

数理計画法を用いた警備員の巡視路選択問題

森田修平[†] 宝崎隆祐[†] 畠山雄介[†]

本研究では、美術館のような施設における警備員の巡視路の最適選択と巡視中の効果的な探索法を議論する。美術館問題のように施設警備に関する問題はこれまで幾何学的観点から主に議論されてきたが、スケジューリング問題のような時間を含む動的な問題を取り扱うことは困難であった。そこで、本研究ではスケジューリング問題を含んだ警備巡視路の問題を数理計画法やゲーム理論を用いて解くことを考える。そのため、全体の問題を次の3つの問題にモデル化する。まず、侵入路に対する幾何学的制約を加味した侵入スケジューリング問題、次に、複数警備巡視路の選択問題、最後に、注意量配分問題である。以上3つのモデル化から、侵入者及び警備員双方の立場を考慮した警備巡視路問題を総合的に議論した。これにより警備巡視路の脆弱性を評価し、施設警備に対してより良い方法を提案することができる。

An optimal selection of watchman route by Mathematical Programming

SHUHEI MORITA[†] RYUSUKE HOHZAKI[†]
YUSUKE HATAKEYAMA[†]

This paper deals with an optimal selection of watchman route in a facility, such as art gallery. Art gallery problem is a famous problem in the field of computational geometry, which decides the stationary deployment of watchmen. This paper considers a dynamic patrol plan in the facility by Operations Research. First, we formulate an optimal intrusion schedule of an intruder by dynamic programming formulation. Secondly, we discuss an optimal selection problem of watchman route. Finally, we formulate the search problem or the distribution problem of watchman's attention on a route and solve it by mathematical programming and game theory. By the proposed methodology, we can evaluate the vulnerability of patrol routes and recommend better patrol strategies for the security of the facility.

1. はじめに

計算幾何学分野における有名な美術館問題[1, 5, 7]に代表されるように、施設の警備問題は幾何学的観点から多くの研究がなされている。美術館問題の特徴は、その観点から警備員の静的配置を決定するものである。美術館問題を拡張した問題として警備員巡回問題[7]やスパイ侵入問題、多角形探索問題など多くの研究がなされているが、これらの問題においても、求められているものは静的な巡回路である。以上述べた計算幾何学からのアプローチは、スケジューリング問題のような時間を含む動的な問題を取扱うには不適である。一方で、幾何学制約の少ない動的な警備や探索問題に関しては、探索理論を始めとしたオペレーションズ・リサーチの手法が有効であり、決められたルートに沿った最適探索問題[4]や国境監視問題[6]等の研究がある。本研究では、侵入者の動的な侵入スケジュールを考慮して、警備員のより良い巡視路選択問題を数理計画法やゲーム理論を用いて分析する。

2. 警備問題の状況設定とモデル

今、複数の警備巡視路を持つ警備員が、施設のセキュリティ上脆弱な部分を調査することで、いくつかの侵入路を見積もっているものとする。その予想を基にして、効果的な巡視路計画の立案を行うための警備状況の設定を以下のようにする。

A1. 問題の空間・時間設定

2次元連続ユークリッド空間 \mathbf{R}^2 内に設定された、閉じた空間を持つ施設の警備を考える。時間を離散時点の集合 $\mathbf{T} = \{1, \dots, T\}$ とする。 T は侵入者が考える目的地への到着時刻の上限である。また、施設内には警備員の視界を妨げる障害物が存在する。

A2. 警備員に関する設定

警備員は施設内に設けられた m 本の巡視路のいずれかを巡視しつつ警備活動を行う。 s 番目の巡視路での移動スケジュールを $\mathbf{p}_s = \{\mathbf{p}(s, t) \in \mathbf{R}^2, t \in \mathbf{T}\}$, $s = 1, \dots, m$ とする。 $\mathbf{p}(s, t)$ は s 番目の巡視路の時刻 $t \in \mathbf{T}$ での警備員の位置ベクトルである。

A3. 侵入者に関する設定

侵入者の侵入ルートとして n 本を考える。1つの侵入路はいくつかの経由地点から成る。 l 番目の侵入路には L_l 個の経由地点があり、侵入路 l を $\mathbf{q}_l = \{\mathbf{q}(l, j) \in \mathbf{R}^2, j = 1, \dots, L_l\}$, $l = 1, \dots, n$ と表し、 $\mathbf{q}(l, j)$ はその j 番目の経由地点の位置ベクトルである。侵入者は経由地点間を一定の速度 u で移動し、経由地点でのみ停止することができる。各経由地点は、そこが他から見える場所か隠れた場所であるかの属性を持つ。ただし、侵入者のスタート地点は見えない場所にあるとする。

*[†] 防衛大学校
National Defense Academy

A4. 侵入者に対する視認度

警備員, 侵入者双方ともに侵入者に対する見つけやすさに興味を持っている. この見つけやすさを視認度と呼び, 明るさ, 可視性, 減衰率の3項目により定義する.

明るさは施設内の各地点の明るさを表すパラメータであり, 地点 \mathbf{r} の明るさを $\alpha(\mathbf{r})$ とする. 可視性は, 警備員, 侵入者, さらに施設内の壁あるいは障害物の位置関係で警備員から侵入者が見えるか否かを示す. 巡視路 s を通る時刻 t の警備員の位置 $\mathbf{p}(s, t)$ から位置 \mathbf{r} の可視性を示す関数を次のように定義するが, これは対象物の幾何学的観点から通常の計算幾何学の手法[5, 7]を用いて判別することができる.

$$\delta_s(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} 1, & \text{地点}\mathbf{r}\text{が}\mathbf{p}(s, t)\text{から見える場合} \\ 0, & \text{地点}\mathbf{r}\text{が}\mathbf{p}(s, t)\text{から見えない場合} \end{cases}$$

警備員と侵入者間の距離が遠くなるにつれて侵入者が見えにくくなる割合を減衰率という. 時刻 t において, 巡視路 s にいる警備員から位置 \mathbf{r} の侵入者の減衰率 $\beta_s(\mathbf{r}, t)$ は, 両者の距離 $\|\mathbf{r} - \mathbf{p}(s, t)\|$ のみに依存し, 関数 $\beta_s(\mathbf{r}, t) = g(\|\mathbf{r} - \mathbf{p}(s, t)\|)$ で表されるとする. 以上の3項目が見え方に影響を与えるものとし, 時刻 t に巡視路 s 上の警備員による地点 \mathbf{r} の視認度 $E_s(\mathbf{r}, t)$ を次式で定義する.

$$E_s(\mathbf{r}, t) \equiv \alpha(\mathbf{r})\delta_s(\mathbf{r}, t)\beta_s(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

3. 侵入スケジュールリング問題

ここでは, 現に侵入して侵入路を通ろうとしている侵入者が, 巡視中の警備員を意識しつつ, 経路地点でどのように時間調整をすれば見つけにくいかを問題とする.

(1) 侵入スケジュールリング問題の定式化

ここでは1つの警備巡視路と1つの侵入路を考えるため, 巡視スケジュールを $\mathbf{p} = \{\mathbf{p}(t) \in \mathbf{R}^2, t \in \mathbf{T}\}$, 経路地点で構成される侵入経路を $\mathbf{q} = \{\mathbf{q}^j, j = 1, \dots, L\}$ と表す.

$\mathbf{p}(t)$ は時刻 t での警備員の位置ベクトル, \mathbf{q}^j は j 番目の経路地点の位置ベクトルである.

\mathbf{q}^j は x, y 座標の点 $\mathbf{q}^j = (q_x^j, q_y^j)$ で表現し, 以後, 経路地点 j と呼ぶ. L は侵入路の経路地点の数である. また, 時刻 t における警備員位置 $\mathbf{p}(t)$ から地点 \mathbf{r} への視認度は, (1)式にならない $E(\mathbf{r}, t)$ と表す. ここで, 侵入者が巡視中の警備員の動きを認識しつつ, 全時点における視認度の総和が最小となるように経路地点 $j = 1, \dots, L$ における出発時刻 z_j を決定する問題を, 侵入スケジュールリング問題と呼ぶ.

まず, 前提 A3 で述べた侵入路の経路地点 j の可視性を示す関数は次のように与えられているものとする.

$$v_j = \begin{cases} 1, & \text{経路地点}j\text{は他からは見える} \\ 0, & \text{経路地点}j\text{は他からは見えない} \end{cases}$$

次に, 侵入者が速度 u で移動した場合, 経路地点間の移動に必要な時点数を考えよう. 経路地点 j と $j+1$ の間での所要時点数 n_j は次式で求めることができる.

$$n_j \equiv \left\lceil \frac{\|\mathbf{q}^{j+1} - \mathbf{q}^j\|}{u} \right\rceil$$

ただし, 時点を離散で考えるため, まるめ誤差が含まれる. 経路地点 j の出発時刻を z_j とすると, 侵入者は時刻 $z_j+1, z_j+2, \dots, z_j+n_j$ では移動中であり, 時刻 z_j+n_j+1 で経路地点 $j+1$ に到着する. 経路地点 j から時点数 k 経過後の時刻 z_j+k における侵入者の位置ベクトル $\mathbf{q}^j(k)$, $k = 1, \dots, n_j$ は経路地点 j と $j+1$ 間の時点数に応じた内分点として計算し, これを x, y 座標 $(q_x^j(k), q_y^j(k))$ に分解すれば次式となる.

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^j(k) &= \mathbf{q}^j + \frac{k}{n_j+1}(\mathbf{q}^{j+1} - \mathbf{q}^j) \\ &= \left(\frac{n_j+1-k}{n_j+1}q_x^j + \frac{k}{n_j+1}q_x^{j+1}, \frac{n_j+1-k}{n_j+1}q_y^j + \frac{k}{n_j+1}q_y^{j+1} \right) \equiv (q_x^j(k), q_y^j(k)) \quad (2) \end{aligned}$$

この位置ベクトル $\mathbf{q}^j(k)$ の警備員位置からの視認度を, (1)式を用いて表現すれば, $E(\mathbf{q}^j(k), z_j+k)$ となり, 経路地点 j と $j+1$ 間での移動中の総視認度は $\sum_{k=1}^{n_j} E(\mathbf{q}^j(k), z_j+k)$ で表される. また, 経路地点 $j+1$ に時点 z_j+n_j+1 で到着し, そこを時点 z_{j+1} に出発するまでの視認度は $v_{j+1} \sum_{\tau=z_j+n_j+1}^{z_{j+1}} E(\mathbf{q}^{j+1}, \tau)$ である. 以上から, 経路地点での最適な出発時刻を求める侵入スケジュールリング問題は, 次式で定義できる.

$$\begin{aligned} \min_{\{z_j\}} & \sum_{j=1}^{L-1} \left\{ \sum_{k=1}^{n_j} E(\mathbf{q}^j(k), z_j+k) + v_{j+1} \sum_{\tau=z_j+n_j+1}^{z_{j+1}} E(\mathbf{q}^{j+1}, \tau) \right\} \\ \text{s.t.} & \quad 1 \leq z_1, z_j + n_j + 1 \leq z_{j+1}, i = 1, \dots, L-2, z_{L-1} + n_{L-1} + 1 \leq T, z_j \in \mathbf{Z}(\text{整数}) \end{aligned}$$

(2) 動的計画法による解法

まず、各経路地点における最早出発時刻と目的地に時刻 T までに到着するための最遅出発時刻を考えると、経路地点 j での最早出発時刻は $N_j = \sum_{k=1}^{j-1} n_k + j, j=1, \dots, L-1$,

最遅出発時刻は $M_j = T - \sum_{k=j}^{L-1} n_k - (L-j), j=1, \dots, L-1$ で計算できる。侵入スケジュー

リング問題を動的計画法により定式化するため、経路地点 j の出発時刻を t とした時の経路地点 j を出発して以降での最小視認度を $f_j(t)$ で定義する。 z を経路地点 $j+1$ からの出発時刻とすると、経路地点 j からの最小視認度 $f_j(t)$ は、時刻 $t \sim z$ 間の視認度と $z+1$ 以降の最小視認度 $f_{j+1}(z)$ の合計が最も小さくなるように時刻 z を決めることにより求めることができる。以上から、 $f_j(t)$ と $f_{j+1}(z)$ の関係を漸化式により表すと次式となる。ただし、侵入者が目的地である経路地点 L に到着すれば、スケジューリングは終了とするか $v_L = 0$ とし、初期条件は $N_L \leq t \leq T$ に対して $f_L(t) = 0$ である。

$$(P1) f_j(t) = \min_{t+n_j+1 \leq z \leq M_{j+1}} \left[\sum_{k=1}^{n_j} E_s(\mathbf{q}^j(k), t+k) + v_{j+1} \sum_{\tau=t+n_j+1}^z E_s(\mathbf{q}^{j+1}, \tau) + f_{j+1}(z) \right],$$

$$s.t. N_j \leq t \leq M_j, j=L-1, \dots, 0$$

j の値を $L-1$ から 1 つずつ減少させつつ、出発時刻 t を実行可能な範囲 $N_j \leq t \leq M_j$ で変化させながら、この漸化式を計算していく。 $j=0$ は最適な出発時刻を決めるためのダミーの点であり、 $f_0(0)$ が計算できれば、これがこの侵入路全体の最小視認度を示す。また、各経路地点での最適な出発時刻は、(P1) の目的関数の最小化を実現する z の値によって得られる。

(3) 複数巡視路を考慮した侵入スケジューリング問題の定式化

ここでは、前提 A2 で述べたように、侵入者は施設内の m 巡視路の警備員の動きを観察しつつ、総視認度が最小となるような侵入スケジュールを考える。経路地点 j の出発時間を t とした時の経路地点 j と $j+1$ 間を移動中の時刻 k において、位置ベクトル $\mathbf{q}^j(k)$ にいる侵入者の総視認度は、各巡視路の警備員位置 $\mathbf{p}(s, t)$ からの視認度の合計であり(1)、(2)式から $\sum_{s=1}^m E_s(\mathbf{q}^j(k), t+k)$ と計算できる。これらを考慮し、複数巡視路による侵入スケジューリング問題は前項と同様に、動的計画法を用いて以下の様に定

式化することができる。初期条件は $N_L \leq t \leq T$ に対して $f_L(t) = 0$ である。

$$(P2) f_j(t) = \min_{t+n_j+1 \leq z \leq M_{j+1}} \left[\sum_{s=1}^m \left\{ \sum_{k=1}^{n_j} E_s(\mathbf{q}^j(k), t+k) + v_{j+1} \sum_{\tau=z+n_j+1}^{z+1} E_s(\mathbf{q}^{j+1}, \tau) \right\} + f_{j+1}(z) \right],$$

$$s.t. N_j \leq t \leq M_j, j=L-1, \dots, 0$$

[数値例 1] ここでは、(P1) により求まる最適侵入スケジュールが、どのように巧妙なスケジュールとなっているか数値例を用いて確認して見よう。

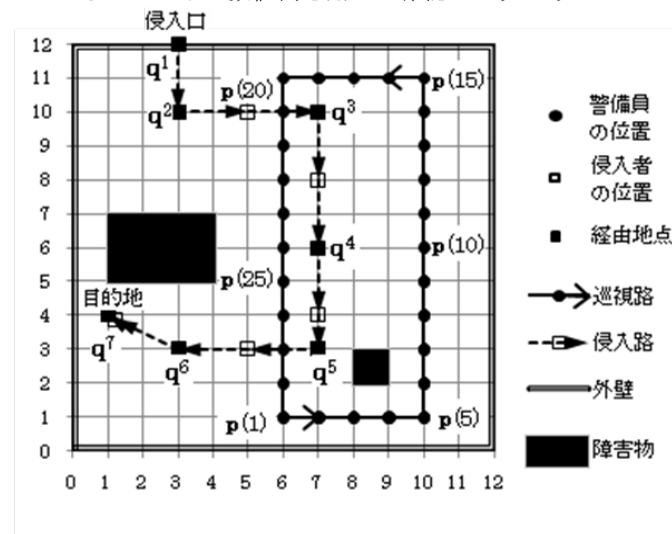


図 1 施設内の設定

図 1 に示すように、左下を原点(0,0)とした直交座標系上の閉じた施設を考える。巡視路の各時刻の位置及び侵入路の経路地点は図に示す通りである。警備員は巡視路に沿って、時点数 1 の間に 1 マス分だけ進む。侵入者の目的地への到達時刻の上限を $T = 29$ 、任意の地点 \mathbf{r} の明るさを全て $\alpha(\mathbf{r}) = 1$ とし、経路地点の可視性は $v_j = 0, j=1, \dots, 7$ とする。経路地点間を侵入者は $u = 2$ で移動するが、これは時点数 1 の間に直交座標系の 2 マス分の距離を動くことに相当する。

また、モデルの前提 A4 で述べた減衰率について、ここでは距離の 2 乗に反比例する $g(d) = 1/d^2$ 及び距離の 4 乗に反比例する $g(d) = 1/d^4$ の 2 つを考え、以後それぞれをパッシブ及びアクティブと呼称する。この 2 つの場合の最適侵入スケジュールを動

的計画法で求め、その結果を表1に示した。

表1 侵入路の最適侵入スケジュールと視認度

減衰率	変数	j						
		1	2	3	4	5	6	7
パッシブ	到着時間	0	2	5	9	16	18	20
	z_j^*	1	3	5	14	16	18	
	$f_i(z_j^*)$	0.053	0.053	0.053	0.031	0.014	0	
アクティブ	到着時間	0	2	4	8	16	18	20
	z_j^*	1	2	4	14	16	18	
	$f_i(z_j^*) (\times 10^{-2})$	0.091	0.091	0.078	0.049	0.019	0	

図2上にはパッシブの場合の経路地点 j の最適な出発時刻 z_j を書き、この最適スケジュールで侵入者が警備員から見える可能性のある経路地点間の位置に来た時に、警備員から見える場合には実線の矢印を、見えない場合は点線の矢印で示している。

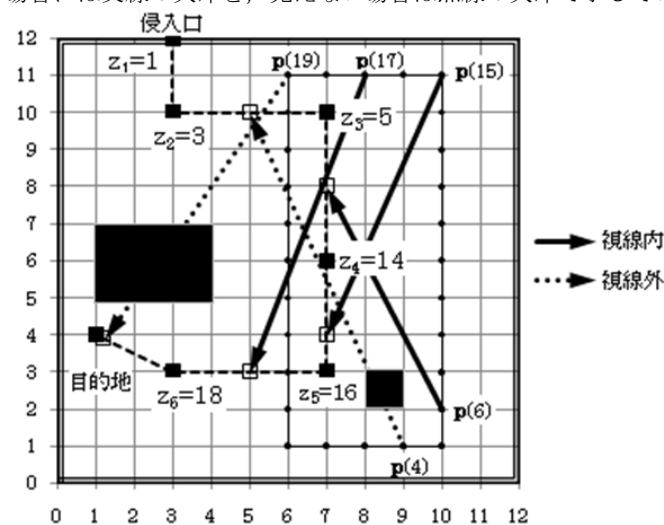


図2 最適侵入スケジュール(パッシブ)

図2の侵入スケジュールの主要な特徴を述べる。経路地点2には時刻2に到着するが、出発時刻を3とすることで出発直後に障害物を利用して、警備員の視線から逃れ

ることができる。また、経路地点4で停止することにより、近くを通る警備員をやり過ごす。そして、経路地点4を出発後、経路地点6までは障害物が陰になることは無いが、警備員と侵入者の距離は遠く、視認度の増加はそれほど多くはない。

以上の様に、動的計画法により解いた侵入スケジュールは、警備員の巡視計画や施設内の障害物をうまく考慮した計画になっている。

また、表1においてパッシブとアクティブを比較すると、経路地点2,3の出発時刻が変化している。よって、警備員の視認あるいは認識に関わるセンサーや媒体などを考慮すると、侵入者の各経路地点の最適出発時刻が変化する場合がある。

4. 複数警備巡視路の選択問題

ここでは2節での前提どおり m 本の巡視路及び n 本の侵入路があるとする。侵入者は一度侵入してしまえば警備員の動静が分かり、最小視認度を実現する侵入スケジュールを実施できる。警備員側も、各巡視路に対する最悪の侵入スケジュールは評価できる。しかし、お互いにどの手段を取るかはわからない。このようなゲーム的状況下での巡視路の選択問題を考える。(P1)により求まる巡視路 p_s と侵入路 q_l に対する最小視認度を $V(p_s, q_l)$ とする。この問題は、警備員と侵入者をプレイヤー、警備員の m 本の巡視路の選択と侵入者の n 本の侵入路の選択を戦略とし、視認度 $V(p_s, q_l)$ を支払とする同時手番の2人ゼロ和ゲームとして考えることができる。支払 $V(p_s, q_l)$ に関して、侵入者はこれをできるだけ小さくするような侵入路を選びたいと考え、警備員はできるだけ大きくする巡視路を選択したいと考える。

有限個の戦略を持つ2人ゼロ和ゲームでは、ミニマックス定理から、混合戦略まで考えれば均衡解が必ず存在することが知られている。よって、ここで得られる最適混合戦略やゲームの値は警備環境と計画の有効性の評価に活用することができる。

【数値例2】ある施設には、 $m=3$ 本の巡視路及び $n=3$ 本の侵入路があり、巡視路と侵入路全ての組み合わせに対する最小視認度を示す支払行列が表2のようになったとする。この行列ゲームを解くと、警備員の混合戦略として巡視路1,2,3の最適選択確率は0.52, 0, 0.48となる。したがって、この施設では100回の警備に対して52回は巡視路1を48回は巡視路3を選択し、巡視路2は使用しない、といった警備計画が推奨される。一方の侵入者は、どの巡視路に対しても視認度の高い侵入路3を選択せず、侵入路1及び侵入路2をそれぞれ、0.47, 0.52の確率で選択することになる。

表2 支払行列 $V(p_s, q_l)$

巡視路 s	侵入路 l		
	1	2	3
1	0	0.011	0.010
2	0	0	0.023
3	0.012	0	0.014

5. 注意配分問題

実際に巡視中の警備員は、侵入者を見つけやすいように、施設のセキュリティ上脆弱な部分にはより多くの注意を払いつつ警備を行うであろう。ここでは3節で求めた最悪な侵入スケジュールを意識しつつ、巡視中の警備員がどのように注意を配分すれば効果的であるかを議論する。まず、前提 A1~A4 に加えて新たな仮定を設ける。

A5. 複数警備員の視線方向

各巡視路を巡視している警備員の注意量を配分する方向を定義するため、全周を M 分割した離散的な方角を $\Theta \equiv \{1, \dots, M\}$ で定義する。方角 $\theta \in \Theta$ は実際には

$\left[\frac{2\pi}{M}(\theta-1), \frac{2\pi}{M}\theta \right]$ の間の角度を意味する。各警備員は各時点における全体の注意量を

1 とし、各方角へその中の何割を向けるべきかを定める。その戦略として、 s 番目の巡視路上の警備員の時刻 t における方角 θ への注意量を $\{\varphi_s(\theta, t), \theta \in \Theta, t \in \mathbf{T}\}$ で定義する。

A6. 侵入者の発見

時刻 t で位置 \mathbf{r} に位置する侵入者の発見確率あるいは度合は、注意量 $\varphi_s(\theta, t)$ と視認度 $E_s(\mathbf{r}, t)$ の積を各警備員で合計した値 $P(\varphi, l)$ に依存するものとしよう。

$$P(\varphi, l) = \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^m E_s(\omega(l, t), t) \varphi_s(\phi_s(\omega(l, t), t), t) \quad (3)$$

ただし、 $\phi_s(\mathbf{r}, t)$ は時刻 t での巡視路 s から位置 \mathbf{r} の方角である。また、 m 本の巡視路に対し、(P2) で求まる侵入路 l の最悪な侵入スケジュールを $\omega_l = \{\omega(l, t), t \in \mathbf{T}\}$, $l = 1, \dots, n$ とする。ここでの注意配分問題を、警備員は(3)式を大きくするために効果的な注意量の配分 φ を決め、侵入者は小さくしようと侵入路 l を選ぶゲームとみることができる。ただし、以後では侵入者の戦略を確率 $\pi(l)$ で侵入路 l をとる混合戦略とする。

目標の発見を企図する探索者とそれから逃げようとする目標の2人のプレイヤーの問題は探索ゲームという名のもとに、いくつかの研究がなされている。その中に探索者は目標を探知するために手持ちの探索資源を空間に投入することを戦略とし、目標は探索者から逃避するための経路の選択を戦略として取るようなモデルとして探索配分ゲーム[2, 3]がある。その理論を、探索資源量を注意量とみなした警備員の、注意量の最適配分方法に応用する。ここでの注意配分問題は、支払関数の形が線形であり、巡視路(探索者)の数が複数であることから、探索配分ゲームのモデルを拡張しなければならない。

A5 及び A6 の前提を満たす実行可能領域を、各警備員の注意量配分 $\varphi_s(\theta, t)$ につい

て Ψ , 侵入路の混合戦略 $\pi(l)$ については Π とする。ゲームの期待支払 $P(\varphi, \pi)$ は、

$$P(\varphi, \pi) = \sum_{l=1}^n \pi(l) P(\varphi, l) \text{ となり、期待支払 } P(\varphi, \pi) \text{ は } \varphi \text{ と } \pi \text{ について線形であるため、}$$

ミニマックス最適問題は次式で与えられる。

$$\max_{\varphi} \min_{\pi} \sum_{l=1}^n \pi(l) P(\varphi, l) \quad \text{s.t. } \varphi \in \Psi, \pi \in \Pi$$

この問題は容易に次の線形計画問題に変形することができる。

$$(P3) \quad \max_{\{\eta, \varphi(l, t)\}} \eta$$

$$\text{s.t. } \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^m E_s(\omega(l, t), t) \varphi_s(\phi_s(\omega(l, t), t), t) \geq \eta, \quad l = 1, \dots, n,$$

$$\varphi \in \Psi$$

(P3) から求まる最適解 $\{\varphi_s^*(\theta, t), s = 1, \dots, m, \theta \in \Theta, t \in \mathbf{T}\}$ が、巡視路 s を行く警備員の最適な注意配分量である。

[数値例 3] ここでは、2 つの巡視路を巡視中の警備員について考える。パラメータ $T = 23, a(\mathbf{r}) = 1, u = 2, g(d) = 1/d^2, M = 10$ の設定の他、2 本の巡視路及び $n = 3$ 本の侵入路は図3に示すとおりである。

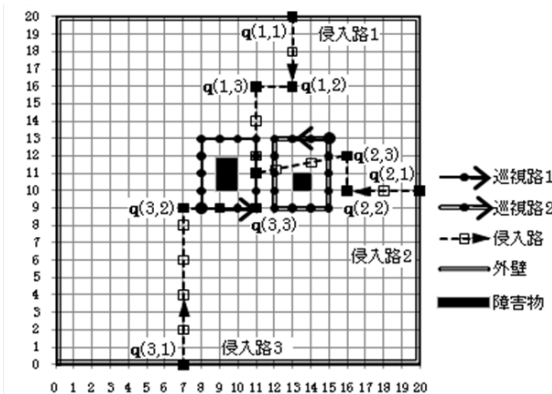


図3 巡視路が2本の施設内の設定

巡視路1は地点 $\mathbf{p}(1,1) = (8, 9)$, 巡視路2は地点 $\mathbf{p}(2,1) = (15, 13)$ を出発し、それぞれ反

時計回りに巡視し時刻 15 で元の場所に戻るが、 $T = 23$ までは引き続き同じ経路を巡視する。3本の侵入路について、目的地は同じ $q(l, 4) = (11, 11)$ であり経路地点の可視性は $v_j = 0, j = 1, \dots, 4$ とする。

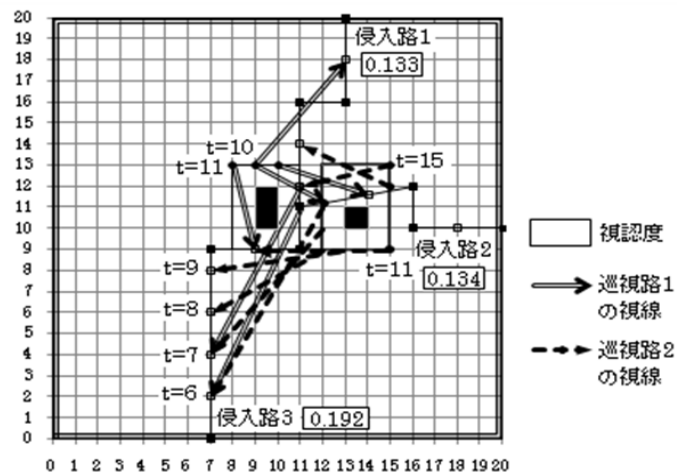


図 4 各巡視路から視界に入る侵入路

図 4 は (P2) で評価した最悪な侵入スケジュールにおける各侵入路の視認度を書き、白い矢印は巡視路 1 から、黒い点線の矢印は巡視路 2 から、それぞれ侵入者が視界に入り視認度が増す時刻と方角を示している。この時の 2 本の巡視路の時刻 6~15 での最適注意配分量を表 3 に示した。時刻 6~15 以外や、どの巡視路からも侵入者が視界に入らない時刻は、無駄ではあるが注意力を一様に配分する結果であった。

表 3 警備員 2 名による最適注意量配分

巡視路 = 時刻 t 地点 (x, y)	1										2									
	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0
2	0	0	0.1	0	0.2	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0
3	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0
4	0	0	0.1	1	0.8	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0
5	0	0	0.1	0	0	1	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0
6	1	1	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	1	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0	0
7	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	1	1	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0
8	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	1	0.1	1	0.1	0.1	0	1
9	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	1	0
10	0	0	0.1	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0.1	0	0	0	0	0.1	0	0.1	0.1	0	0

以下に、この注意配分の主要な特徴を示す。

- 時刻 6,7 においては、巡視路 1 からは見ることができない唯一の侵入路 3 の方向に注意を集中し、巡視路 2 からは時刻 6 で方角 6 を、時刻 7 で方角 7 の同じく侵入路 3 に全注意量を配分していることが分かる。
- 時刻 9 において、巡視路 1 は、侵入路 2 の侵入者と至近距離に近づくため、そこに全注意量を配分する。また、巡視路 2 からは、侵入路 2 が障害物で見えないため、時刻 6,7 に引き続いて時刻 9 でも侵入路 3 の方角 8 を注視する。
- 時刻 10 において、巡視路 1 からは侵入路 1 と侵入路 2 が視界に入っているものの、侵入路 2 に対してより多くの注意量 0.8 を配分している。これは、至近距離にある侵入者の方がより視認度が高く、全体の視認度の向上に貢献するからである。また、侵入路 1 が時刻 14, 15 で巡視路 2 から視界に入る機会があり、そこでの視認度を高くできるからでもある。因みに、時刻 14, 15 における巡視路 2 からの注意が集中する方角 9 及び 8 は侵入路 1 の方角である。
- ゲームの値は 0.115 となり、どの侵入路にもある程度の視認度を保つことができる。また、搜索配分ゲームの均衡解としては、侵入路 1 及び 2 をそれぞれ 0.76, 0.24 の確率で選択することになる。

6. まとめと今後の課題

本研究では、これまで計算幾何学で扱うことが難しかったスケジューリングのような時間を含む動的な警備問題を、動的計画法やゲーム理論といった数理計画手法を用いて取扱うことが可能であることを示した。

将来の労働力不足に対応し、警備員の危険や負担を軽減するための警備ロボットの開発など、警備の自動化がますます普及することが考えられる。本研究で提案したモデルは、そのより良い警備計画の提案にも貢献できると考える。

また、スパイ侵入問題、警備員巡視路問題、掃除人問題、動物園巡視路問題といった計算幾何学分野における様々なモデル化や取り扱い方は本研究で提案したモデルにも活用することが可能であると考える。

参考文献

- 浅野哲夫: 計算幾何, 共立出版, 2007.
- R. Hohzaki: Discrete search allocation game with energy constraints, Journal of the OR Society of Japan, Vol. 45, No. 1, pp. 93-108, 2002.
- R. Hohzaki: Search allocation game, European Journal of OR, Vol. 172, pp. 101-119, 2006.
- R. Hohzaki and K. Iida: A search game when a search path is given, European Journal of OR, Vol. 124, pp. 114-124, 2000.
- J. O'Rourke: Art Gallery Theorem and Algorithms, Oxford University Press, 1987.
- R. Szechtman, M. Kress, K. Lin and D. Cfir: Models of sensor operations for border surveillance, Naval Research Logistics, Vol. 55, pp. 27-41, 2007.
- 譚学厚, 平田富夫: 計算幾何学入門, 森北出版, 2001.