

## 荷重積分法に基づく局所パターンのパラメトリックな記述

小河 雅 司<sup>†1</sup> 本谷 秀 堅<sup>†1</sup>

本稿では与えられた画像の各位置における局所パターンを、荷重積分法を用いてパラメトリックに記述する手法を提案する。ここで、荷重積分法とは近年信号処理の分野で開発された手法であり、正弦波信号の周波数推定などに応用されている。提案法は荷重積分法を二次元パターンの記述に応用する。すなわち、ガウス関数やガボール関数などの関数をモデルとして用意しておき、局所パターンと適合するパラメータの値を荷重積分法により推定する。荷重積分法はフーリエ解析やウェーブレット解析のように基底との内積演算によりパラメータの値を推定するのではなく、用意した関数が従う微分方程式の荷重積分に基づき解析的に推定する手法である。本稿では二次元ガウス関数やガボール関数に対する荷重積分法を導出するとともに、用意した関数と局所パターンとの整合性の判別法を提案し、実験結果を報告する。

### Parametric Local Image Description based on Weighted Integral Method

MASASHI OGAWA<sup>†1</sup> and HIDEKATA HONTANI<sup>†1</sup>

In this paper, we propose a method for parametrically representing local image pattern based on a weighted integration. The weighted integral method has been developed recently in a signal processing community and is applied for estimating frequency of given signals. The proposed method employs the weighted integration method and applies it for representing two-dimensional image patterns. Preparing some function, e.g., a Gaussian or a Gabor function, the method estimates the parameters of the prepared function that represent the given pattern appropriately. The estimation strategy of the proposed method is completely different from existing ones like the Fourier analysis, the wavelet one, and the Gabor one, which estimate parameters by selecting one of filters from a filter bank by referring to the inner product between a given image and each of the filters. Instead, the method obtains the values of parameters by solving a system of equations that are derived from differential equations of which solution is the prepared function. In this article, we present the system of equations for obtaining parameters of a Gaussian function and a Gabor function. In addition, we present a method for estimating the fitness between the prepared function and a given image. Experimental results show that the

method estimates parameters correctly.

### 1. はじめに

本稿では画像の局所パターンが構成する多様体の explicit な表現<sup>5)</sup>に関連して、プリミティブを直接関数により表現する手法について考える。プリミティブの explicit な表現の例には、エッジや線分の Gabor 関数による表現や塊状のパターンの Gauss 関数による表現が含まれる。Zhu らによる多様体追跡でも Gabor 関数が利用されており、その有効性が報告されている<sup>5)</sup>。

局所パターンを表現する関数をあらかじめ決定しておき、その関数のパラメータを画像中の各位置で推定する。このことにより、画像のプリミティブ表現を作成する。推定されるパラメータは線素の幅や方向、エッジのコントラストなど、プリミティブの特徴を表現するものであり、推定すべきパラメータの数は前述の explicit な多様体の次元と一致する。プリミティブを表現する関数のパラメータの値は、多くの場合、一辺の長さ数ピクセルから数十ピクセル程度の矩形内のパターンから推定する。従来このパラメータの値の推定には、相関の強弱が利用されていた。すなわち、様々なパラメータの値に対応する矩形パターンをあらかじめフィルタバンクとして用意しておき、各フィルタとの相関を求め、相関が最大となるフィルタを選択しパラメータの値を推定する。Gabor 解析や Wavelet 解析だけではなく、プリミティブ表現のための画像辞書を画像群から学習により生成する手法<sup>4)</sup>も含めて、従来法の多くが相関の強弱に基づくフィルタの選択をおこなう。このとき、線素の方向やエッジのコントラストなど、推定されるプリミティブの特徴（関数のパラメータの推定値）は本質的に離散化される。プリミティブ表現の特徴に関する分解能を向上させるためにはフィルタを用意する際のパラメータの刻み幅を小さくし、パラメータ空間を密にサンプルする必要がある。このときフィルタバンクの大きさと計算時間はサンプル密度に対してパラメータ数を冪数とする速度で増加することになる。そこで本稿では、前記のようなフィルタの選択には基づかない、新たなプリミティブ生成法を提案する。

提案法では推定されるプリミティブの特徴は連続である。そのような推定を実現するため

<sup>†1</sup> 名古屋工業大学  
Nagoya Institute of Technology

に、荷重積分法<sup>1)</sup>と呼ばれる一次元信号の解析法を採用し、二次元へと拡張する。近年、一次元信号の周波数解析を荷重積分法によりおこなう手法が提案された<sup>1)</sup>。従来の周波数解析では、Fourier 解析や Wavelet 解析のように、それぞれ周波数の異なる基底関数と与えられた信号との相関が計算されていた。Fourier 基底や Wavelet 基底においては基底の周波数は基底が完備系となることを条件として定められている。これら各基底との相関の強弱により周波数推定をおこなうとき、推定される周波数は本質的に離散化され、推定値を連続にするためには補間の操作が別途必要となる。一方、荷重積分法においては、正弦波信号が従う微分方程式から周波数を変数とする連立方程式を導出し、その連立方程式を解くことにより周波数が推定される。解の空間は本質的に連続であり従来法と比較して高精度に周波数を推定できることが報告されている。提案法では荷重積分法を拡張し、二次元の Gabor 関数と Gauss 関数のパラメータ推定法を提案する。ところで、実際には画像中には Gabor 関数や Gauss 関数など、あらかじめ定めた関数では表現し難いパターンが含まれている。このため応用上は、あらかじめ定めた関数と画像との適合度も別途評価する必要がある。本稿では、そのような適合度評価法もあわせて提案する。

## 2. 荷重積分法

### 2.1 二次元荷重積分法の導出

Gauss 関数や Gabor 関数、Wavelet 関数を含む関数として、次のものを考える。

$$I(x, y) = Ae^{j\phi_0} e^{\alpha(x, y)} e^{j\phi(x, y)}. \quad (1)$$

式 (1) を  $x, y$  で偏微分すると次式を得る。

$$\begin{cases} \frac{\frac{\partial I(x, y)}{\partial x}}{I(x, y)} = \frac{\partial \alpha(x, y)}{\partial x} + j \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x}, \\ \frac{\frac{\partial I(x, y)}{\partial y}}{I(x, y)} = \frac{\partial \alpha(x, y)}{\partial y} + j \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} \end{cases} \quad (2)$$

式 (2) の右辺が複素係数  $a_i, b_i$  を用いて次式のように  $x, y$  の多項式で表せると仮定する。本提案法におけるプリミティブ表現の生成は、具体的には、画像に基づきこれら複素係数  $a_i, b_i$  を求めることにより行う。

$$\begin{cases} \frac{\frac{\partial I(x, y)}{\partial x}}{I(x, y)} = \sum_{i=1}^{N_1} a_i x^i + \sum_{i=1}^{N_2} b_i y^i, \\ \frac{\frac{\partial I(x, y)}{\partial y}}{I(x, y)} = \sum_{i=1}^{M_1} c_i x^i + \sum_{i=1}^{M_2} d_i y^i. \end{cases} \quad (3)$$

式 (3) を変形して式 (4) を得る。

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} - \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} a_i x^i + \sum_{i=1}^{N_2} b_i y^i \right\} I(x, y) = 0, \\ \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} - \left\{ \sum_{i=1}^{M_1} a_i x^i + \sum_{i=1}^{M_2} b_i y^i \right\} I(x, y) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

パラメータ推定を行う画像の局所領域を  $\Omega$  で表すことにする。 $\Omega$  の  $x$  方向の辺の長さを  $L_x$  で表し、 $y$  を  $L_y$  で表す。一般性を失わず矩形の中心を原点とすると、 $\Omega$  は次の領域となる  $\{(x, y) | -L_x/2 < x \leq L_x/2, -L_y/2 < y \leq L_y/2\}$ 。以下、 $x$  と  $y$  のそれぞれによる微分から式が導出されるが、説明を簡略化するために、必要な場合以外は  $x$  微分より導出される式に基づきパラメータ推定法を説明する。

式 (4) の微分方程式が矩形  $\Omega$  内部で常に成立することは、任意の関数  $\omega(x, y)$  に対して式 (5) が成立することと同値である。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} - \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} a_i x^i + \sum_{i=1}^{N_2} b_i y^i \right\} I(x, y) = 0, \text{ all } (x, y) \in \Omega, \\ \Leftrightarrow & \int_{\Omega} \left\{ \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} - \left\{ \sum_{i=1}^{N_1} a_i x^i + \sum_{i=1}^{N_2} b_i y^i \right\} I(x, y) \right\} \omega(x, y) d\Omega = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

式 (5) の積分を和と積を交換することにより式 (6) の形に変換する。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \omega(x, y) d\Omega - \sum_{i=1}^{N_1} a_i \int_{\Omega} x^i I(x, y) \omega(x, y) d\Omega \\ - \sum_{i=1}^{N_2} b_i \int_{\Omega} y^i I(x, y) \omega(x, y) d\Omega = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) の左辺は三つの項から成り立っている。このうち第一項は画像  $I(x, y)$  の  $x$  微分の関数  $\omega(x, y)$  による荷重積分であり、第二項と第三項は  $x^i I(x, y)$  と  $y^i I(x, y)$  の荷重積分になっている。これら三つの項のうち、第二項と第三項の積分の値は、 $\omega(x, y)$  を定めれば、与えられた画像  $I(x, y)$  に対して比較的容易に計算することができる。一方、第一項を計算するには各位置における画像  $x$  微分の値を求める必要がある。この微分を差分近似で計算しても、十分な精度で荷重積分の値を求めることができない。そこで、下記に示すように関数  $\omega(x, y)$  に関する工夫を加えることにより、式 (6) の第一項の値を精度良く計算する。

式 (4) が  $\Omega$  内の全点で成立するためには、式 (5) が任意の関数  $\omega(x, y)$  について成立しなければならない。このため、 $\omega(x, y)$  が式 (7) に示すように複素正弦関数の場合でも成立しなければならない。

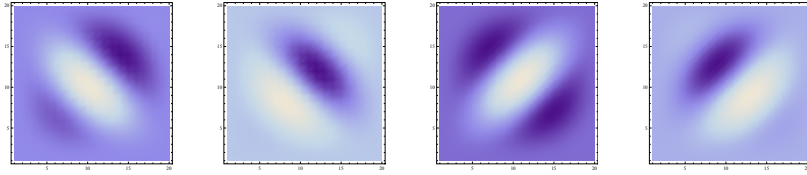


図 1 荷重関数の例  
Fig. 1 Examples of weight function

$$\omega(x, y) = e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)}, \omega_x = \frac{2\pi n_x}{L_x}, \omega_y = \frac{2\pi n_y}{L_y}, n_x = 0, 1, 2, \dots, n_y = 0, 1, 2, \dots$$

このとき式 (6) の第一項は部分積分を用いて式 (7) のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} & \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \omega(x, y) dx dy \\ &= \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \left\{ [I(x, y) e^{-j\omega_x x}]_{-L_x/2}^{L_x/2} + j\omega_x \int_{-L_x/2}^{L_x/2} x I(x, y) e^{-j\omega_x x} dx \right\} e^{-j\omega_y y} dy \quad (7) \end{aligned}$$

式 (7) の右辺の第一項は積分境界値  $I(L_x/2, y), I(-L_x/2, y)$  の値が正確に分かるならば直接計算できる。しかし実際には境界における画素値には雑音が含まれており、画像の積分境界値項を直接用いる算法は精度の観点から好ましくない。そこで、複素正弦関数にさらに窓関数  $p(x)p(y)$  を乗じ、境界値をゼロにする。窓関数は Hann の窓関数を用いた。荷重関数を式 (8) に示す。荷重関数の例を図 1 に示す。

$$\begin{aligned} \omega(x, y) &= p(x)p(y)e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)}, \\ p(x)p(y) &= (1 - \cos[2\pi x/L_x])/2(1 - \cos[2\pi y/L_y])/2, \quad (8) \end{aligned}$$

このとき、式 (7) は結局式 (9) のように表すことができる。

$$\int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} p(x)p(y)e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy = j\omega_x g_{\omega_{xy}}^{x_0 y_0} - h_{\omega_{xy}}^{x_0 y_0}. \quad (9)$$

以上の結果をまとめると、結局式 (6) は式 (10) のように表すことができる。

$$j\omega_x g_{\omega_{xy}}^{x_0 y_0} - h_{\omega_{xy}}^{x_0 y_0} - \sum_{i=1}^{N_1} a_i g_{\omega_{xy}}^{x_i y_0} - \sum_{i=1}^{N_2} b_i g_{\omega_{xy}}^{x_0 y_i} = 0. \quad (10)$$

ただし、 $g$  と  $h$  は画像の荷重積分により計算される係数であり、それぞれ式 (11)、式 (12) と式 (13) で定義される。

$$g_{\omega_{xy}}^{x_i y_0} = \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} x^i I(x, y) p(x)p(y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy, \quad (11)$$

$$g_{\omega_{xy}}^{x_0 y_i} = \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} y^i I(x, y) p(x)p(y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy, \quad (12)$$

$$h_{\omega_{xy}}^{x_0 y_0} = \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} I(x, y) \frac{\partial p(x)}{\partial x} p(y) e^{-j(\omega_x x + \omega_y y)} dx dy. \quad (13)$$

このとき式 (10) は複素パラメータ  $a_i$  と  $b_i$  を未知数とする代数方程式であり、 $\omega(x, y)$  に用いる複素正弦波関数を一つ定めることにより、 $x$  微分と  $y$  微分のそれぞれについて実部と虚部の二つの方程式が得られる。すなわち、荷重積分に用いる周波数を一つ定めると、代数方程式が四つ得られる。周波数を変えるごとに四つずつ代数方程式がえられ、それら方程式を連立することにより複素係数の値を求めることができる。以下、具体例に基づいてより詳細な解法を説明する。

## 2.2 二次元荷重積分法の具体例

### 2.2.1 Gauss 関数の場合

式 (14) に示す Gauss 関数に対する荷重積分法を次に示す。

$$I(x, y) = e^{-\left\{ -\frac{\cos \theta (x - \mu_x)}{u} + \frac{\sin \theta (y - \mu_y)}{u} - \frac{\sin \theta (x - \mu_x)}{u} - \frac{\cos \theta (y - \mu_y)}{u} \right\}^2}. \quad (14)$$

未知変数は平均  $\mu_x, \mu_y$ 、標準偏差  $u$ 、向きの変化を均等に表すための回転角度  $\theta$  の四つである。例としてパラメータの値を  $(\mu_x, \mu_y) = (64, 64)$ 、 $(u) = 10$ 、 $\theta = 45$  に固定したときの画像を図 2(A) に示す。

Gauss 関数の  $x$  微分、 $y$  微分により下記の 2 式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} &= -2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)^2}{u^2} x - 2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{u^2} y \\ &+ 2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)^2}{u^2} \mu_x + 2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{u^2} \mu_y \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{(\frac{\partial I(x,y)}{\partial y})}{I(x,y)} &= -2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{u^2} x - 2 \frac{(\cos \theta - \sin \theta)^2}{u^2} y \\ &+ 2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{u^2} \mu_x + 2 \frac{(\cos \theta - \sin \theta)^2}{u^2} \mu_y. \end{aligned} \quad (16)$$

推定すべきパラメータのみから構成される五つの未知数  $s_i (i = 1, 2, \dots, 5)$  を次のように定義する.  $s_1 = 2(\cos \theta + \sin \theta)^2/u^2, s_2 = 2(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)/u^2, s_3 = 2(\cos \theta - \sin \theta)^2/u^2, s_4 = 2\mu_x(\cos \theta + \sin \theta)^2/u^2 + 2\mu_y(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)/u^2, s_5 = 2\mu_x(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)/u^2 + 2\mu_y(\cos \theta - \sin \theta)^2/u^2$  このとき, 次式の線形連立方程式を得ることができる. ここで左辺の行列の係数  $g, h$  は複素数であり, 画像の荷重積分により得られる. 例えば  $g_{\omega_{xy}^{x1y0}}$  の実部と虚部をそれぞれ  $g_{\omega_{xyr}^{x1y0}}, g_{\omega_{xyi}^{x1y0}}$  と表記している.

$$\begin{bmatrix} g_{\omega_{xyr}^{x1y0}} & g_{\omega_{xyr}^{x0y1}} & 0 & -g_{\omega_{xyr}^{x0y0}} & 0 \\ g_{\omega_{xyi}^{x1y0}} & g_{\omega_{xyi}^{x0y1}} & 0 & -g_{\omega_{xyi}^{x0y0}} & 0 \\ g'_{\omega_{xyr}^{x1y0}} & g'_{\omega_{xyr}^{x0y1}} & 0 & -g'_{\omega_{xyr}^{x0y0}} & 0 \\ g'_{\omega_{xyi}^{x1y0}} & g'_{\omega_{xyi}^{x0y1}} & 0 & -g'_{\omega_{xyi}^{x0y0}} & 0 \\ 0 & g_{\omega_{xyr}^{x1y0}} & g_{\omega_{xyr}^{x0y1}} & 0 & -g_{\omega_{xyr}^{x0y0}} \\ 0 & g_{\omega_{xyi}^{x1y0}} & g_{\omega_{xyi}^{x0y1}} & 0 & -g_{\omega_{xyi}^{x0y0}} \\ 0 & g'_{\omega_{xyr}^{x1y0}} & g'_{\omega_{xyr}^{x0y1}} & 0 & -g'_{\omega_{xyr}^{x0y0}} \\ 0 & g'_{\omega_{xyi}^{x1y0}} & g'_{\omega_{xyi}^{x0y1}} & 0 & -g'_{\omega_{xyi}^{x0y0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \\ h_7 \\ h_8 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

式 (17) において  $h_i (i = 1, 2, \dots, 8)$  は式 (18) のように定義する.

$$\begin{aligned} h_1 &= h_{\omega_{xyr}^{x0y0}} + \omega_x g_{\omega_{xyi}^{x0y0}}, & h_2 &= h_{\omega_{xyi}^{x0y0}} - \omega_x g_{\omega_{xyr}^{x0y0}}, \\ h_3 &= h'_{\omega_{xyr}^{x0y0}} + \omega_x g'_{\omega_{xyi}^{x0y0}}, & h_4 &= h'_{\omega_{xyi}^{x0y0}} - \omega_x g'_{\omega_{xyr}^{x0y0}}, \\ h_5 &= h_{\omega_{xyr}^{y0x0}} + \omega_y g_{\omega_{xyi}^{y0x0}}, & h_6 &= h_{\omega_{xyi}^{y0x0}} - \omega_y g_{\omega_{xyr}^{y0x0}}, \\ h_7 &= h'_{\omega_{xyr}^{y0x0}} + \omega_y g'_{\omega_{xyi}^{y0x0}}, & h_8 &= h'_{\omega_{xyi}^{y0x0}} - \omega_y g'_{\omega_{xyr}^{y0x0}}, \end{aligned} \quad (18)$$

式 (17) において上記線形方程式のうち, 行列の各成分と右辺の定数項は画像の荷重積分により計算される. 上記方程式を解いた後, 個別のパラメータを求め直すことにより Gauss 関数の四つのパラメータの値を決定することができる.

### 2.2.2 Gabor 関数の場合

式 (19) に示す Gabor 関数に対する荷重積分法を次に示す.

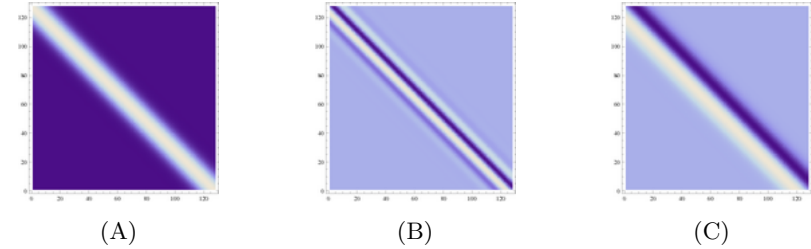


図 2 本稿で対象とするプリミティブの対象例  
Fig. 2 Examples of primitive functions

$$I(x, y) = e \left[ - \left\{ \frac{\cos \theta(x-\mu_x)}{u} + \frac{\sin \theta(y-\mu_y)}{u} - \frac{\sin \theta(x-\mu_x)}{u} - \frac{\cos \theta(y-\mu_y)}{u} \right\}^2 - j \frac{a}{u} (-\cos \theta(x-\mu_x) + \sin \theta(y-\mu_y) - \sin \theta(x-\mu_x) - \cos \theta(y-\mu_y)) \right]. \quad (19)$$

未知変数は平均  $\mu_x, \mu_y$ , 標準偏差  $u$ , 回転角度  $\theta$  スケール  $a$  の五つである. 例として, パラメータの値を  $(\mu_x, \mu_y) = (64, 64)$ ,  $u = 12, \theta = 45$  に固定し,  $a = 5$  としたときの画像を図 2(B) に示し,  $a = 1$  としたときの画像を図 2(c) に示す.

$x$  微分と  $y$  微分より下記の 2 式を得る.

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(x,y)}{\partial x} &= -2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)^2}{u^2} x - 2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{u^2} y \\ &+ 2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)^2}{u^2} \mu_x + 2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{u^2} \mu_y - j \frac{a}{u} (\cos \theta + \sin \theta), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{(\frac{\partial I(x,y)}{\partial y})}{I(x,y)} &= -2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{u^2} x - 2 \frac{(\cos \theta - \sin \theta)^2}{u^2} y \\ &+ 2 \frac{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}{u^2} \mu_x + 2 \frac{(\cos \theta - \sin \theta)^2}{u^2} \mu_y - j \frac{a}{u} (\cos \theta - \sin \theta). \end{aligned} \quad (21)$$

推定すべきパラメータのみから構成される七つの未知数  $s_i (i = 1, 2, \dots, 7)$  を次のように定義する.  $s_1 = 2(\cos \theta + \sin \theta)^2/u^2, s_2 = 2(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)/u^2, s_3 = 2(\cos \theta - \sin \theta)^2/u^2, s_4 = 2\mu_x(\cos \theta + \sin \theta)^2/u^2 + 2\mu_y(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)/u^2, s_5 = 2\mu_x(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)/u^2 + 2\mu_y(\cos \theta - \sin \theta)^2/u^2, s_6 = (\cos \theta + \sin \theta)a/u, s_7 = (\cos \theta - \sin \theta)a/u$  このとき次式の連立方程式を得ることができる.

$$\begin{bmatrix} g_{\omega_{xyr}}^{x_1y_0} & g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_1} & 0 & -g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_0} & 0 & g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_0} & 0 \\ g_{\omega_{xyi}}^{x_1y_0} & g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_1} & 0 & -g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_0} & 0 & -g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_0} & 0 \\ g_{\omega_{xyr}}^{x_1y_0} & g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_1} & 0 & -g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_0} & 0 & g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_0} & 0 \\ g_{\omega_{xyi}}^{x_1y_0} & g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_1} & 0 & -g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_0} & 0 & -g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_0} & 0 \\ 0 & g_{\omega_{xyr}}^{x_1y_0} & g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_1} & 0 & -g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_0} & 0 & -g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_0} \\ 0 & g_{\omega_{xyi}}^{x_1y_0} & g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_1} & 0 & -g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_0} & 0 & g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_0} \\ 0 & g_{\omega_{xyr}}^{x_1y_0} & g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_1} & 0 & -g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_0} & 0 & -g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_0} \\ 0 & g_{\omega_{xyi}}^{x_1y_0} & g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_1} & 0 & -g_{\omega_{xyi}}^{x_0y_0} & 0 & g_{\omega_{xyr}}^{x_0y_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \\ s_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \\ h_7 \\ h_8 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

式 (22) において上記線形方程式のうち、行列の各成分と右辺の定数項は画像の荷重積分により計算される。上記方程式を解いた後、個別のパラメータを求め直すことにより Gabor 関数の五つのパラメータの値を決定することができる。

### 2.3 条件数による連立方程式の切り替え

第 2.2 節に記した連立方程式を解くことによりパラメータを推定できる。ただし、第 3 章で実験的に明らかにする通り、荷重積分関数と画像パターンとの関係によりパラメータの推定精度が変化する。このことは連立方程式を  $x$  と  $y$  の微分により導出していることと関係している。

例えば第 2.2 節に示したガウス関数のパラメータ推定のための荷重積分として図 1 に示す 4 種類の関数を利用した場合、図 3(A) に示すパターンに対するパラメータの推定精度は、45 度回転させた同図 (B) のパターンに対する推定精度よりも低い。(B) のパターンに対して (A) と同程度の推定精度を確保するためには  $x$  微分  $y$  微分により連立方程式を導出するのではなく、 $u = (x + y)/\sqrt{2}, v = (x - y)/\sqrt{2}$  の変数変換を施し、 $u$  と  $v$  のそれぞれによる微分に基づき微分方程式を導出すると良い。

推定精度の改善には微分方程式を導出する際の変数の変換が有効である。ここで問題となるのは変数変換の必要の有無を判断する基準である。言い方を替えると、与えられたパターンに対して変数変換をしない場合とする場合の 2 種類の連立方程式を解くことにより、2 種類の推定値が得られたとする。これら推定値のうちいずれの値を採用すべきかを判断する基準が必要である。また、その判断は可能であるなら方程式を解く前に行えることが望ましい。

そこで連立方程式の係数行列の条件数を基準として採用する。条件数は連立方程式の係数の摂動に対する解の安定性を定量評価するものであり、条件数が小さい時ほど安定な解を計算できる。また、条件数は係数行列の最大特異値と最小特異値の比により計算できる。本稿

では変数変換をしない場合の 2 種類の係数行列を求め、その条件数の大小を比較し、小さい方の係数を採用して連立方程式を解きパラメータを推定する。このことにより方向に依存して著しく解の精度が低下することを回避する。

### 2.4 関数と画像の適合度の自動評価

前節までに述べた通り、荷重積分法においてはパラメトリックなモデルを仮定し、与えられた画像を記述するパラメータの値をしかるべき連立方程式を解くことにより推定する。ただし、前節で述べた連立方程式を一般化逆行列を利用して解くとき、想定している関数と画像とが一致していても解を持ち得る。このため想定している関数が各矩形画像を表現するのに適しているのか否かを、パラメータの推定値で判断することはできない。このことは、このままでは、注目している位置近傍のパターンが例えばテクスチャ領域なのか境界近傍などのプリミティブ領域なのかを判定することができないことを意味する。そこで、関数と画像との適合度を別途判定する枠組みを提案する。

荷重積分法で解くことになる連立方程式を次式のように表すことにする。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

ただし、 $\mathbf{G}$  は荷重積分法により得られる連立方程式の係数で  $M \times N (M > N)$  の行列である。 $\mathbf{h}$  は荷重積分法により得られる連立方程式の右辺で  $M$  次元ベクトルである。また推定したいパラメータを並べた  $N$  次元ベクトルは  $\gamma$  で表されている。提案法では、行列  $\mathbf{G}$  の定義域に右辺のベクトル  $\mathbf{h}$  が含まれているか否かにより、関数と画像の適合度を判定する。

$\mathbf{G}$  の  $M + 1$  列目にベクトル  $\mathbf{h}$  を並べた行列  $\mathbf{G}_+$  を作る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_+ \end{bmatrix} = 0. \quad (24)$$

行列  $\mathbf{h}$  が  $\mathbf{G}$  の定義域に含まれているならば、行列  $\mathbf{G}$  も  $\mathbf{G}_+$  もランクは  $N$  となる。そこで  $\mathbf{G}_+$  の特異値  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{N+1}$  を用いて、式 (25) により適合度を評価する。行列の条件数とは異なることに注意する。

$$J = \frac{\lambda_N}{\lambda_{N+1}}. \quad (25)$$

### 2.5 パラメータ空間への投票

荷重積分法は画像の各位置を中心とする局所的なパターンのパラメトリックな記述を導出する。推定されるパラメータの値は、各位置の局所座標系に基づいて表現されている。例えばガウス関数の平均のパラメータの座標は、画像座標系ではなく局所座標系で表した値が推定される。本節では各位置で推定されたパラメータの値を大域的に統合するために、パラメータ空間への投票を行う手法を提案する。

多くの場合、モデルパラメータが等しい領域は画像上で近接して分布する。このため、各位置で推定されたパラメータを画像座標系へと変換したのちにパラメータ空間へ投票すると、パラメータ空間中にいくつかのクラスタが構成される。各クラスタが一つのプリミティブに対応し、多くの場合近接するピクセルからの得票で構成されることになる。このようなパラメータ空間におけるクラスタリングの手法にはマルコフ場を用いる手法<sup>5)</sup>など幾つかの手法が提案されている。本稿では、従来法と異なり、各ピクセルからの投票の重みを式(25)の適合度で決定することができる。このため、クラスタリングを容易に行うことができる。例えば Gauss 関数を仮定した場合、パラメータ空間は平均  $\mu_x$  と  $\mu_y$  と  $\theta$  の三次元である。

## 3. 実験結果

### 3.1 Gauss 関数の推定精度評価

以下、Gauss 関数を題材として、線図形の変化による推定精度の評価を行う。具体的には、Gauss 関数のパラメータ ( $\theta$ ) の値を変化させ Gauss 関数のパラメータを推定し、

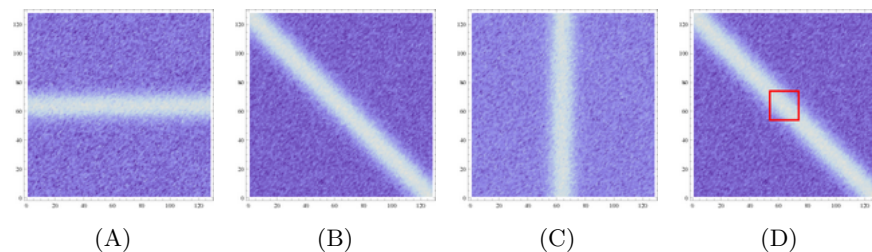


図3 線素の方向推定のテスト画像例。  $\sigma = 12$  で固定している。(A),(B),(C) は  $\theta = 0, 45, 90$  の画像 ( $y$  軸は下方が正の向き)。(D) は矩形の大きさを示す

Fig. 3 Examples of test images. Only the direction parameter  $\theta$  is different from each other

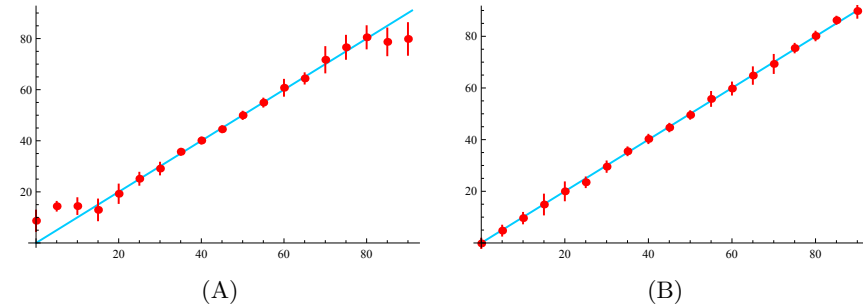


図4 線素の方向の推定結果. 横軸:真の値. 縦軸:推定値

Fig. 4 Estimation result of direction. x-axis shows the true value and y-axis shows the estimated one. (A) The result obtained without the switching scheme described in sec.2.3. (B) The result obtained using the scheme.

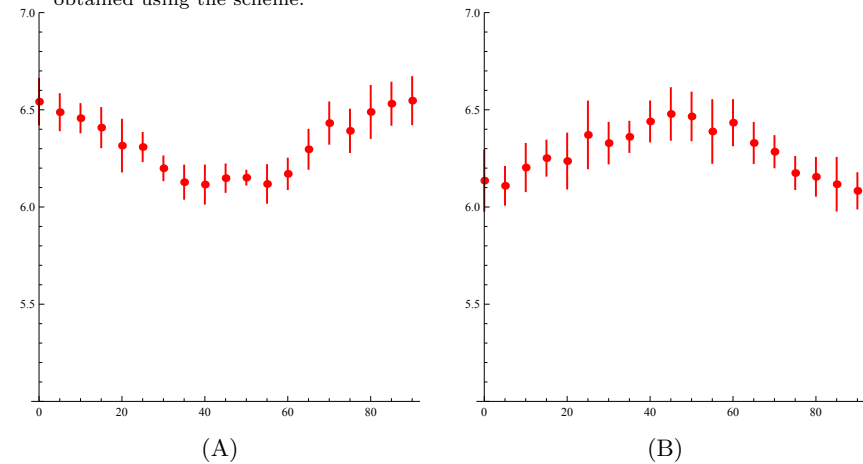


図5 条件数の評価結果. 横軸:角度. 縦軸:推定値

Fig. 5 The change of the condition number against the change of the line direction. (A) The result obtained based on the PDE of  $x$  and  $y$  differentiations. (B) Based on  $u$  and  $v$  differentiations.

その精度をシミュレーションにより評価した。パラメータ推定を行う矩形の大きさは Gauss 関数の標準偏差の約 1.67 倍の  $L_x = L_y = 20$  ピクセルとした。矩形の位置を固定しそれぞれ  $\theta$  の値の異なる画像に対して、線素の方向を推定した。画像として  $\theta$  の値が 0 から 90 度まで 5 度ずつ異なる角度の画像を用意し、各画像ごとに最大輝度値の 10% のノイズを発生させた画像を 10 種類用意した上で、各角度ごとに平均と標準偏差を計算した。通常のフィ

表 1 各角度における推定に採用した画像の数

Table 1 The number of selection of the coordinate transformation

角度	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
座標変換無しが採用	0	0	0	1	2	7	9	10	10	10
座標変換有りが採用	10	10	10	9	8	3	1	0	0	0

角度	50	55	60	65	70	75	80	85	90
座標変換無しが採用	10	9	10	6	2	1	0	0	0
座標変換有りが採用	0	1	0	4	8	9	10	10	10

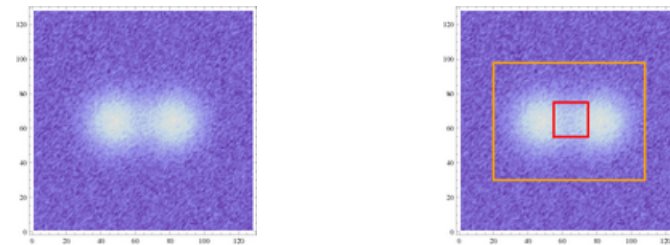
ルタバンクを利用する手法では実現しにくい分解能であることに注意する。図 3 に画像の例とパターンに対する矩形の大きさを示す。推定結果を図 4 に示す。

推定結果を図 4(A) に示す。図 4 の横軸は  $\theta$  の真の値を示し、縦軸は推定値を表す。推定値と真値が一致しているとき、このグラフは  $y = x$  のグラフとなるはずである。図 4 の赤色の点は  $\theta$  の推定値の平均をプロットした結果である。赤色の直線が推定値の標準偏差である。結果から角度 45 度とその近傍では推定値は真値を表す上、標準偏差も小さくなる。角度が 0 度及び、90 度付近で推定値が真値から離れている。その近傍では標準偏差が大きくなっている。この原因は複素正弦波を荷重関数に用いる事、すなわちフーリエ変換を行っているのだが、画像が  $x$  軸及び  $y$  軸に並行な形である場合にフーリエ変換をして得られる係数は理論上 0 になる。したがって式 (17) が縮退すること原因があると考えられる。

そこで第 2.3 節で紹介した条件数による連立方程式の切り替えを導入した。表 1 はどの角度で入力画像と座標値変換した画像がそれぞれいくつ採用されたかを示す。表 1 から画像の向きが座標軸に平行になる角度より 15 度離れた角度から採用される画像の切り替わりが始まることが分かる。各角度ごとの入力画像の条件数を評価した結果を図 5(A) に、座標変換を行った画像の条件数の評価結果を図 5(B) 示す。向きの推定結果の平均と標準偏差を図 4(B) に示す。結果より角度 0 度及び、90 度付近での推定結果が真値を示し、その近傍における標準偏差も減少していることが分かる。また角度 45 度近傍でも推定結果は真値を示している。切り替え部分では両方の方程式が採用されているがどちらの連立方程式を用いても推定結果は真値を示すことも分かる。以上よりもとの画像に対して座標変換を行い、条件数の評価を行って採用する結果を決める事である条件において推定の性能が低くなる事を回避できた。

### 3.2 パラメータの推定値に基づくパターンの分離

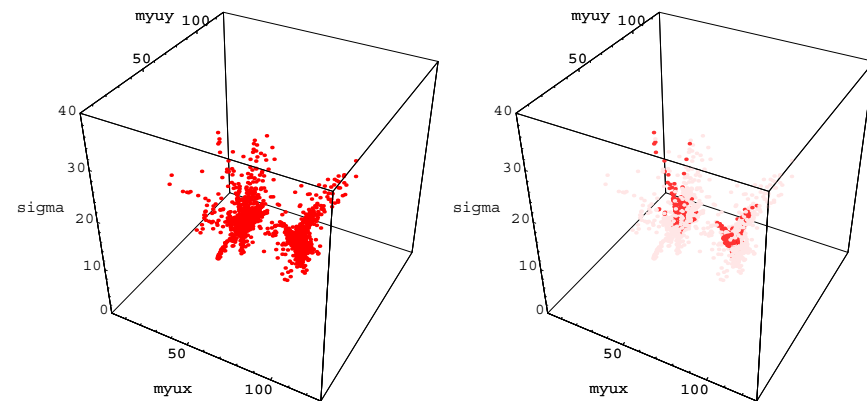
提案法は画像中の各位置において関数のパラメータを推定する。各パラメータは線分の方向や勾配の大きさなどを表しており、各ピクセルの近傍でパラメータをの推定値を比較する



(A) (B)

図 6 (A):入力画像. (B):ラスタスキャンした領域と矩形の大きさ.

Fig. 6 (A):Inputed Image.(B)The aria is scanned and the size of rectangle



(A) (B)

図 7 (A):パラメータの推定値を  $\mu_x, \mu_y, \sigma$  の三次元空間にプロットした図. (B) パラメータの推定値に適合度により濃淡を付してプロットした図.

Fig. 7 Voting plot in a parameter space.(B) Each plot in (A) is emphasized based on the model fitness 25.

ことにより、クラスタリングを行うことができる。このクラスタリングは、プリミティブに基づくパターンの群化処理に対応する。

入力画像には図 6(A) に示すように、標準偏差 11 ピクセルの Gauss 関数が 16 ピクセル離れた位置に存在している。また、画素値の最大値に対して 5% のガウス雑音を加えられ

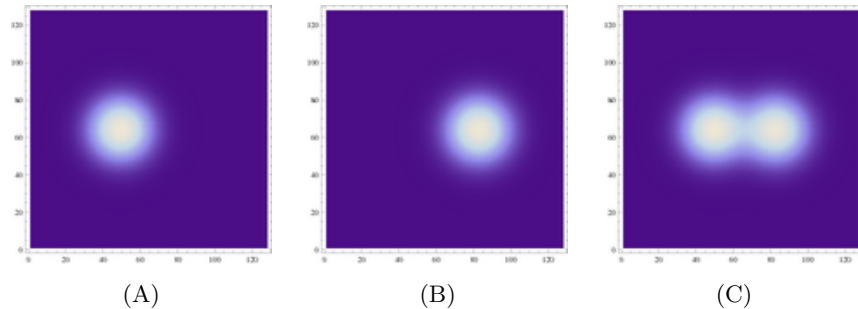


図 8 パラメータ空間におけるクラスタリングによるプリミティブ表現の生成. (A)(B):図 8 に見える各クラスタの平均値に対応するパターン. (C):上記二つのパターンを重ねた画像. 図 6(A)に加わっている雑音が除去され、二つのガウス関数をプリミティブとして復元できていることがわかる.

Fig.8 Reconstruction of given image based on the plot in a parameter space.Each of (A) and (B) corresponds to the cluster of the plots.(C) is obtained by (A) summed with (B). The noise in the original image was removed.

表 2 推定結果の左側クラスの平均と真値  
Table 2 Estimated values of parameters.

	左側 $\mu_x$	左側 $\mu_y$	左側 $\sigma$
真値	48	64	11
全点	48.66	64.93	12.45
上位 30 点	49.56	64.49	11.17

ている. パラメータ推定を行う矩形の大きさは  $L_x = L_y = 20$  ピクセルである. この矩形をラスタスキャンし, 各位置においてパラメータ  $\mu_x, \mu_y, \sigma$  を推定した. 矩形の大きさとラスタスキャンを行った領域を図 6(B) に示す. 各位置におけるパラメータの推定値を  $\mu_x, \mu_y, \sigma$  の三次元空間にプロットした図を図 7(A) に示す.

$\mu_x, \mu_y$  の座標系は矩形内部の座標系から画像座標系へと変換したあとでプロットしている. 図を見てもわかるとおり, パラメータの推定値は大きく二つのクラスタに分類されている. ただし, 各クラスタから放射状に推定値が散らばっている様子も見取れる. これら散らばりは, 例えば図 6(B) の赤枠のようにパラメータ推定のための矩形が画像中の二つのガウス関数の双方を内側に含むような場合に対応していた. ここで, 図 7(A) の各点を適合度により濃淡を付した図を図 7(B) に示す. 図に示す通り, 二つのクラスタの中央部では適合度が高く, 周辺では適合度が低い.

まず, パラメータ空間におけるこれら点のプロットを, 適合度の最大値を核として標準偏

差の推定値を参考にクラスタリングを行うと, 画像中向かって左側のガウス関数に対応するパラメータをクラスタリングできた. このクラスタに属さなかった残りから適合度最大の点を選択し再度クラスタリングを行うことにより向かって右側のガウス関数のパラメータもクラスタリングできた.

これら各クラスタの平均値を求め画像に再プロットした結果を図 8 に示す. いずれも真のパラメータと 3.3% 以下の誤差であった. 表 2 に示す通り  $\mu_x, \mu_y, \sigma$  のいずれも 2 ピクセル以下の精度で推定できたことが分かる.

#### 4. 終わりに

本稿では局所パターンを表す関数のパラメータを荷重積分法により推定する手法を提案した. この手法は従来法とは異なり, パラメータの値をフィルタと画像の相関の強弱により選択するのではなく, 関数が従う微分方程式に基づく連立方程式により求める. これより, 推定されるパラメータの空間は本質的に連続となった. 人工的な画像を利用してその基本的な性能を確認するとともに, 複数の関数の分離実験などを通じてその有用性を確認した.

#### 参考文献

- 1) Ando, S. and Nara, T.: An Exact Direct Method of Sinusoidal Parameter Estimation Derived from Finite Fourier Integral of Differential Equation, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol.57, No.9, pp.3317–3329 (2009).
- 2) A.Teuner, O.Pichler and B.J.Hosticka: Unsupervised texture segmentation of images using tuned matched Gabor filters, *IEEE Trans*, Vol.4, No.9, pp.863–870 (1995).
- 3) H.Jiang, Q.Cheng, Y.Zhang, H.Liu and B.Wang: An adaptive gabor filtering method and its application in edge detection, *Proceedings of the 2009 2nd International Congress on Image and Signal Processing*, pp.1–4 (2009).
- 4) Roth, S. and Black, M.: Fields of experts: A framework for learning image priors, *In IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol.2, pp.860–867 (2005).
- 5) Zhu, S., Shi, K. and Si, Z.: Learning Explicit and Implicit Visual Manifolds by Information Projection, *Pattern Recognition Letters* (2009).