

解説



投影からの再生(CT)[†]

山本 真司^{††}

1. はじめに

三次元物体の内部構造を精密に知るために、ある軸に直行する二次元断面を何枚も計測する必要性が、医学、天文学等でしばしば発生するが、直接計測が不可能な場合に、その断面内における各方向からの投影波形をもとに計算機による像再生を行う手法がある。

X線装置とコンピュータを使って精密な体内断層像を再生するコンピュータ横断層装置(以下CT, Computed Tomographyと略称)がその成功した代表例であり、医学領域で大きな発展をとげている。この装置は医学診断にとって重要な体内の像をコントラスト分解能のよい断層像として再生できるため、脳腫瘍とか脳出血像など、従来の医学機器では観察不可能であったものが見えるようになってきた。このため、かなり高価な機械であるにもかかわらず急速に普及している。

CTが実用化されたのは最近であるが、その再生テクニックの歴史は割合に古い。すなわち、1917年にオーストリアの数学者Radonが発表した論文が始まりと言われており¹⁾、この論文の中で彼は、2次元あるいは3次元の物体は、その投影図の無限集合を使って一意的に再生できることを証明している。実用的な技術の開発という点では、1956年に米国のBracewellが電波天文学の分野で初めての試みを行っており²⁾、その後、電子顕微鏡学者が微細な生物の観察を行うためにいくつかの応用を試みている。

一方、医学領域では、投影図からの再生とは別の方法で3次元構造を決定する、いわゆる断層撮影法の研究が古くから行われてきた。特に1947年にわが国の高橋が開発した回転横断撮影法³⁾、人体の横断断面図を再現する点で現在のCTに近い画像を再生している。その後1961年にOldendorf(米国)が⁴⁾、1963

年にはKuhl(米国)⁵⁾らが現在のCTの原型ともいべき研究を行っている。特にKuhlの研究はペンシルバニア大学においてその後も継続して行われ、X線スキャナの構造など今日のCTハードウェアの原型が完成されるに至った。ただ惜しいことに彼は像再生法として総和法(Summation Method)に止まったため鮮明な画像を得るには至らなかった。

臨床的に使用可能な機械の試作は、1968年に英国EMI社中央研究所のHounsfieldによって初めて行われた⁶⁾。この装置によって脳腫瘍など脳の局在性病変が明瞭に検出されるなど劇的な診断情報が得られることが判明したため、EMI社は1973年に商品化し、世の注目を浴びた。

その後猛烈な研究開発競争、新製品の開発競争が行われた結果、初期のCTでは1枚の画像計測時間が4~5分であったものが、最近では1秒内外のものまで現われるに至った。この間に日本国内だけでも400台近くのCTが普及し、研究開発、新製品開発の両面にわたり、そろそろ安定成長期に入ってきた。

X線CTとしての次の大きな課題は、心臓の動きを止めて観察することができ、しかもできれば三次元像を一括に取得できる、いわゆる超高速CT(情報取得時間が50~20ms/枚程度)の開発にある。一方このCT技術を他の粒子線へも応用しようとする動きが急速に高まっている。今年1月に米国で行われたCTシンポジウムにおいても、話題の中心は放射性同位元素(RI)やポジトロンを使ったCT、核磁気共鳴現象(NMR)を使ったCT、超音波CTなど、X線CT以外の分野に移った感が濃厚であった。

そこで本稿では、X線CTにベースを置きながらも、他のCTへの応用性もある画像再構成アルゴリズムに主体を置いて解説を試みることにした。なお個々のCTに対してはすでにいくつかの好解説記事が出ており、X線CTについては例えば文献7)~11)、RIやポジトロンCTについては12)~14)、NMR-CTについては12)、13)、15)、超音波-CTについては12)、13)、16)などを参考にされることをお勧めする。

[†] Reconstruction from Projection (CT) by Shinji YAMA-MOTO (Central Research Laboratory, Hitachi Ltd. 4th Department).

^{††} (株)日立製作所中央研究所第4部

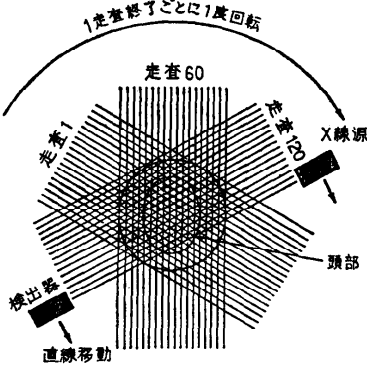


図-1 コンピュータトモグラフィ (CT) の原理

2. X線CTの原理

図-1にCTの走査機構の原理を示す。図のようにX線管から放出されるコリメートされたビームが患者の横断面を透過し、対向して配置されている検出器(たとえばNaI結晶とフォトマルの組合せ)によって計測される。このX線管と検出器から成るスキャナは同期して並進運動(走査)を行うので、患者断面のX線による投影波形が得られることになる。

1回の並進運動が終わるごとにスキャナの向きを $\Delta\theta$ (たとえば $\Delta\theta=1^\circ$)回転させ、同様の投影波形を抽出し、これを繰り返すことにより N 方向(たとえば $N=180$)からの投影波形を抽出する。このようにして得られた情報は横断面以外の3次元的な余分な情報を含んでいないため、計算機による像再生の手法さえ良ければ従来のX線断層法より良い画像が得られる可能性を秘めていることになる。

なお、実際のCT装置のハードウェア構成例を図-2に示す。図-1の方法で得られた投影波形はlog変換およびA/D変換されて計算機に転送され、ここで像

再生処理が行われる。計算機としてはミニコンピュータを使うのが一般的であるが、最近では演算処理のスピードアップを図る必要上、特定の演算系、たとえばコンポリューション演算とか座標計算系は専用のハードウェアで組んでしまう傾向にある。得られた再生像はD/A変換器を経てカラーおよび白黒のCTモニタに表示される。

CTの最大の特長は、再生アルゴリズムにより計算された各画素の濃度分解能が非常に良いことである。人体におけるX線の吸収率は、水を0、空気を-500とすると、骨はほぼ+500に達する。一方、CTによって得ようとする主たる情報は組織とか脂肪の微細構造であり、その差5~10のオーダーを問題にする。このような事情から濃度段階として-500~+500の約10ビット、または-1000~+1000の約11ビットを有するCTが普通になっている。

一方、CRTで表示可能な濃度レベルは16~32段階程度であるから、再生された画像をそのまま表示することはできない。そこで表示濃度の範囲(ウィンドウ幅)とその中央濃度値(ウィンドウレベル)をマン・マシンインタラクティブに任意に選べるようにし、診断上最も望ましい条件下で観察できるようにしている。たとえば人体の全体構造をマクロに捉えるときにはウィンドウ幅を広げて、濃度方向の粗いサンプリングを行った映像で観察し、また組織の微細構造を観察しようとするときには、その組織の濃度レベル周辺でウィンドウ幅を狭く設定して観察すればよい。再生像の一例を図-3に示す。なお画像のマトリクスサイズは 160×160 、 256×256 、 320×320 、 512×512 などが用いられる。

CTで一つ大きな問題は、投影データを収集中に被験体が動くと再生像上に著しいアーチファクト(偽像)が生じることである。したがって呼吸運動、臓器の動

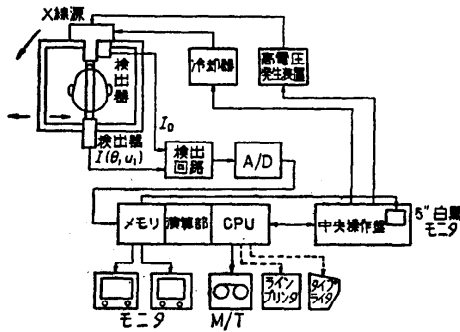


図-2 CT装置の全体構成例

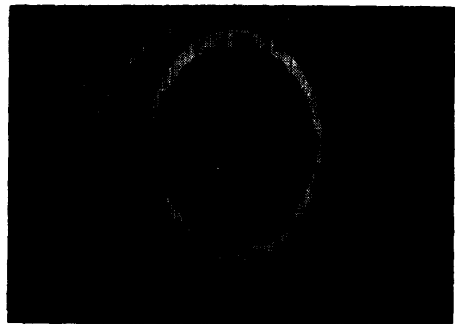


図-3 CT再生像の一例 転移性脳腫瘍

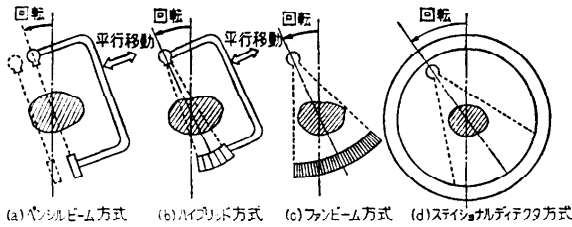


図-4 各種スキャン方式の比較

きなどの影響を受ける部位を観測する場合にはデータ取得時間の短縮をはからなければならない。図-4はその走査方式の進歩を示したものである。図の(a)はすでに図-1で示したものであり、単一線源と単一検出器によるペンシルビームで平行移動と回転を行うタイプであり、スキャン時間は4分前後を要する。頭部のように動きの少ない個所の観測用としてはこれで十分役に立った(通称第1世代CT)。同図(b)は狭い角度のファンビームを用い、数十個の検出器で同時にデータをとるものである。やはり平行移動と回転運動の組み合わせであるが、回転角のきざみを検出器の個数分だけ粗くすることができるので、スキャン時間を20秒前後まで短縮できる(第2世代CT)。(c)は広いファンビームと200~500個の円弧上に配置された検出器群により、同時に一投影データを取得する方式であり、この結果、平行移動操作が省略されて1回の回転運動のみで全データを取得できる。この方式により最高3秒前後のCTを実現している(第3世代)。(d)は多数(600~1000個)の検出器を全周に固定配置し、X線源のみを回転させる方式であり、最高1秒前後のCTを実現している(第4世代)。

以上はすでに商品が出ているが、さらに開発中の第5世代CTと呼ばれるものでは、X線源を多数配置し、検出器も2次元検出器(イメージンテンシファイアなど)を多数配置し、機械的運動を省略する方式が提案されている。この方式ではスキャン速度が50ms前後と早く、心臓の動きも止めて観測できると考えられている。

それでは、いままでにどのような像再生アルゴリズムが考えられ、どのような特性を持っているか以下で順に触れよう(説明の便宜上第1世代形で述べる)。

3. 2次元フーリエ変換法

2次元画像とその投影波形は、周波数空間を介させると興味ある定理で結ばれている。すなわち、図-5で(イ)、(ロ)、(ハ)などの投影波形に対して1次元フー

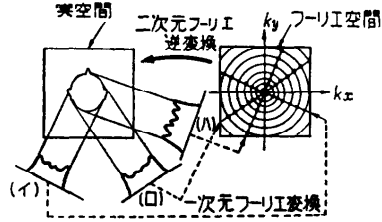


図-5 二次元フーリエ変換法の原理

ーリエ変換を実行し、その周波数スペクトルを求めてみる。一方、原画像をそのまま2次元フーリエ変換して得た2次元周波数スペクトラム上で、原点を通り投影波形の投影方向に対応した直線上の数値を調べてみると、これがいま求めた1次元投影波形のスペクトラムと一致することがわかる。以下やや数式処理が入るが、この点を明確にしておこう。

再生すべき二次元画像を $f(x, y)$ 、その二次元フーリエ変換を $F(k_x, k_y)$ とすると、周知のように

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(k_x, k_y) \exp[2\pi i(k_x \cdot x + k_y \cdot y)] dk_x dk_y \quad (1)$$

の関係がある。また逆に $F(k_x, k_y)$ は

$$F(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp[-2\pi i(k_x x + k_y y)] dx dy \quad (2)$$

である。

一方図-6に示すように画像 $f(x, y)$ の θ 方向への投影を考え、投影軸の原点からの距離を r 、投影像を $p(r, \theta)$ で表わすと、

$$p(r, \theta) = \int_{r, \theta} f(x, y) ds = \int_{-\infty}^{\infty} f(r, s) ds \quad (3)$$

である。ここに ds は投影方向 s 、すなわち投影軸に直交する軸、の線素である。

上式の r 軸に関するフーリエ変換を $P(k_r, \theta)$ とすると

$$P(k_r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(r, \theta) \exp(-2\pi i k_r r) dr \quad (4)$$

である。

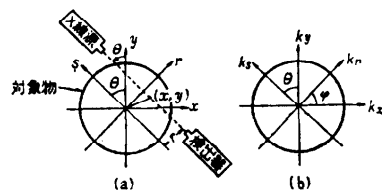


図-6 座標系の定義

上式と式(1)の関係を見るため、式(2)の (x, y) 座標系を (r, s) 座標系に回転させた式を作ると

$$F(k_r, k_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r f(r, s) \cdot \exp[-2\pi i(k_r \cdot r + k_s \cdot s)] dr ds \quad (5)$$

このフーリエ級数のうち $k_s=0$ なる線上の値に注目すると

$$\begin{aligned} F(k_r, 0) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(r, s) \exp[-2\pi i k_r \cdot r] \cdot dr ds \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(r, s) ds \right] \exp(-2\pi i k_r \cdot r) dr \end{aligned} \quad (6)$$

この式に式(3)を代入し、式(4)と比較すると

$$\begin{aligned} F(k_r, 0) &= \int_{-\infty}^{\infty} p(r, \theta) \exp(-2\pi i k_r \cdot r) dr \\ &= P(k_r, \theta) \end{aligned} \quad (7)$$

が得られる。この最後の式が上記の証明になっていることは明らかである。

したがって測定された投影波形を次々にフーリエ変換し、投影方向に対応した角度でフーリエ空間上に配列して行くことにより、原画像の2次元フーリエ変換が極座標表示で得られることになる。そこでこれを2次元フーリエ逆変換すれば原画像が再生されることになる。

なお、実際にはここで極座標表示を直角座標表示に変換する必要があり、このときに補間操作が必要になる。

以上の像再生アルゴリズムをまとめると下記の通りである。

- (1) $\Delta\theta$ 大きさ (例: $\theta\Delta=1^\circ$) に λ 方向 (例: 180 または 360 方向) から投影波形 $p(r, \theta)$ を求める。

$$\theta = n_\lambda \cdot \Delta\theta \quad (n_\lambda = 0, 1, 2, \dots, \lambda-1) \quad (8)$$

- (2) $p(r, \theta)$ のそれぞれについて r に関する一次元フーリエ変換 $P(k_r, \theta)$ を求め、対応する二次元周波数空間 $F(k_r, k_\theta)$ 内に埋め込む。

- (3) 得られた $F(k_r, k_\theta)$ に適当な補間演算を施して直交座標系の空間周波数 $F(k_x, k_y)$ を求める。

- (4) 式(1)のフーリエ変換をFFTにより算出して原画像 $f(x, y)$ を再生する。

この二次元フーリエ変換法は、後に述べる逆投影法に比べて実用上のメリットが少ないため、実用機に使われた例は少ない。

4. 逆投影法

次に前述の式(1)をフーリエ空間上で極座標 (k_r, φ) の形式に書き換えてみる。すなわち、

$$k_x = k_r \cos \varphi, \quad k_y = k_r \sin \varphi \quad (9)$$

とすると

$$dk_x dk_y = k_r dk_r \cdot d\varphi \quad (10)$$

となる。これらの関係を式(1)に代入すると

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty F(k_x, k_y) \cdot \exp[2\pi i k_r (x \cos \theta + y \sin \theta)] k_r dk_r d\varphi \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\infty F(k_r, k_\theta) \exp[2\pi i k_r \cdot (x \cos \theta + y \sin \theta)] |k_r| dk_r d\varphi \end{aligned} \quad (11)$$

となる。

上述の $F(k_x, k_y)$ は、 k_r 軸方向の積分を行う意味で式(7)から $P(k_r, \theta)$ と等しいから

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} P(k_r, \theta) |k_r| \cdot \exp[2\pi i k_r \cdot (x \cos \theta + y \sin \theta)] dk_r \end{aligned} \quad (12)$$

となる。上式は角度方向に対しては単なる積分(離散的な形式で書いた場合は総和)の形をとり、 k_r 軸に関しては $P(k_r, \theta)$ と $|k_r|$ との積に対するフーリエ逆変換の形になっている。このことから次のような再生アルゴリズムが実現する。

- (1) n 方向からの投影波形 $p(r, \theta)$ のそれぞれについて一次元フーリエ変換 $P(k_r, \theta)$ を求める。
(2) $P(k_r, \theta)$ と $|k_r|$ の積を求めてこれをフーリエ逆変換し、 $f'(x, y)$ を求める。ただし、

$$\begin{aligned} f'(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} P(k_r, \theta) |k_r| \cdot \exp[2\pi i k_r \cdot (x \cos \theta + y \sin \theta)] dk_r \end{aligned} \quad (13)$$

- (3) 一つの離散的座標点 (x, y) を通る $f'(x, y)$ 値を周囲からの補間により求めた後、この角度方向に対する総和を求める。以上の操作をすべての (x, y) 格子点について実行することにより原画像 $f(x, y)$ を再生する。

この方法はフーリエフィルタ形の逆投影法とよばれる。

次に式(13)において、 $|k_r|$ のフーリエ変換を

$$\begin{aligned} q(r) &= \int_{-k_m}^{k_m} |k_r| \exp(2\pi i k_r r) dk_r \quad (14) \\ k_m &= 1/2a \end{aligned}$$

と定義しよう。

周知のようにフーリエ空間における積は、実空間上

ではコンポリューションの形に表現されるから、式(13)における $P(k_r, \theta)$ と $|k_r|$ の積は $p(r, \theta)$ および式(14)の $q(r)$ を用いて

$$f'(x, y) = \int p(r, \theta) q(r) dr \quad (15)$$

となる。すなわち、フーリエ変換をやめて実空間上で一切の像再生処理が下記のように実行できる。

(1) 投影波形 $p(r, \theta)$ に対し、重み関数 $q(r)$ とのコンポリューション演算を行い、式(15)を求める。

(2) 以下はフーリエ形逆投影法の(3)と同じ。

この方法を普通、コンポリューションフィルタ形の逆投影法、あるいは略してコンポリューション法とよんでおり、実用化されたCTの大部分はこの方式を採用している。

そこで式(14)を解くと、

$$q(r) = \frac{k_m}{\pi r} \sin(2\pi k_m r) - \frac{\sin^2(\pi k_m r)}{\pi^2 r^2} \quad (16)$$

となる。実際の処理では r は $r = ma$ (a : サンプル間隔) なる離散的な値しかとらないが、その場合下記のような簡単な形となる¹⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} m=0 \text{ のとき } q(ma) &= \frac{1}{2a^2} \\ m=\text{奇数のとき } q(ma) &= \frac{-1}{\pi^2 m^2 a^2} \\ m=\text{偶数のとき } q(ma) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

なお、この重み $|k_r|$ は高周波成分を直線的に増強する形になっているが、高周波成分を急に打ち切っているため、像再生に多少リングングを伴う性質がある。そこで高周波をなだらかに下降させてリングングを防ぐ方法が各種考えられている。一例として Shepp-Logan の重み¹⁸⁾、Chesler の重み¹⁹⁾を示す。

$$\phi_1(k_r) = \frac{2}{a} \sin \pi k_r a \text{ (Shepp-Logan)} \quad (18)$$

$$\phi_2(k_r) = |k_r| = \left\{ 1 + \cos \left(\frac{\pi k_r}{k_m} \right) \right\} \text{ (Chesler)} \quad (19)$$

この重み関数に関しては、実際には観測系の点応答関数や観測系および被写体の持つ雑音成分との関係で

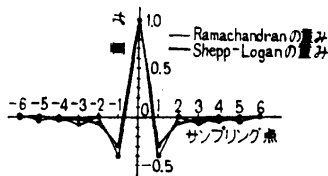


図-7 コンポリューション法における重み関数の例

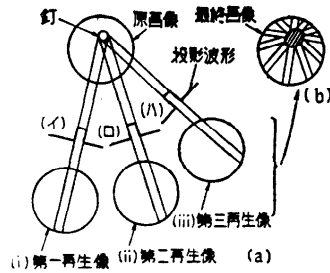


図-8 単純逆投影法の原理

総合的な扱いをし、系全体として最適化を図ることが良質の画像を再生するうえで重要である。なお図-7に式(17)の重み (Ramchandran の重み) および式(18)の実空間へ変換した重みを示す。

次に逆投影法において、周波数空間上で $1/|k_r|$ なるぼかし処理を追加した場合を考えてみる。この場合式(13)より

$$f'(x, y) = p(r, \theta)$$

となるから、投影波形そのものを用いて角度方向の総和を求めることにより原画像がいきなり再生できる。言い換えれば図-8のように各投影の強度に比例した量を投影の方向に沿ってもとの画像にもどし、すべての方向についてこの和をとればよい。この方法を単純逆投影法とよぶ。この方法は古くからX線トモグラフィ法として用いられた方法であるが²⁰⁾、上述のように周波数軸上で $1/|k_r|$ のぼかし処理を行ったことに対して前述したフーリエフィルタ形あるいはコンポリューション形の逆投影法はこの欠点を事前に補正 (コンポリューション演算により) したうえで逆投影を行ったものと考えられることができる。

一方上述の単純逆投影を行って得られた再生像に2次元的なデコンポリューション処理を行って $|k_r|$ のぼけを回復する方法が考えられる。この方法は前述の1次元コンポリューション法 (1次元コンポリューションを行ってから逆投影を行う方法) と対比させて2次元コンポリューション法と呼ばれている。この方法は実用的には演算時間が長くなるため利用されていないが、解像力や誤差、ノイズなどに対する量的把握がしやすいアルゴリズムであるため将来見直される可能性も残っている²⁰⁾。

5. 逐次近似法

前項までの解析的な像再生法に対して、代数的に像再生を行う方法がある。すなわち再生しようとする画

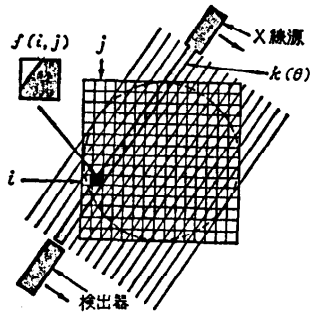


図-9 逐次近似法の原理

像を $N \times N$ の画素からなるマトリックスに分割して考えると、 N^2 個の未知数を代数的に解いてやればよい。

いま投影波形 $p(r, \theta)$ を図-9 のような $N \times N$ マトリックスの離散系で書き直すと、式(3)の代わりに下記が得られる。

$$p_{k(\theta)} = \sum_{i,j=k(\theta)} \nu_{i,j,k} \cdot f(i, j) \quad (20)$$

ここに $\nu_{i,j,k}$ は第 k 番目の投影値 $p_{k(\theta)}$ に対する各 $f(i, j)$ 値の寄与率を示し、第 $k(\theta)$ 投影線が各画素の中心を通るのか周辺を通るのかにより変わってくる。なお $\nu_{i,j,k}$ の個々の値は投影線上に無い箇所ではすべて 0 である。

式(20)は M 個のビームのそれぞれについて成立するため、 M 個の一次連立方程式が得られることになる。原理的には $M \geq N^2$ であればこの連立方程式の解として各画素の値が決定できる。しかしそのためには例えば $N=128$ としても $128^2 \times 128^2 \approx 2.7 \times 10^8$ のマトリックスについて逆マトリックスを求める計算が必要である。このようなばく大な計算は実用的でないので以下に述べる逐次近似法が用いられる。

逐次近似法とは、実測値と暫定的な計算値との差異を求めてその差を 0 に近づけるように暫定計算値を修正する作業を繰り返す方法である。

まず各画素に適当な初期値 (例えば全面にわたり一定のグレー値) を入れる。そして式(20)の $p_{k(\theta)}$ に対応する演算を計算機内で実行し、実測値 $p_{k(\theta)}$ と比較する。両者に差があればその都度画素 (i, j) の値 $f(i, j)$ を修正する。この作業をすべてのビーム、すべての投影角度に対して順次実行し、第 1 回目の逐次近似が終了する。このプロセスを望む精度が得られるまで何回も繰り返すことにより画像再生を実現する。

式で書けば、第 l 回目の近似値を $f^l(i, j)$ 、 l 回目

に $k(\theta)$ ビームによって画素 (i, j) が受ける修正量を

$$\Delta f_{k(\theta)}^l(i, j) \text{ とすると} \\ f^l(i, j) = f^{l-1}(i, j) + \sum_{(i,j) \in k(\theta)} \Delta f_{k(\theta)}^l(i, j) \quad (21)$$

である。

逐次近似法は数学的には収束が保証されていないこと、実用的には走査線の密度や投影の方向数が増えるにつれて、正しい画像に収束するのに多大の時間を必要とすること、そのうえ再生された画像をコンポリューション法と比較するとやや見劣りすることなどが多くの研究者から指摘されており、最近ではあまり利用されなくなっている。

6. 3次元像再生へのアプローチ^{12), 21)~23)}

X線 CT, RI-CT を問わず、最近の一つの流れは 3 次元断層像をいかに取得するかに向けられている。最も簡単な方法は、前章までの方法を用いて多数の 2 次元断層像をある軸に沿ってスライス状に再生することである。この方法は現実的な方法であり、特に像再生処理上の困難は無い。別の考え方としては検出器を 2 次元配置し、2 次元的な投影データを一晩に取得することにより、いきなり 3 次元断層像を作り出す方法である。超高速 X 線 CT のように動きのある臓器を対象として高速データ取得をしたい場合とか、ポジトロン CT のようにエミッターが体内から体外に向けて 4π 方向に均一放射されるものではむしろこの方法が望ましい。

以下後者のアプローチに関する最近の動向について触れる。

まず理想的な場合として、図-10 のように球面を包み込むあらゆる方向 (4π) から 2 次元検出器へ向っての投影データが計測可能な場合を考える。この場合は先に述べた 2 次元断層像再生法の 3 次元への自然な拡張が可能である。

逆投影法で述べたように 2 次元断層像再生においては表-1 の第 1 列で示した二つの考え方ができた。(a)

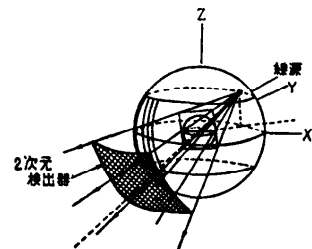


図-10 理想的 3 次元断層再生の原理

表-1 2次元および3次元断層像の再生アルゴリズム

2次元像再生		3次元像再生	
㉑	(1次元 Conv.) +(2次元 B.P.)	㉒	(2次元 Conv.) +(3次元 B.P.)
㉓	(2次元 B.P.) +(2次元 Conv.)	㉔	(3次元 B.P.) +(3次元 Conv.)

(注) Conv.→Convolution, B.P.→Back Projection の略

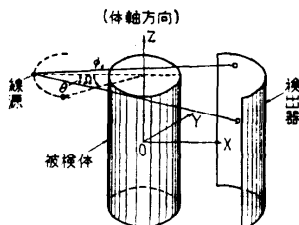


図-11 不完全3次元断層再生の原理

の方は投影波形に1次元コンボリューションを行ってから2次元の逆投影を行う方法であり、(b)の方は2次元の逆投影を行った後に2次元のデコンボリューションを行う方法である。これらの方法は表の右に示したようにそれぞれ次元を1次元あげることにより3次元像再生に拡張することができる。

なお表-1の(a)および(b)の場合の重み関数はそれぞれ $1/r^2$, $1/r^3$ (r : 距離) に比例するのに対し、(c)および(d)の場合はそれぞれ $1/r^3$, $1/r^4$ に比例することが知られている。

ところで人体について3次元的なあらゆる方向からの投影を求めることは現実には不可能である。すなわち図-11のように体の軸方向に対して円筒形状の範囲内でしかデータの取得ができない。したがって不完全投影データから3次元断層像を再生せざるを得ないわけであり、幾つかの便法が提案されている。果して実用上意味のある方式が開発できるかどうかは今後の研究を待たねばならない。例えば2次元断面再生用のX線CTでは逐次近似法はほとんど使われなくなったが、不完全投影からの3次元断層像再生では逐次近似法がもう一度見直されており、一つの解決案を与えることになるかもしれない。

なお3次元断層像再生では、線源から検出器へのビーム形状がファンビーム(コーンビーム)形になっている。前章までの議論はすべて平行ビームについて述べてあり、ファンビーム形に対しては再生アルゴリズムに若干の変更が必要である。この問題は何も3次元CTに固有の問題ではなく、高速度を要求される場合の2次元CTにおいても必須の問題であるので、それ

の対処法を簡単に述べる。

考え方に二つあり、第1の考え方は、あらゆる角度からのファンビーム投影波形をすべて求めたあとでデータの並べかえを行い、並進回転系の平行ビームとして像再生を行う方法である。この並べかえは厳密には成立しないため補間演算などの余分な処理が必要となり、その分だけ画質の鮮明度が落ちる。第2の方法ではファンビームに対して直接コンボリューション演算を行う方法である。そこで平行ビームとファンビーム相互の幾何学的関係を調べ、ファンビーム投影波形に直接コンボリューションを行う演算式が求められている²⁴⁾。すなわち、

$$f(r, \phi) = \int_0^{2\pi} \frac{G(\lambda', \beta)}{\{r \cos(\beta - \phi)\}^2 + \{D + r \sin(\beta - \phi)\}^2} d\beta \quad (22)$$

$$G(\lambda', \beta) = \int \cos \frac{\lambda}{D} \cdot p(\lambda, \beta) \cdot \phi(\lambda' - \lambda) d\lambda \quad (23)$$

$$\lambda' = D \cdot \tan^{-1} \left[\frac{r \cos(\beta - \phi)}{D + r \sin(\beta - \phi)} \right] \quad (24)$$

ここで、再生像 f は極座標表示、投影像 p は λ, β の関数で示している。線源を S スキャナの回転中心を O , $S\bar{O}$ と1本のビームのなす角を α とすると、 $D = S\bar{O}$, $\lambda = D\alpha$ であり、 β は $S\bar{O}$ と y 軸のなす角である。

この式では重み関数が場所の関数になっており、しかも掛算の回数が非常に多いなど、処理上困難な点が多いが、特殊ハードウェアを設計することによりこれを克服している。

7. むすび

X線CTは医学診断に革命的な変革をもたらしており、レントゲン装置の発明以来のヒットと呼び声が高い。CTを構成する個々の技術、例えば像再生のアルゴリズム、X線スキャナやコンピュータ技術などは、それぞれを医学診断というニーズにうまく焦点を合わせて技術を総合化したところに着眼の良さがあったと思われる。

このX線CTの成功に刺激されて他の粒子線、すなわち、RI(放射性同位元素)、ポジトロン、NMR(核磁気共鳴)、超音波、マイクロウェーブ、重イオン、 π 中間子、などを用いたCTの研究が盛んになっており、その成果が待たれている。なかにはNMR、超音波のように粒子(波)の性質をうまく利用して、本稿で解説したような像再生アルゴリズムとは全く異なる

原理で断層像を作る試みも行われているが、いずれにしても色々な粒子線(波)とコンピュータを使って外部から不可視な物体の内部断層像を得ようとする研究は当分の間続くものと考えられ、その成果が待たれる。

参 考 文 献

- 1) Radon, J.: On the determination of functions from their integrals along certain manifolds, *Ber. Verh. Sachs. Akad. Wiss.*, 69, pp. 262-277 (1917).
- 2) Bracewell, R. N.: Strip integration in radio astronomy, *Aust. J. Phys.*, 1, pp. 198-217 (1956).
- 3) Takahashi, S.: Rotation radiography, *Japan Society for the Promotion of Science* (1957).
- 4) Oldendorf, W. H.: Isolated flying spot detection of radiodensity discontinuities—Displaying the internal structural pattern of a complex object, *IRE Trans., BME-8*, pp. 68-72 (1961).
- 5) Kuhl, D. E. et al.: Reorganizing data from transverse section scans of the brain using digital processing, *Radiology*, 91, 11, pp. 975-983 (1968).
- 6) Hounsfield, G. N.: Computerized transverse axial scanning (Tomography), part 1. Description of system, *Brit. Journal of Radiology*, 46, 12, pp. 1016-1022 (1973).
- 7) 飯沼他: 新しい医用X線診断装置—コンピュータを用いた体軸断層撮影, *計測と制御*, 15, 2, pp. 190-199 (1976).
- 8) 山本: 計算機トモグラフィ, *テレビジョン学会誌*, 32, 3, pp. 189-196 (1978).
- 9) Brooks, R. A. et al.: Theory of image reconstruction in computed tomography, *Radiology*, 117, 12, pp. 561-572 (1975).
- 10) Mersereau, R. M. et al.: Digital reconstruction of multidimensional signals from their projections, *Proc. IEEE*, 62, 10, pp. 1319-1337 (1974).
- 11) Gordon, R. et al.: Image reconstruction from projection, *Scientific American*, 10, pp. 56-68 (1975).
- 12) 特集号, Workshop on physics and engineering in computerized tomography, *T. IEEE, NS-26*, 2, part 2 of two parts, pp. 2663-2947 (Apr. 1979).
- 13) 講演論文集, 計算トモグラフィ, 昭53電気四学会連大, pp. 1-15-26 (1978).
- 14) 田中: Emission CTの開発と現状, *Radioisotopes*, 27, 5, pp. 59-68 (1978. 5).
- 15) 遠藤他: NMR映像法上, 下, *映像情報*, pp. 157-163 (1979. 2) および pp. 237-244 (1979. 3).
- 16) Mueller, R. K. et al.: Reconstructive tomography and applications to ultrasonics, *Proc. IEEE*, 67, 4, pp. 567-587 (Apr. 1979).
- 17) Ramachandran, G. N. et al.: Three-dimensional reconstruction from radiographs and electron micrographs, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 68, 9, pp. 2236-2240 (1971).
- 18) Shepp, L. A. et al.: The Fourier reconstruction of a head section, *Proc. IEEE, NS-21*, pp. 21-43 (1974. 6).
- 19) Chesler, D. A. et al.: Ripple suppression during reconstruction in transverse tomography, *Phys. Med. Biol.*, 20, 4, pp. 632-636 (1975).
- 20) 安藤他: 変形二次元コンポリューションによるファンビーム断層像再生, *情報処理*, 19, 7, pp. 598-606 (1978. 7).
- 21) Tanaka, E.: Generalised correction functions for convolutional techniques in three-dimensional image reconstruction, *Phys. Med. Biol.*, pp. 157-161 (1979).
- 22) 田中: アイソトープの3次元イメージングと再構成, シンポジウムCTの物理技術的諸問題報告集 1978年版(日本放射線機器工業会内).
- 23) Schindwein, M.: Iterative three-dimensional Reconstruction from twin-cone beam projections, *T. IEEE, NS-25*, 5, pp. 1135-1142 (1978. 10).
- 24) Herman, G. T. et al.: Convolution reconstruction techniques for divergent beams, *Comput. Biol. Med.*, 6, pp. 259-271 (1976).

(昭和54年8月23日受付)