に対する感応度がTOPIXによるものと大きく異なることを示しており、先に指摘した1990年代後半以降にTOPIXと東京電力に関する株価推移の方向が異なる局面がみられ相関が低下したことの1つの要因と考えられる。このようにマクロ経済リスク

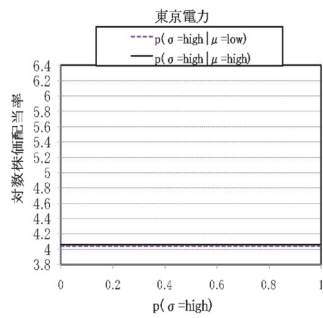


図 11 ボラティリティの状態確率に対する対数株価配当率（東京電力）の感応度
Fig. 11 Sensitivity of price-dividend ratio on the probabilities for high volatility state.

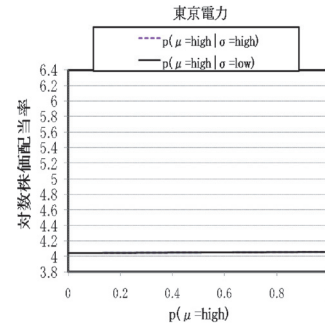


図 12 ドリフトの状態確率に対する対数株価配当率（東京電力）の感応度
Fig. 12 Sensitivity of price-dividend ratio on the probabilities for high mean state.

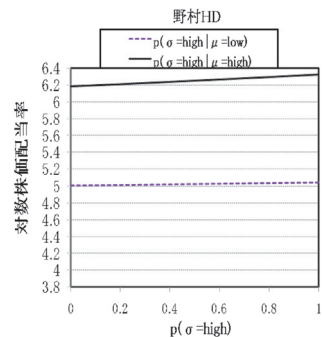


図 13 ボラティリティの状態確率に対する対数株価配当率（野村ホールディングス）の感応度
Fig. 13 Sensitivity of price-dividend ratio on the probabilities for high volatility state.

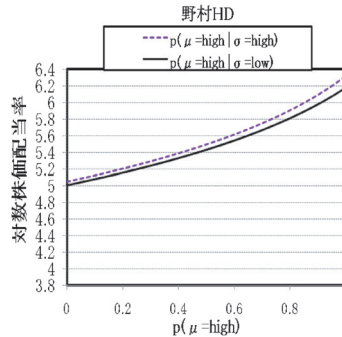


図 14 ドリフトの状態確率に対する対数株価配当率（野村ホールディングス）の感応度
Fig. 14 Sensitivity of price-dividend ratio on the probabilities for high mean state.

が東京電力と TOPIX の株価リターンに関する標準偏差と相関への与える影響は、東京電力のベータリスク値の水準（1 を下回る）と整合的である。図 13, 図 14 から、野村ホールディングスの対数株価配当率の水準は TOPIX のものよりも高いこと、また、対数消費成長率のボラティリティに関する感応度が低く、ドリフトに関する感応度が高くなっており、こ

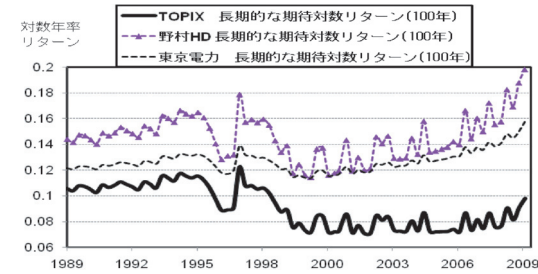


図 15 モデルによる長期的な株式期待リターンの推移
Fig. 15 Long-run expected return estimated by the model.

れらの傾向は TOPIX と同様であることが分かる。前者から、野村ホールディングスの株価リターンの標準偏差リスクが TOPIX のものよりも大きいことが裏付けられる。後者から、野村ホールディングスと TOPIX の対数株価配当率のマクロ経済リスクに対する感応度が類似しているため、全期間を通して野村ホールディングスと TOPIX の株価リターンに関する相関が高かったことが分かる。このようにマクロ経済リスクが野村ホールディングスと TOPIX の株価リターンに関する標準偏差と相関への与える影響は、野村ホールディングスのベータリスク値の水準（1 を上回る）と整合的である。

最後に、東京電力と野村ホールディングスのベータリスクのモデル値に関する推移を、モデルに基づく株式の長期的な期待リターンの推移から説明しておく。3.2.2 項で導入した配当割引モデルでは配当が与えられたとき長期的な期待リターンの水準の変動が株価の変動を引き起こす要因となる。よって、東京電力や野村ホールディングスの長期的な期待リターンの変動の大きさを TOPIX のものと相対的に比較することで相関以外の要因によるベータリスクの大きさを説明することができる。図 15 を見ると、1990 年代半ばまでは、TOPIX の長期的な期待リターンの変動の大きさは野村ホールディングスのものより小さく東京電力のものより大きいがこれらに大きな開きがないことが確認され、東京電力と野村ホールディングスのベータリスクの相違が大きくないことが裏付けられる。これに対して 1990 年代半ば以降 2000 年代を通しては、TOPIX、東京電力、野村ホールディングスの長期的な期待リターンの変動の大きさは、順序こそ変わらないものの開きが相当大きくなっており、この期間において東京電力と野村ホールディングスのベータリスクの相違が大きくなったことを裏付けている。それではなぜこの時期に TOPIX や野村ホールディングスの長期的な期待リターンの変動は大きくなったにもかかわらず、東京電力の長期的な期待リターンの変動は

大きくならなかったのであろうか? その理由も、マクロ経済リスク(対数消費成長率のドリフト)にある。図2から、対数消費成長率のドリフトは、1990年代半ば以降において高い状態と低い状態を繰り返すような状況にあったことが分かる。先に確認したようにTOPIXと野村ホールディングスの対数配当成長率は対数消費成長率のドリフトに対して大きな感応度を持った(図7, 図14を参照)のに対して、東京電力の対数配当成長率は対数消費成長率のドリフトに対してほとんど感応度を持たなかった(図12を参照)。つまり、TOPIX対比でのマクロ経済リスクに対する感応度の相違が、ベータリスクのモデル値に関する推移の相違を説明することが分かり、マクロ経済リスクは株式市場のリスクプレミアムだけでなく個別銘柄のリスク量に関してもいづらか説明可能であることが結論付けられる。

4. まとめと結語

本研究では、第1に、米国においてマクロ経済リスクが株式市場の水準、ダイナミクスをおおむね説明できることを示した Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ のモデルが、マクロ経済リスクや株式市場の水準、ダイナミクスがまったく異なる日本においても有効なモデルとなりうるかについて検証した。検証結果から、同モデルは、日本においてもマクロ経済リスクが株式市場の水準、ダイナミクスをおおむね説明可能であることが分かった。ただし、説明の仕方が米国とは異なる。米国においては、マクロ経済リスクの代替となる対数消費成長のボラティリティの低下がリスクプレミアムの低減をもたらし、20世紀最後の15年間における持続的な株価の上昇を導いたのであるが、日本では、対数消費成長におけるドリフトの低下の方がボラティリティの低下よりも株価水準に与える影響は大きく、米国と同様にリスクプレミアムは低減しているものの配当の成長率も低くなっていることから1990年代を通して株価は下落傾向にあったとモデルは説明している。

第2に、個別株式のベータリスク評価モデルを新たに提案したうえで、分析事例として東京電力と野村ホールディングスの株価を採り上げ、ベータリスクのモデル値がマクロ経済リスクによってどの程度まで説明可能であるかについて検証した。Lettau, Ludvigson and Wachter (2008)¹⁷⁾ では、米国 S&P500 といった株式市場全体のダイナミクスをマクロ経済リスクから説明しようという試みであったのに対して、ここでの検証は個別株式に関するリスク指標がマクロ経済リスクからどの程度まで現実のベータリスクを説明されるかについて分析するものであり、新たな研究の方向性として位置づけられる。分析結果から、マクロ経済リスクは株式市場全体のリスクプレミアムだけでなく、個別銘柄のリスク量に関してもいづらか説明可能であることが確認された。

謝辞 初稿を改訂する際に有益なコメントをくださった2人の査読者に感謝いたします。本研究は科研費(基盤研究(c)22510143)の助成を受けたものである。

参 考 文 献

- 1) Abel, A.B.: Stock Prices Under Time-Varying Dividend Risk, *Journal of Monetary Economics*, Vol.22, pp.375-93 (1988).
- 2) Aono, K. and Iwaisako, T.: The Consumption-Wealth Ratio and the Japanese Stock Market, *Research Center for Price Dynamics Institute of Economic Research, working Paper*, No.9 (2007).
- 3) Bansal, R. and Yaron, A.: Risks for the Long-Run: A Potential Resolution of Asset Pricing Puzzles, *Journal of Finance*, Vol.59, pp.1481-1509 (2004).
- 4) Barsky, R.B.: Why Don't the Prices of Stocks and Bonds Move Together? *NBER working Paper*, No.2047 (1986).
- 5) Blanchard, O.J.: Movements in the Equity Premium, *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol.2, pp.75-138 (1993).
- 6) Blanchard, O.J. and Simon, J.: The Long and Large Decline in U.S. Output Volatility, *Brookings Papers on Economic Activity*, Vol.1, pp.135-174 (2001).
- 7) Epstein, L. and Zin, S.: Substitution, Risk, Aversion and the Temporal Behavior of Consumption and Asset Returns, *Theoretical Framework, Econometrica*, Vol.57, pp.937-969 (1989).
- 8) Epstein, L. and Zin, S.: Substitution, Risk Aversion, and the Temporal behavior of Consumption and Asset Returns: An Empirical Investigation, *Journal of Political Economy*, Vol.99, pp.555-576 (1991).
- 9) Fama, E.F. and French, K.R.: The Equity Premium, *Journal of Finance*, Vol.57, pp.637-659 (2002).
- 10) Gennotte, G. and Marsh, T.A.: Variations in Economic Uncertainty and Risk Premiums on Capital Assets, *European Economic Review*, Vol.37, pp.1021-1041 (1992).
- 11) Giovannini, A.: Uncertainty and Liquidity, *Journal of Monetary Economics*, Vol.23, pp.239-58 (1989).
- 12) Hamilton, J.D.: A new approach to the Analysis of Nonstationary Returns and the Business Cycle, *Econometrica*, Vol.57, pp.357-387 (1989).
- 13) Jagannathan, R., McGrattan, E.R. and Scherbina, A.: The Declining U.S. Equity Premium, *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Vol.24, pp.3-19 (2000).
- 14) Kandel, S. and Stambaugh, R.F.: Expectation and Volatility of Consumption and Asset Returns, *Review of Financial Studies*, Vol.3, pp.207-32 (1990).
- 15) Kandel, S. and Stambaugh, R.F.: Asset Returns and Inter temporal Preferences,

Journal of Monetary Economics, Vol.27, pp.39–71 (1991).

- 16) Kim, C.J. and Nelson, C.R.: Has the Economy Become More Stable? A Bayesian Approach Based on a Markov-Switching Model of the Business Cycle, *The Review of Economics and Statistics*, Vol.81, pp.608–616 (1999).
- 17) Lettau, M., Ludvigson, S.C. and Wachter, J.A.: The Declining Equity premium: What Role Does Macroeconomic Risk Play? *Review of Financial Studies*, Vol.21, pp.1653–1687 (2008).
- 18) McConnell, M.M. and Perez-Quiros, G.: Output Fluctuations in the United States: What Has Changed Since the early 1980s? *American Economic Review*, Vol.90, pp.1464–1476 (2000).
- 19) Stock, J.H. and Watson, M.W.: Has the Business Cycle Change and Why? *NBER Macroeconomics Annual*, Gertler, M. and Rogoff, K. (Eds.), MIT Press, Cambridge, MA (2002).
- 20) Weil, P.: The Equity Premium Puzzle and the Risk-Free Rate Puzzle, *Journal of Monetary Economics*, Vol.24, pp.401–421 (1989).
- 21) 宮崎浩一：証券分析への招待，サイエンティスト社 (2005).

付 録

A.1 パラメータ Θ の推定手法

STEP0：初期値の設定

初期値としてパラメータ $\Theta = \{\mu_h, \mu_l, \sigma_h, \sigma_l, \mathbf{P}\}$ と予測状態確率ベクトルの初期値 $\hat{\xi}_{1|0}$ を与える。

STEP1：初期値 $\hat{\xi}_{1|0}$ におけるパラメータ Θ の推定

予測状態確率ベクトルの初期値 $\hat{\xi}_{1|0}$ の下では，2.1.2 項の最終的な尤度関数 $l(\Theta)$ はパラメータ Θ のみの関数であるから，通常の準ニュートン法で対数尤度関数を最大化することによりパラメータ Θ を推定する。ここで推定されたパラメータ Θ は予測状態確率ベクトルの初期値 $\hat{\xi}_{1|0}$ の下でのパラメータであり，最適な初期値の下で得られたパラメータではない。よって，初期値の更新が必要となる。

STEP2：初期値 $\hat{\xi}_{1|0}$ の更新

初期値 $\hat{\xi}_{1|0}$ と STEP1 で推定されたパラメータ Θ に基づいて，予測状態確率ベクトル $\hat{\xi}_{t|t-1}$ とその更新である $\hat{\xi}_{t|t}$ ($t \sim 0, 1, 2, \dots, T$) が得られている。これらの情報に基づいて時刻 T からみた時刻 1 における状態確率ベクトル $\hat{\xi}_{1|T}$ を導出し，初期値 $\hat{\xi}_{1|0}$ を更新する。状態確率ベクトル $\hat{\xi}_{1|T}$ の導出には式 (19) を利用する。

$$\hat{\xi}_{t|T} = \hat{\xi}_{t|t} \odot \{ \mathbf{P}' \cdot [\hat{\xi}_{t+1|T}(\div) \hat{\xi}_{t+1|t}] \} \tag{19}$$

式 (19) の導出法を， $\hat{\xi}_{t|T}$ の j 番目 ($j = 1, 2, 3, 4$) の要素 $p\{s_t = j | \mathbf{Y}_T\}$ に関して示す。

$$\begin{aligned} p\{s_t = j | \mathbf{Y}_T\} &= \sum_{i=1}^4 p\{s_t = j, s_{t+1} = i | \mathbf{Y}_T\} \\ &= \sum_{i=1}^4 p\{s_{t+1} = i | \mathbf{Y}_T\} p\{s_t = j | s_{t+1} = i, \mathbf{Y}_T\} \\ &= \sum_{i=1}^4 p\{s_{t+1} = i | \mathbf{Y}_T\} p\{s_t = j | s_{t+1} = i, \mathbf{Y}_t\} \\ &= \sum_{i=1}^4 p\{s_{t+1} = i | \mathbf{Y}_T\} \frac{p_{ji} \cdot p\{s_t = j | \mathbf{Y}_t\}}{p\{s_{t+1} = i | \mathbf{Y}_t\}} \\ &= p\{s_t = j | \mathbf{Y}_t\} \sum_{i=1}^4 \frac{p_{ji} \cdot p\{s_{t+1} = i | \mathbf{Y}_T\}}{p\{s_{t+1} = i | \mathbf{Y}_t\}} \\ &= p\{s_t = j | \mathbf{Y}_t\} [p_{j1} \ p_{j2} \ p_{j4} \ p_{j4}] \cdot \begin{bmatrix} p\{s_{t+1} = 1 | \mathbf{Y}_T\} / p\{s_{t+1} = 1 | \mathbf{Y}_t\} \\ p\{s_{t+1} = 2 | \mathbf{Y}_T\} / p\{s_{t+1} = 2 | \mathbf{Y}_t\} \\ p\{s_{t+1} = 3 | \mathbf{Y}_T\} / p\{s_{t+1} = 3 | \mathbf{Y}_t\} \\ p\{s_{t+1} = 4 | \mathbf{Y}_T\} / p\{s_{t+1} = 4 | \mathbf{Y}_t\} \end{bmatrix} \tag{20} \end{aligned}$$

ここで， p_{ji} は状態 i から状態 j への遷移確率を示す。

式 (20) における 3 つめの等式の前段で， $p\{s_t = j | s_{t+1} = i, \mathbf{Y}_T\}$ が， $p\{s_t = j | s_{t+1} = i, \mathbf{Y}_t\}$ となるのは，条件として $s_{t+1} = i$ が与えられれば，マルコフ過程の下では $s_t = j$ である確率は時刻 $t+2, t+3, \dots, T$ における情報に依存しないからである。

式 (19) を用いて，順次， $\hat{\xi}_{T-1|T}$ ， $\hat{\xi}_{T-2|T}$ ，を求めていけば最終的に $\hat{\xi}_{1|T}$ が得られ，初期値 $\hat{\xi}_{1|0}$ を更新することができる。

STEP3：STEP1-2 の繰返し

STEP1-2 を繰り返して，パラメータ Θ と，予測状態確率ベクトル $\hat{\xi}_{1|0}$ の値が収束して更新されなくなった時点でアルゴリズムを停止すれば，最適に推定されたパラメータ Θ が得られる。

A.2 詳細なパラメータ推定法

式 (14)，(15) から株価消費率や株価配当率のモデル値を導出し，データ値との二乗誤差

和を最小化することによって、資産評価モデルのパラメータ $(\alpha, \delta, \psi, \lambda)$ を推定する。具体的には、式 (14), (15) において、初期値として $\frac{P_{T+1}^C}{C_{T+1}} (\hat{\xi}_{T+2|T+1})$, $\frac{P_{T+1}^D}{D_{T+1}} (\hat{\xi}_{T+2|T+1})$ とパラメータ $(\alpha, \delta, \psi, \lambda)$ の値を与え、後ろ向きに株価消費率や株価配当率のモデル値を導出する。その際に、付録 A.1 のアルゴリズムによって推定済みである

$$\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)_j \equiv \exp\{\mu(s_{t+1}=j) + \sigma(s_{t+1}=j)\varepsilon_{t+1}\} \quad \varepsilon_{t+1} \sim N(0,1) \quad (j=1,2,3,4)$$

のパラメータ $\mu(s_{t+1}=j)$, $\sigma(s_{t+1}=j)$ ($j=1,2,3,4$) や予測状態確率ベクトル $\hat{\xi}_{t+1|t}$ を利用する。

初期値として与えた $\frac{P_{T+1}^C}{C_{T+1}} (\hat{\xi}_{T+2|T+1})$ とパラメータ $(\alpha, \delta, \psi, \lambda)$ を式 (14) に代入すれば、 $\left(\frac{C_{T+1}}{C_T}\right)_j$ の各状態におけるパラメータ値や $\hat{\xi}_{T+1|T}$ がすでに得られているから、 ε_{T+1} に関する期待値計算を行うことで、時刻 T における株価消費率のモデル値となる式 (14) の左辺 $\left(\frac{P_T^C}{C_T} (\hat{\xi}_{T+1|T})\right)^\alpha$ を導出できる。同様に、時刻 T における株価配当率のモデル値である式 (15) の左辺も、先に得られた $\frac{P_T^C}{C_T} (\hat{\xi}_{T+1|T})$ と、初期値として与えた $\frac{P_{T+1}^C}{C_{T+1}} (\hat{\xi}_{T+2|T+1})$, $\frac{P_{T+1}^D}{D_{T+1}} (\hat{\xi}_{T+2|T+1})$, パラメータ $(\alpha, \delta, \psi, \lambda)$ から導出可能である。以下、同様にして、後ろから再帰的に株価配当率のモデル値 $\frac{P_t^D}{D_t} (\hat{\xi}_{t+1|t})$ を求めることができる。これらの株価配当率に関するモデル値と現実の株価配当率のモデル値との誤差和を最小にすることによって、資産評価モデルのパラメータ $(\alpha, \delta, \psi, \lambda)$ を推定する。

A.3 式 (18) の計算方法

式 (18) は、以下の式 (21) で表すことができ、

$$\begin{aligned} \beta_t^{(i)} &= \frac{Cov_t[r_{D(IDX),t+1}, r_{D^{(i)},t+1}]}{Var_t[r_{D(IDX),t+1}]} \\ &= \frac{E_t[r_{D(IDX),t+1}r_{D^{(i)},t+1}] - E_t[r_{D(IDX),t+1}]E_t[r_{D^{(i)},t+1}]}{E_t[(r_{D(IDX),t+1})^2] - \{E_t[r_{D(IDX),t+1}]\}^2} \end{aligned} \quad (21)$$

式 (16) より、以下のような条件付き期待値の計算を行えばよい。

式 (21) の分子の第 1 項：

$$\cdot E_t[r_{D(IDX),t+1}r_{D^{(i)},t+1}]$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{j=1}^4 \hat{\xi}_{t+1|t}(j) E_t \left[\log \left(\frac{\frac{P_{t+1}^{D(IDX)}}{D_{t+1}^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1}) + 1}{\frac{P_t^{D(IDX)}}{D_t^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+1|t})} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)_j^{\lambda(IDX)}} \right) \right. \\ &\quad \left. \times \log \left(\frac{\frac{P_{t+1}^{D^{(i)}}}{D_{t+1}^{(i)}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1}) + 1}{\frac{P_t^{D^{(i)}}}{D_t^{(i)}} (\hat{\xi}_{t+1|t})} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)_j^{\lambda^{(i)}}} \right) \Big|_{s_{t+1}=j; \hat{\xi}_{t+1|t}} \right] \end{aligned}$$

式 (21) の分子の第 2 項：

$$\begin{aligned} &\cdot E_t[r_{D(IDX),t+1}] = \sum_{j=1}^4 \hat{\xi}_{t+1|t}(j) \\ &\quad \times E_t \left[\log \left(\frac{\frac{P_{t+1}^{D(IDX)}}{D_{t+1}^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1}) + 1}{\frac{P_t^{D(IDX)}}{D_t^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+1|t})} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)_j^{\lambda(IDX)}} \right) \Big|_{s_{t+1}=j; \hat{\xi}_{t+1|t}} \right] \\ &\cdot E_t[r_{D^{(i)},t+1}] = \sum_{j=1}^4 \hat{\xi}_{t+1|t}(j) \\ &\quad \times E_t \left[\log \left(\frac{\frac{P_{t+1}^{D^{(i)}}}{D_{t+1}^{(i)}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1}) + 1}{\frac{P_t^{D^{(i)}}}{D_t^{(i)}} (\hat{\xi}_{t+1|t})} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)_j^{\lambda^{(i)}}} \right) \Big|_{s_{t+1}=j; \hat{\xi}_{t+1|t}} \right] \end{aligned}$$

式 (21) の分母の第 1 項：

$$\begin{aligned} &\cdot E_t[(r_{D(IDX),t+1})^2] = \sum_{j=1}^4 \hat{\xi}_{t+1|t}(j) \\ &\quad \times E_t \left[\left\{ \log \left(\frac{\frac{P_{t+1}^{D(IDX)}}{D_{t+1}^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1}) + 1}{\frac{P_t^{D(IDX)}}{D_t^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+1|t})} \left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)_j^{\lambda(IDX)}} \right) \right\}^2 \Big|_{s_{t+1}=j; \hat{\xi}_{t+1|t}} \right] \end{aligned}$$

式 (21) の分母の第 2 項 :

$$\cdot \left\{ E_t \left[r_{D^{(IDX)},t+1} \right] \right\}^2 = \left\{ \sum_{j=1}^4 \hat{\xi}_{t+1|t}(j) \right. \\ \left. \times E_t \left[\log \left(\frac{\frac{P_{t+1}^{D^{(IDX)}}}{D_{t+1}^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+2|t+1}) + 1}{\frac{P_t^{D^{(IDX)}}}{D_t^{(IDX)}} (\hat{\xi}_{t+1|t})} \right) \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)_j^{\lambda^{(IDX)}} \mid s_{t+1} = j; \hat{\xi}_{t+1|t} \right] \right\}^2$$

(平成 22 年 4 月 16 日受付)
 (平成 22 年 6 月 11 日再受付)
 (平成 22 年 6 月 26 日再受付 (2))
 (平成 22 年 7 月 5 日採録)



山本 篤
 昭和 61 年生 . 平成 22 年電気通信大学大学院総合情報学専攻入学 . 現在に至る .



宮崎 浩一
 昭和 42 年生 . 平成 12 年筑波大学大学院経営・政策科学研究科博士課程修了 . 博士 (経営学) . 電気通信大学システム工学科専任講師等を経て , 平成 19 年度から電気通信大学システム工学科准教授 , 現在に至る . 日本オペレーションズ・リサーチ学会 , JAFEE , 日本応用数理学会 , 応用統計学会等各会員 .