情報処理学会研究報告
IPSJ SIG Technical Report

Vol.2010-CVIM-171 No.8
2010/3/18

ランダム有限集合状態空間モデルと逐次モンテカルロフィルタによる動画像中の複数移動物体追跡

生駒　哲一[†1]

動画像中の複数移動物体を追跡する方法として，ランダム有限集合で追跡対象の状態や観測を表し，それらを使った状態空間モデルを構築して，工夫された逐次モンテカルロ法により状態を推定する方法について述べる．画像全体に対して検出処理をまず行う方法と，モンテカルロ標本の表す部分画像のみを参照する方法の２種類があるが，このうち後者における問題点を明らかにし，その改良法について述べる．

Multiple moving target tracking in dynamic image by random finite set state space model and sequential Monte Carlo filter

Norikazu Ikoma[†1]

As a tracking method of multiple moving target in dynamic image, we represent target state and observation by random finite sets and forumlate state space model using them. State estimation has been conducted by an elaborated sequantial Monte Carlo method. Among two types of methods, 1) detection first for overall image frame, and 2) refering only sub-image based on Monte Carlo samples, in conventional approaches, we describe some problems in latter case and propose a method to overcome these problems.

†1 九州工業大学大学院 工学研究院, Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology
統計数理研究所 客員准教授, Visiting associate professor in The Institute of Statistical Mathematics

1. はじめに

人間や他の高等生物は画像を目で見てシーンを理解し，その中で動く対象物を追跡すること等ができる．その工学的実現を目指すコンピュータビジョンでは，画像から特徴量を計算し，それに基づく認識やシーンの理解等を行っている．動画像中の移動対象物の追跡も，この枠組みで行うことになる．しかし現実の画像から算出された特徴量による判別は，所望の動作を１００％できる訳では必ずしもなく，誤判別は避けられない．この誤判別が，期待される機能に対して致命的にならないような，頑健性のある情報処理手法が必要となる．

頑健化の方法として，動画像の時間軸に着目し，時間的な連続性を制約として組み入れる方法がある．また，判別を確率論の枠組みで行い，決定論的に処理した場合の誤りリスクを軽減する方法も採られる．一方，動画像処理のアプリケーションには，リアルタイム性が要求される場合も多い．これらの特性を兼ね備えた方法にパーティクルフィルタがあり，コンピュータビジョンや，ロボティクスなど，様々な分野で注目されている．

パーティクルフィルタは，多数の粒子（確率分布の実現値）で，所望の確率分布を近似的に表現し，粒子の数値計算を行って，解析的には解けないフィルタリング問題を解くものである．また，より広い枠組みである逐次モンテカルロ法を，最適フィルタの枠組みに適用したものがパーティクルフィルタである．パーティクルフィルタの推定対象となる確率分布は，観測系列が与えられた下での状態の事後分布である．一方，逐次モンテカルロ法はそれに限定されず，より広いクラスの分布や，あるいは確率分布でなくとも非負値の関数であれば推定が可能であり，後述する PHD の推定にも利用することができる．

本稿では，動画像中に存在する複数の移動物体を追跡する方法を扱う．頑健な画像処理手法の開発は重要なテーマであるが，それは別の研究に委ねることとし，本稿では逐次モンテカルロ法の枠組みで複数の移動物体を追跡する方法に焦点をあてる．特に，ランダム有限集合により複数の移動物体のあるシーンや，観測の状況を記述し，それを１次のモーメントである PHD で近似的に解く PHD フィルタと，それを逐次モンテカルロ法の枠組みで解く方法を使う．これらの方法では，複数の移動物体が存在して，視野への出現や視野外への逸脱によりそれらの個数が変化する場合を，的確に記述することができる．

ランダム有限集合に基づく PHD フィルタは，元々は，レーダー観測における複数ターゲット追跡の為に考案されたものである．よって，追跡対象の位置座標が観測となる場合には，そのまま適用し高い性能を発揮することができる．しかし，動画像における物体追跡の場合，特にパーティクルフィルタを使った方法では，観測はレーダーのように位置座標と

Vol.2010-CVIM-171 No.8
2010/3/18

いう形で得られる訳では必ずしもない．最近のパーティクルフィルタ応用では，パーティクル（粒子）の示す部分画像における適合度の計算を行うことが多く，その場合には，PHD フィルタをそのまま適用することはできず，何らかの工夫が必要である．更には，複数存在する追跡対象の尤度値に差が生じる場合には，尤度の大きな対象に粒子が集中してしまい，全ての対象を追跡できないという問題もある．本稿ではこれらの問題を明確化し，その解決法について論じる．

パーティクルフィルタに関する最新の和文の解説は，生駒[1] を参照されたい．ロボティクスの文脈から書かれた書籍としては確率ロボティクス[2] があり，複雑系の文脈では松本・宮野・生駒[3] がある．和文の解説としては樋口[4] も参照されたい．より包括的な洋書の解説としては A.Doucet ら[5]，J.Liu[6] を，理論的な面については P.Del Moral[7] を参照されたい．

2. 状態空間モデルと状態推定

追跡対象の状態を $\mathbf{x} \in E_S$ と表し，画像から得られる観測情報を $\mathbf{y} \in E_O$ と表す．時間的な変化を離散時間インデックス k で表す．k は整数値をとる．状態の時間変化を，システムモデル

$$\mathbf{x}_k \sim f(\,\cdot\,|\mathbf{x}_{k-1}) \tag{1}$$

で表す．観測が得られる過程を，観測モデル

$$\mathbf{y}_k \sim h(\,\cdot\,|\mathbf{x}_k) \tag{2}$$

で表す．観測モデルおよびシステムモデルは確率分布で一般的に表記されたものであるが，これを非線形の差分方程式で表すこともでき，システムモデルに対応するシステム方程式を

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_k) \tag{3}$$

と表し，観測モデルに対応する観測方程式を

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) \tag{4}$$

と表す．システム方程式と観測方程式の組，あるいはそれらと等価なものであるシステムモデルと観測モデルの組を，状態空間モデルと呼ぶ．

状態推定とは，観測の系列 $\mathbf{y}_{1:k} = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \cdots, \mathbf{y}_k\}$ が与えられた下での状態の事後分布

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k}) \tag{5}$$

を求めることである．より一般的な形式としては，状態推定は，状態系列の事後分布

$$p(\mathbf{x}_{1:k}|\mathbf{y}_{1:k}) \tag{6}$$

を求める事として定式化される．この事後分布は，ベイズ則

$$p(\mathbf{x}_{1:k}|\mathbf{y}_{1:k}) = \frac{p(\mathbf{x}_{1:k})p(\mathbf{y}_{1:k}|\mathbf{x}_{1:k})}{p(\mathbf{y}_{1:k})} \tag{7}$$

により，形式的に解を表すことができる．ただし，時間的な情報処理をリアルタイム（すなわちオンライン）で行う場合には，式 (7) では，その計算を毎時刻個別に実行しなければならず，非効率的であるので，オンライン実行に適した逐次ベイズの形式

$$p(\mathbf{x}_{1:k}|\mathbf{y}_{1:k}) = p(\mathbf{x}_{1:k-1}|\mathbf{y}_{1:k-1})\frac{f(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})h(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})} \tag{8}$$

を用いることにする．また，別の形式として，１期先予測

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{y}_{1:k-1})f(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})d\mathbf{x}_{k-1} \tag{9}$$

と，ろ波

$$p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k}) = \frac{p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})h(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k)}{p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1})} \tag{10}$$

とを，時刻を進めながら交互に適用する方法でも，式 (5) の状態推定を求めることができる．長さ K の画像列に対して尤度を求める場合には，式 (10) の分母の積を

$$p(\mathbf{y}_{1:k};\boldsymbol{\Theta}) = \prod_{k=1}^{K} p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1};\boldsymbol{\Theta}) \tag{11}$$

と用いる．ここではモデルのシステムパラメータを明示的に $\boldsymbol{\Theta}$ と表しており，これは最尤法などで推定する．

3. パーティクルフィルタと逐次モンテカルロ法

非線形非ガウスなど一般の状態空間モデルにおいて，状態推定をパーティクルフィルタで行うとき，状態推定の分布を多数の重み付き粒子で

$$\left\{\left(\mathbf{x}_k^{(i)}, w_k^{(i)}\right)\right\}_{i=1}^{L} \approx p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k}) \tag{12}$$

と近似する．適切に定められた初期分布 $p_0(\mathbf{x})$ から粒子を

$$\mathbf{x}_0^{(i)} \sim p_0(\mathbf{x}), \qquad w_0^{(i)} = 1/L \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L \tag{13}$$

と生成し，時間進展に沿って計算を進める．

各時刻 k における時間更新のアルゴリズムは，まず時刻 k の粒子をプロポーザル分布 $q(\cdot)$

より

$$\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} \sim q(\,\cdot\,|\mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k), \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L. \tag{14}$$

と生成し，次に重みを

$$\tilde{w}_k^{(i)} \propto w_{k-1}^{(i)} \frac{f(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}|\mathbf{x}_{k-1}^{(i)})h(\mathbf{y}_k|\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)})}{q(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}|\mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_k)}, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L. \tag{15}$$

と更新する．最後にリサンプリングを

$$\mathbf{x}_k^{(i)} \sim \begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_k^{(1)} & \text{with prob.} \quad \alpha_k^{(1)} \\ \tilde{\mathbf{x}}_k^{(2)} & \text{with prob.} \quad \alpha_k^{(2)} \\ \vdots & \qquad\qquad\quad \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_k^{(L)} & \text{with prob.} \quad \alpha_k^{(L)} \end{cases}, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L. \tag{16}$$

と行う．ここで，各粒子が抽出される確率は

$$\alpha_k^{(i)} = \frac{\tilde{w}_k^{(i)}}{\sum_{j=1}^{L} \tilde{w}_k^{(j)}}, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L. \tag{17}$$

である．リサンプリングは，必ずしも行わなくてよく，むしろ不要なときに実行すると，無用なモンテカルロ誤差が混入して推定の質が低下する．リサンプリングを行うかどうかの判断には，実行サンプルサイズ (Effective Sample Size)

$$\mathrm{ESS} = 1 / \sum_{i=1}^{L} \left(\alpha_k^{(i)}\right)^2 \tag{18}$$

を計算し，これが粒子数 L と比べて顕著に小さい場合にのみリサンプリングを行うようにする．リサンプリングを行った場合は，重みを

$$w_k^{(i)} := 1/L, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L. \tag{19}$$

と均等化する．リサンプリングを行わない場合には，

$$\mathbf{x}_k^{(i)} := \tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}, \qquad w_k^{(i)} := \tilde{w}_k^{(i)}, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L. \tag{20}$$

と，粒子と重みを次の時刻にそのまま受け渡す．

式 (14) 及び式 (15) ではプロポーザル分布 $q(\cdot)$ を用いているが，これは推定を行う者がある程度自由に設計できる分布である．その設計に応じて，粒子の個数に対して効果的な推定が行えるよう，工夫の必要な箇所でもある．プロポーザル分布として式 (1) のシステムモデルを

$$\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} \sim f(\,\cdot\,|\mathbf{x}_{k-1}^{(i)}), \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L. \tag{21}$$

と用いることもでき，その場合は最もシンプルなパーティクルフィルタであるモンテカルロフィルタ[8)]（あるいはブートストラップフィルタ[9)]）となる．この場合には，式 (15) の重みの更新は

$$\tilde{w}_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} h(\mathbf{y}_k|\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}), \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L. \tag{22}$$

となる．リサンプリングは式 (16) と同一である．式 (11) の尤度の計算は，式 (22) で算出した重みの値（式 (15) ではない事に注意）を用いて

$$p(\mathbf{y}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k-1}) h(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k) d\mathbf{x}_k \simeq \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \tilde{w}_k^{(i)} \tag{23}$$

と計算される．なお，コンピュータビジョンの分野で有名な CONDENSATION[10)] は基本的にはモンテカルロフィルタと等価で，尤度の計算が画像の形状に特化したものである．

パーティクルフィルタは状態推定の分布に従う重み付き粒子を時間更新するアルゴリズムであるが，これを状態推定の分布に限らず，より一般の時間変化する分布の系列にした場合が逐次モンテカルロ法である．

4. ランダム有限集合状態空間モデルと PHD フィルタ

単一の対象物を扱うのでなく，複数の対象物を扱う場合には，パーティクルフィルタを複数対象物が扱えるように拡張する必要がある．対象物の個数は，視界からの逸脱や視界への侵入などに応じて時間的に変化する．また，観測される要素の個数も，時間的に変化する．観測が信頼できない場合として，対象物の検出が完全には行えず欠損を伴ったり，対象物が実際には存在しない箇所に偽の観測が得られることもあろう．これらに対処するために，アドホックなアイデアを組み入れた拡張も提案されているようだが，本稿では，理論的裏づけが明確な，ランダム有限集合による表現と，その状態推定手法である PHD(Probability Hypohetis Desnity) フィルタを用いる．

Vol.2010-CVIM-171 No.8
2010/3/18

4.1 ランダム有限集合による観測と状態の表現

複数で個数が変化する観測および状態を，ランダム有限集合で表す．観測は，

$$\mathbf{Y}_k = \left\{\mathbf{y}_{k,1}, \mathbf{y}_{k,2}, \cdots, \mathbf{y}_{k,m(k)}\right\} \subset E_O \tag{24}$$

$\mathbf{y}_{k,j} \in E_O$ と表され，状態は

$$\mathbf{X}_k = \left\{\mathbf{x}_{k,1}, \mathbf{x}_{k,2}, \cdots, \mathbf{x}_{k,n(k)}\right\} \subset E_S \tag{25}$$

$\mathbf{x}_{k,j} \in E_S$ と表される．これらはある時刻 k における固定した個数 $m(k)$ あるいは $n(k)$ の要素を表現したものであり，要素の値も確定的なものである．これらを確率的にしたものがランダム有限集合であり，観測を

$$\mathbf{\Sigma}_k = \left\{\mathbf{Y}_{k,1}, \mathbf{Y}_{k,2}, \cdots, \mathbf{Y}_{k,M(k)}\right\} \tag{26}$$

と表し，状態を

$$\mathbf{\Xi}_k = \left\{\mathbf{X}_{k,1}, \mathbf{X}_{k,2}, \cdots, \mathbf{X}_{k,N(k)}\right\} \tag{27}$$

と表す．ここでの大文字やギリシャ文字は，確率変数であることを表している．

4.2 ランダム有限集合を使った状態空間モデル

ランダム有限集合を使った状態空間モデルは，抽象的には，システムモデル

$$\mathbf{\Xi}_k \sim F\left(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1}\right) \tag{28}$$

と観測モデル

$$\mathbf{\Sigma}_k \sim H\left(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_k\right) \tag{29}$$

の対で表される．

これらを集合方程式の形式で表すと，まずシステムモデルは

$$\mathbf{\Xi}_k = \mathbf{S}\left(\mathbf{X}_{k-1}\right) \cup \mathbf{\Gamma}_k \tag{30}$$

となる．右辺第１項は，各追跡対象の前時刻からの残存の和集合

$$\mathbf{S}\left(\mathbf{X}_{k-1}\right) = \mathbf{S}\left(\mathbf{x}_{k-1,1}\right) \cup \mathbf{S}\left(\mathbf{x}_{k-1,2}\right) \cup \cdots \cup \mathbf{S}\left(\mathbf{x}_{k-1,n(k-1)}\right) \tag{31}$$

で表される．各追跡対象の残存は，

$$\mathbf{S}\left(\mathbf{x}_{k-1,j}\right) = \begin{cases} \{\mathbf{X}_{k,j}\} & \text{with prob.} \quad p_S \\ \emptyset & \text{with prob.} \quad 1 - p_S \end{cases} \tag{32}$$

と残存確率 p_S で残存が表され，残存した追跡対象の時間推移は単一対象のシステムモデルに

$$\mathbf{X}_{k,j} \sim f(\,\cdot\,|\mathbf{x}_{k-1,j}) \tag{33}$$

と従う．また，式 (30) の第２項では，新規に出現する追跡対象を

$$\mathbf{\Gamma}_k = \left\{\mathbf{X}^{\Gamma}_{k,1}, \mathbf{X}^{\Gamma}_{k,2}, \cdots, \mathbf{X}^{\Gamma}_{k,N_\Gamma(k)}\right\} \tag{34}$$

と表す．出現する個数は平均 μ_Γ のポアソン分布

$$N_\Gamma(k) \sim \mathrm{Poisson}(\mu_\Gamma) \tag{35}$$

に従い，出現位置は適切に定められた分布 $p_\Gamma(\mathbf{x})$ に

$$\mathbf{X}^{\Gamma}_{k,j} \sim p_\Gamma(\mathbf{x}) \tag{36}$$

と従うものとする．

次に観測モデルは，集合方程式

$$\mathbf{\Sigma}_k = \mathbf{E}\left(\mathbf{X}_k\right) \cup \mathbf{C}_k \tag{37}$$

で表される．右辺第１項は，各追跡対象が観測される過程の和集合

$$\mathbf{E}\left(\mathbf{X}_k\right) = \mathbf{E}\left(\mathbf{x}_{k,1}\right) \cup \mathbf{E}\left(\mathbf{x}_{k,2}\right) \cup \cdots \cup \mathbf{E}\left(\mathbf{x}_{k,n(k)}\right) \tag{38}$$

で表される．各追跡対象の観測過程は，

$$\mathbf{E}\left(\mathbf{x}_{k,j}\right) = \begin{cases} \{\mathbf{Y}_{k,j}\} & \text{with prob.} \quad p_D \\ \emptyset & \text{with prob.} \quad 1 - p_D \end{cases} \tag{39}$$

と，検出確率 p_D で検出が表され，検出された対象の観測値は単一の観測モデルに

$$\mathbf{Y}_{k,j} \sim h(\,\cdot\,|\mathbf{x}_{k,j}) \tag{40}$$

と従う．また，式 (37) の第２項では，偽の検出を

$$\mathbf{C}_k = \left\{\mathbf{Y}^{C}_{k,1}, \mathbf{Y}^{C}_{k,2}, \cdots, \mathbf{Y}^{C}_{k,M_C(k)}\right\} \tag{41}$$

と表す．出現する個数は平均 μ_C のポアソン分布

$$M_C(k) \sim \mathrm{Poisson}(\mu_C) \tag{42}$$

に従い，検出位置は適切に定められた分布 $p_C(\mathbf{y})$ に

$$\mathbf{Y}^{C}_{k,j} \sim p_C(\mathbf{y}) \tag{43}$$

と従うものとする．

4.3 PHD フィルタ

式 (28) をシステムモデル式 (29) を観測モデルとする状態空間モデルにおいて，状態推定を行うと，推定する確率分布の標本空間が $E_S \times E_S^2 \times E_S^3 \times \cdots$ と複雑なものとなり，このような空間で素朴なパーティクルフィルタを適用しても効果的な推定は望めない．これを１次のモーメント，すなわち E_S の空間において近似的に推定を行う方法が PHD(Probability Hypohetis Desnity) フィルタ[11)12)] である．そこでは，推定すべき事後分布の１次のモーメント，すなわち PHD を，逐次的に推定する．PHD は $D(\mathbf{x})$ と表され，単一の追跡対象の状態空間 E_S で定義された非負値関数で，その積分値は積分領域中の追跡対象数の期待値を与える．

PHD フィルタは，１期先予測とろ波の２ステップで構成される．１期先予測は

$$D(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_{1:k-1}) = p_S \int D(\mathbf{x}_{k-1}|\mathbf{Y}_{1:k-1}) f(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} + D_\Gamma(\mathbf{x}_k) \tag{44}$$

となる．ここで $D_\Gamma(\mathbf{x})$ は，新規追跡対象の出現を表す確率分布 $p_\Gamma(\mathbf{x})$ から定まる PHD である．ろ波は

$$D(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_{1:k}) \propto \{(1-p_D) + p_D\ \Psi(\mathbf{Y}_k, \mathbf{x}_k)\}\, D(\mathbf{x}_k|\mathbf{Y}_{1:k-1}) \tag{45}$$

となる．ここで尤度の項 $\Psi(\mathbf{Y}_k, \mathbf{x}_k)$ は

$$\Psi(\mathbf{Y}_k, \mathbf{x}_k) = \sum_{\mathbf{y}\in\mathbf{Y}_k} \frac{h(\mathbf{y}|\mathbf{x}_k)}{\mu_C\ p_C(\mathbf{y}) + p_D\ \langle h(\mathbf{y}|\acute{\mathbf{x}}_k), D(\acute{\mathbf{x}}_k|\mathbf{Y}_{1:k-1})\rangle} \tag{46}$$

となる．ただし，分母第２項は畳み込みを表し，

$$\langle h(\mathbf{y}|\acute{\mathbf{x}}_k), D(\acute{\mathbf{x}}_k|\mathbf{Y}_{1:k-1})\rangle = \int h(\mathbf{y}|\acute{\mathbf{x}}_k) D(\acute{\mathbf{x}}_k|\mathbf{Y}_{1:k-1}) d\acute{\mathbf{x}}_k \tag{47}$$

である．

5. 逐次モンテカルロフィルタ：PHD フィルタの近似的実装

Vo ら[13)] は，PHD フィルタを逐次モンテカルロ法の枠組みで近似的に推定する方法を提案している．また，それらの手法について，ランダム集合フィルタのウエブサイト[14)] にて情報提供している．以下，その方法と，著者ら[15)] による改良について説明する．

5.1 PHD フィルタの逐次モンテカル法による近似的実装

追跡対象一つあたりに粒子 ρ 個を想定し，逐次モンテカルロ法により PHD フィルタの計算を進める．まず，１期先予測の式 (44) の計算のうち積分項で表される，前時刻からの残存部分については，当該プロポーザル分布から

$$\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} \sim q_S(\ \cdot\ |\mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{Y}_k), \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L_{k-1} \tag{48}$$

と，前時刻と同数の粒子を生成し，重みを

$$\tilde{w}_k^{(i)} = \frac{p_S\ f(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}|\mathbf{x}_{k-1}^{(i)})}{q_S(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}|\mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, \mathbf{Y}_k)} w_{k-1}^{(i)} \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L_{k-1} \tag{49}$$

と更新する．式 (44) のうち新規出現の部分については，生成する粒子の個数を

$$J_k = \rho \int D_\Gamma(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \tag{50}$$

と計算し，その個数の粒子を当該プロポーザル分布から

$$\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)} \sim q_\Gamma(\ \cdot\ |\mathbf{Y}_k), \qquad \text{for } i = L_{k-1}+1, L_{k-1}+2, \cdots, L_{k-1}+J_k \tag{51}$$

と生成して，重みを

$$\tilde{w}_k^{(i)} = \frac{D_\Gamma(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)})/J_k}{q_\Gamma(\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}|\mathbf{Y}_k)} \qquad \text{for } i = L_{k-1}+1, L_{k-1}+2, \cdots, L_{k-1}+J_k \tag{52}$$

と設定する．

次に，ろ波の式 (45) の計算は，

$$\hat{w}_k^{(i)} = \left\{(1-p_D) + p_D\ \Phi(\mathbf{Y}_k, \tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)})\right\} \tilde{w}_k^{(i)}, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L_{k-1}+J_k \tag{53}$$

と重みを更新することで実行される．ただし尤度の項 $\Psi(\mathbf{Y}_k, \mathbf{x}_k)$ はその粒子近似

$$\Phi(\mathbf{Y}_k, \mathbf{x}_k) = \sum_{\mathbf{y}\in\mathbf{Y}_k} \frac{h(\mathbf{y}|\mathbf{x}_k)}{\mu_C\ p_C(\mathbf{y}) + C_k(\mathbf{y})} \tag{54}$$

を用いる．ここで畳み込みの部分は

$$C_k(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^{L_{k-1}+J_k} \tilde{w}_k^{(i)}\ h(\mathbf{y}|\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}) \tag{55}$$

と，重み付き平均の計算になる．ここで注意したいのは，式 (54) および式 (55) に現れる，観測モデルによる尤度の計算 $h(\mathbf{y}|\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)})$ は，定数項を含めてきちんと行う必要がある点であ

る．パーティクルフィルタでは重みを正規化するので，定数項が省略されたり，あるいは尤度の計算においても，共通する定数項を省略することはよく行われるが，上記の計算ではそれを行ってはならない．その理由は，尤度に基づき修正された重みの値の和は追跡対象の個数の期待値を与えるものであり，重みの相対的な値だけでなく，絶対的な値にも意味があるからである．

最後にリサンプリングは，抽出する粒子の個数を

$$L_k = \rho \sum_{i=1}^{L_{k-1}+J_k} \hat{w}_k^{(i)} \tag{56}$$

と計算し，その個数の粒子を

$$\mathbf{x}_k^{(i)} \sim \begin{cases} \tilde{\mathbf{x}}_k^{(1)} & \text{with prob.} \quad \hat{\alpha}_k^{(1)} \\ \tilde{\mathbf{x}}_k^{(2)} & \text{with prob.} \quad \hat{\alpha}_k^{(2)} \\ \vdots & \qquad\qquad\quad \vdots \\ \tilde{\mathbf{x}}_k^{(L_{k-1}+J_k)} & \text{with prob.} \quad \hat{\alpha}_k^{(L_{k-1}+J_k)} \end{cases}, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L_k \tag{57}$$

と生成する．ここで，各粒子の生成確率は次の通りである

$$\hat{\alpha}_k^{(i)} = \frac{\hat{w}_k^{(i)}}{\sum_{j=1}^{L_{k-1}+J_k} \hat{w}_k^{(j)}}, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L_{k-1}+J_k. \tag{58}$$

その後，全ての粒子の重みの値を

$$w_k^{(i)} := 1/\rho, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L_k \tag{59}$$

と設定する．

5.2 追跡対象の識別方法

逐次モンテカルロ法による PHD フィルタの近似的実装では，各粒子が複数追跡対象のどれに対応するのかを識別する方法は提供していない．これは，単一の追跡対象の空間 E_S において粒子を操作しているためである．PHD は追跡対象の近傍で峰を持つ多峰の関数となるのが一般的であり，その各峰に粒子が集中するようになる．よって，どの峰にどの粒子が属しているのかを識別すれば，複数の追跡対象を識別することが可能となる．これを逐次推定の枠組みで実現するために，重み付き粒子の集合にて，各粒子に整数値をとるラベル変数 $l_k^{(i)}$ を

$$\left\{ \left(\mathbf{x}_k^{(i)}, l_k^{(i)}, w_k^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{L_k} \tag{60}$$

と追加する．ラベル変数を適切に扱うことで，追跡対象を識別しながら，状態推定を進めることができる．その方法を以下に説明する．

式 (48) で生成した粒子に対しては，

$$l_k^{(i)} = l_{k-1}^{(i)}, \qquad \text{for } i = 1, 2, \cdots, L_{k-1} \tag{61}$$

式 (51) で生成した粒子については，既存の粒子とは異なる，暫定的なラベル値を設定しておく．より具体的には，式 (51) 中のプロポーザル分布 $q_\Gamma(\cdot|\mathbf{Y}_k)$ の設計によって様々あり得るが，例えば生成の際に観測した観測値 $\mathbf{y}_{k,j}$ の番号 j に応じて，適切なラベル値を

$$l_k^{(i)} = \max_{i=1,2,\cdots,L_{k-1}} \left\{ l_k^{(i)} \right\} + j(i), \quad \text{for } i = L_{k-1}+1, L_{k-1}+2, \cdots, L_{k-1}+J_k \tag{62}$$

等と設定しておく．

式 (62) でラベル値を設定した粒子は，最も近いクラスタに対して，クラスタ中心との距離が近い場合には，その粒子を当該クラスタに所属させる．ここで，距離が近いかどうかは，ある閾値よりも小さいかどうかで判断するものとする．

二つのクラスタ中心間の距離が近く，かつ，二つのクラスタの重みの総和の合計が 1 に近い場合には，それらのクラスタを単一のクラスタに融合する．逆に，単一のクラスタの重みの総和が 1 よりかなり大きい場合には，重みの総和値が最も近い整数を新たなクラスタ数とし，元の単一クラスタをそれら複数のクラスタに分離する処理を行う．

追跡結果の表示については，クラスタ内の重み和が 1 に近い場合に，そのクラスタの代表値（平均値など）を出力するようにする．そうでない場合，すなわち，重み和が 1 よりかなり小さいクラスタについては，追跡結果としては表示しない．ここで，1 に近いかどうかは，ある閾値を定めておき，それとの大小関係に基づき決定するものとする．

6. 動画像中の複数移動物体追跡

動画像中の複数移動物体の追跡に，前節までで説明したテクニックを用いるには，大きく分けて二つのアプローチがある．1 つは，現在時刻 k の画像フレーム $\mathbf{I}_k$ の全体に対して，追跡対象の検出処理を行う方法である．もう一つは，画像フレーム $\mathbf{I}_k$ の全体を参照せずに，粒子（モンテカルロ標本）の表している部分画像のみを参照する方法である．このうち前者については，画像フレーム全体に対する検出処理の結果，画像面上での座標などの観測値

$\mathbf{Y}_k$ が得られるので，前節までで説明したテクニックをそのまま適用すれば追跡処理が完了する．それに対し，後者については様々な問題点があり，本稿ではこの後者の場合を特に扱う．問題点として最初に挙げられるのは，粒子ごとに参照する部分画像が異なるため，明示的に観測 $\mathbf{Y}_k$ を定めることが難しい点である．強いて言えば，観測は画像フレーム全体，すなわち $\mathbf{Y}_k = \mathbf{I}_k$ となるが，これでは漠然とした観測の定義となり，定式化の意味があまりない．

問題を明確化するために，まず単一の移動物体について具体的な動画像追跡の問題設定をする．その後，主題である複数の移動物体における問題点の明確化と解決方法を論じる．

6.1 単一移動物体の動画像追跡モデル

ここでは，追跡のモデルとして比較的単純なものを扱うことにする．最初に，単一の追跡対象を想定する．複数の追跡対象への拡張は，後で行う．追跡対象の色は，既知の特定色とする．また，追跡対象の移動に関する事前知識として，動きは滑らかであり，短時間でみると等速運動をしているとみなせるものとする．このような前提の下で，状態空間モデルを構築する．まず，追跡対象を画像面上の矩形領域で近似的に表すものとする．すると，状態ベクトルは

$$\mathbf{x}_k = (x_k, y_k, x_{k-1}, y_{k-1}, d_k, h_k)' \tag{63}$$

と定義でき，システムモデルは

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G}\mathbf{v}_k \tag{64}$$

と，線形の差分方程式で表される．各行列は

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 & . & . \\ 0 & 2 & 0 & -1 & . & . \\ 1 & 0 & . & . & . & . \\ 0 & 1 & . & . & . & . \\ . & . & . & . & 1 & 0 \\ . & . & . & . & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & . & . \\ 0 & 1 & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & 1 & 0 \\ . & . & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{65}$$

であり，またシステムノイズ $\mathbf{v}_k$ は

$$\mathbf{v}_k = \left(v_k^x, v_k^y, v_k^d, v_k^h\right)' \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{Q}), \qquad \mathbf{Q} = \mathrm{diag}\left(\tau_x^2, \tau_y^2, \tau_d^2, \tau_h^2\right) \tag{66}$$

と，ガウス分布に従うと仮定する．次に，観測モデル，すなわち尤度を記述しよう．前述した通り，粒子ごとに観測が異なる状況であるので，粒子が参照する部分画像を $\mathrm{ROI}(\mathbf{I}_k, \tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)})$ と表すことにすると，観測モデルは

$$h(\mathrm{ROI}(\mathbf{I}_k, \tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)})|\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}) \tag{67}$$

と書ける．

観測モデルでの尤度計算は，次のようにする．まず，部分画像としては，粒子が表す矩形領域（式 (63) の x_k,y_k,d_k,h_k で定まる）とその近傍から成る矩形領域，すなわち，粒子が表す矩形領域より少し大きな矩形領域とする．尤度値の具体的な計算手順は，次の通りである．粒子が表す矩形領域中の特定色ピクセルの割合を p，その近傍領域中の特定ピクセルの割合を q と表すとき，i 番目の粒子の尤度を

$$h(\mathrm{ROI}(\mathbf{I}_k, \tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)})|\tilde{\mathbf{x}}_k^{(i)}) = p^{(i)} \times (1 - q^{(i)}) \tag{68}$$

と定義する．以上で定めたシステムモデルおよび観測モデルを式 (1) および式 (2) として用い，式 (14), (15), (16) のパーティクルフィルタのアルゴリズムを適用すれば，単一の追跡対象に対して，動画像中の物体追跡が実行される．ただし，式 (13) の初期分布 $p_0(\mathbf{x})$ は，位置については画面上の一様分布とし，速度については 0 を中心とする正規分布で，その分散は適当に定めるものとする．追跡対象を見失ったと判断される場合には，式 (13) の初期分布に戻って，処理を続行するようにする．

6.2 複数移動物体の動画像追跡モデルと問題点

複数の追跡対象を扱うには，単に上述の方法を適用してもある程度は動作するが，尤度の異なる物体の間で粒子の重みに有意な差が生じる為，全ての物体をきちんと追跡できる訳ではない．この問題を解決する工夫として，混合分布で状態推定の分布を表しコンポーネントごとに粒子を相応数確保する方法[16) や，追跡対象を近似的に独立とみなして定式化する方法[17) などが提案されている．本稿では，前節までで述べた方法に基づき，複数の追跡対象におけるこの問題点を解決する方法を論じる．

複数の追跡対象への拡張として PHD フィルタの逐次モンテカルロ法による近似的実装では，前節で定式化した単一の追跡対象のモデルを，式 (33) および式 (40) として用いる．式 (36) の，新規に出現するターゲットの確率分布 $p_\Gamma(\mathbf{x})$ としては，初期分布 $p_0(\mathbf{x})$ と同じものを用いることにする．式 (35) 中の，新規出現の平均個数 μ_Γ は，シーンに応じて適切な値を定めるものとする．また，前時刻からの残存確率 p_S についても，シーンに応じて適切な値を定めるものとする．

上記にて，式 (28) または式 (30) のシステムモデルについては定まった．しかし，式 (29) または式 (37) の観測モデルについては，大幅な変更が必要となる．その理由は，元々のア

ルゴリズムは，座標検出が先に行われて，複数の座標の観測値が得られている状況を想定しているが，前節で定式化した枠組みでは，式 (67) 式 (68) のように，粒子から定まる部分画像を参照して尤度を求める手順になっているためである．そこで著者ら[18] は，偽の検出を式 (41) のように個別的には定式化せず，観測誤差の分布の一部として表すものとした．すると，PHD フィルタおよびその逐次モンテカルロ実装の尤度である式 (46) および式 (54) は，式 (67) の尤度となる．検出確率 p_D をシーンに応じて適切な値を定めるものとする．以上でアルゴリズムは全て明確になり，実行が可能となる．

しかしこのアルゴリズムを実行すると，複数の追跡対象のうち，尤度の相対的に低い対象の追跡に問題が生じる．時間の推移とともに，当該対象を追跡する粒子の数が減ってしまうのである．式 (36) の新規生成を与えているので，不足した粒子が随時補われて，この問題点は多少は緩和されるが，本質的には問題を残しているのは事実である．これを解決する方法として，追跡対象ごとに粒子の尤度値を比べ，尤度を調整する方法[18] を提案した．追跡対象内での対数尤度の最大値を，追跡対象間で比較し，最大値が同じになるよう差の分を加減して調整するものである．

7. おわりに

動画像中の複数の追跡対象を同時に追跡する方法として，シーン中の対象個数の変化や，観測過程の不確実性を考慮し，ランダム有限集合でこれらを記述した状態空間モデルに基づき，１次のモーメントである PHD で近似的にフィルタリングを行う PHD フィルタの逐次モンテカルロ法による実装を用いた．複数対象を識別する工夫と，粒子が示す画像の一部分を参照するタイプのアルゴリズムにおける諸問題とそれらの解決方法を示した．本稿では複数対象物の追跡を行う一つの方法を紹介したが，より実際的な画像への適用には，高い検出・認識性能を持つ画像処理技術が必要であり，それらとの融合により，高性能な複数対象物追跡が実現できるものと期待している．

謝辞　本研究は統計数理研究所共同研究プログラム（21-共研-2020）による．

参 考 文 献

1) 生駒 哲一，『逐次モンテカルロ法とパーティクルフィルタ』，21 世紀の統計科学 III「数理・計算の統計科学」，第 11 章，東京大学出版会，pp.305–338, 2008.
2) 上田 隆一 (訳)，S.Thrun, W.Burgard, D.Fox (著), 確率ロボティクス，毎日コミュニケーションズ，2007.
3) 松本 隆，宮野尚哉，生駒 哲一,『複雑系の学習と予測』，複雑系の構造と予測，第 5 章，早稲田大学複雑系高等学術研究所 編，共立出版，pp.151–202, 2006.
4) 樋口 知之，粒子フィルタ，電子情報通信学会誌，Vol.88, No.12, pp.989–994, 2005.
5) A.Doucet, N.de Freitas, and N.J.Gordon (eds), *"Sequential Monte Carlo Methods in Practice"*, New York, Springer, 2001.
6) J.S.Liu, *"Monte Carlo Strategies in Scientific Computing"*, Springer-Verlag, New York, 2001.
7) P. Del Moral, *"Feynman-Kac Formulae, Genealogical and Interacting Particle Systems With Applications"*, Springer-Verlag, 2004.
8) G.Kitagawa, "Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models", *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 5(1), pp.1–25, 1996.
9) N.J.Gordon, D.J.Salmond, and A.F.M.Smith, "Novel approach to nonlinear / non-Gaussian Bayesian State Estimation", *IEE Proceedings-F*, 140(2), pp.107–113, 1993.
10) M.Isard and A.Blake, "CONDENSATION – Conditional Density Propagation for Visual Tracking", *International Journal of Computer Vision*, 29(1), pp.5–28, 1998.
11) I.R.Goodman, R.Mahler and H.T.Nguyen, *"Mathematics of data fusion"*, Kluwer Academic Publishers, pp.131–217, 1997.
12) R.Mahler, "A theoretical foundation for the Stein-Winter Probability Hypothesis Density (PHD) multitarget tracking approach", *Proc.2002 Military Sensing Symposia, National Symposium on Sensor and DataFusion*, 1, 2002.
13) Ba-Ngu Vo, S. Singh and A. Doucet, "Sequential Monte Carlo methods for Multi-target Filtering with Random Finite Sets", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 41(4), pp.1224–1245, 2005.
14) The Random Set Filtering Website, `http://randomsets.ee.unimelb.edu.au/index.html`
15) N.Ikoma, R.Yamaguchi, H.Kawano, and H.Maeda, "Tracking of Multiple Moving Objects in Dynamic Image of Omni-directional Camera Using PHD Filter", *Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, Vol.12 No.1, pp.16–25, 2008.
16) J.Vermaak, A.Doucet, and P.Perez, "Maintaining Multi-Modality through Mixture Tracking", *Proc. of 9th IEEE International Conference on Computer Vision*, vol.2, pp.1110-1116, 2003.
17) O.Lanz, "Approximate Bayesian Multibody Tracking", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.28, No.9, pp.1436-1449, 2006.
18) N.Ikoma, "Likelihood adjustment among multiple targets for particle dependent tracking in particle filters", *IEEE Workshop on Statistical Signal Processing 2009*, Cardiff, UK, Aug.31-Sep.3, pp.477–480, 2009.