

多様な樹種を生成および分析するための 樹木形状表現に関する研究

赤木康宏[†] 北嶋克寛[†]

本稿では、環境省が実施する植生調査に記載される 191 種の樹木形状を統一的に扱うことを可能とする樹木形状のモデル化手法について提案する。まず、植物学の知識に基づき様々な樹種に共通な枝の形成過程を考慮することで、樹木の生成および分析に必要なパラメータを 13 種と定める。次に、パラメータの分布および相関関係を表すための階層ベイズモデルを定義し、各パラメータ間の関係を分析する。最後に、一連の手法による樹木形状の自動生成を行い、形状の評価を行う。

A Study on Parametrization and Analysis Techniques for a Huge Variety of Species of Trees.

YASUHIRO AKAGI[†] KATSUHIRO KITAJIMA[†]

In this study, we propose parametrization and analysis techniques for trees which enables to represent specific shapes dependent on species. This technique aims to represent 191 species of trees which are covered in vegetation research of ministry of the environment. In parametrization steps, we reduce the number of parameters to 13 by considering with the formation process of a plant. It is facilitate data input and analysis by reducing parameters. To analyze and generate a tree, we propose a hierarchical bayesian model for trees. Finally, we implement a series of techniques and evaluate the quality of shapes of generated trees.

1. はじめに

近年、地理情報に関する様々な調査・観測データの電子化がおこなわれており、地理情報システム (GIS) の利用高度化が進んでいる。特に、地形、建物、交通網および気候といった日常生活に有益な情報では、情報の収集および可視化技術の両面において整備が進んでおり、GIS を利用した様々なサービスが提供されている。これらの GIS を用いたサービスでは、情報を収集・分析することに加え、情報を効果的に可視化をすることが重要な課題となる。GIS 情報の可視化は専門家の分析を助けるばかりではなく、情報の意義および研究成果を広く公表する点においても有益である。本稿では、環境省が実施する植生調査により得られた森林の情報を全国規模で可視化するために、調査結果に記載される 191 種の樹木形状を効率よく表現し、自動生成するための手法を提案する。

植生調査では、実地調査および航空・衛星画像の解析等により植物の群落を約 900 の区分に分類し、各群落の形状を縮尺 1/25000 の地形図上に記載することで植生の分布図を作成している。最新の調査データでは、各植生区分は 447 種の植物および人工物の組み合わせにより構成されている。また、地図上の群落形状はポリゴンデータとして電子化されている。本稿では、植生区分内に含まれる 447 種から草と人工物を除外した樹木 191 種を対象とし、以下の手順により樹木形状の自動生成を行う。

- (1) 植物学等の知識に基づき樹木の形状生成をモデル化し、13 種のパラメータによる形状の自動生成アルゴリズムを提案する。
- (2) 実際の樹木形状を種ごとにそれぞれ複数本観測し、手作業によるパラメータ調整をおこない樹形データベースを構築する。
- (3) 樹形データベースを分析することで、各パラメータの種に固有の形状の特徴およびばらつきを確率論的モデルを用いて分析する。
- (4) 確率論的モデルから樹木パラメータを自動生成し、これに従い樹形を自動生成する。

本手法の特徴は、様々な樹種を統一的に扱うことにより、樹木データベース作成の手間を軽減し、森林可視化のためのシステムの実装を容易にできるという点にある。

2. 樹木形状の生成手法

本章では、様々な種の樹木形状を統一的に生成および分析するための、樹木のモデ

*[†] 東京農工大学
Tokyo University of Agriculture and Technology

ル化およびパラメータ表現について述べる。

2.1 植物学における樹木形態の研究

本節では、樹木の形状生成に関する植物学的な前提知識について述べる。植物の分枝は枝の先端にある頂端分裂組織の働きにより決定し、主に次の3種に分類される。

- (1) 二又分枝：先端が同様の性質をもつ2つの子セグメントに分かれる。
種子植物にはほとんど見られない原始的な形態である。
- (2) 単軸分枝：一方に親の性質が強く反映され（主軸）、他方（側軸）は劣勢となる。明確な幹が現れる針葉樹に多くみられる。
- (3) 仮軸分枝：(2)の変異形であり、側軸側が優勢になり成長が継続するもの。
ケヤキ等の先端が複数本に分かれる広葉樹がこれに該当する。

多くの研究は、これらの性質を考慮して分枝モデルを構築しており、本研究においても3種の分枝規則を表現できるモデルを用いる。

2.2 樹木形状生成に関する先行研究

CGの分野では古くから樹木形状の表現および生成に関する研究がおこなわれている。多くの研究に共通する特徴として、L-Systemに基づく分枝の表現手法がある。樹木形状を決定づける最大の要因は、枝にある頂端分裂組織が異なる方向へ分かれることにより、樹木に空間的な広がりをもつ点にある。L-Systemは植物の分枝、成長および再帰性をモデル化することに適しており、この形式に従い樹高、幹の太さおよび枝の角度などの具体的なパラメータを生成したい種の特徴に応じて設定することで、樹木形状の自動生成を可能にしている。Lintermannらの研究[1]では、植物に見られる典型的な分枝規則をモデル化し、各規則をユーザーが組み合わせることで、任意の形状をもつ植物を容易に生成できるシステムを実現した。千葉らの研究[2]では、架空の植物ホルモンとよばれる成長を制御するパラメータを組み込むことで、環境などの要因を考慮した自然な多様性をもつ樹木形状の生成を可能にした。一方、植物学の分野においても、森林の形成および個体の成長などをシミュレートする目的で、樹木のモデル化がおこなわれている。Sievanenらの研究[3]および久保らの研究[4]では、L-Systemと同様な分枝規則をもつモデルが提案されている。これらの研究では、枝の先端にある成長点における分枝や伸長などの成長を根や葉の働きにより生成される栄養素の量に応じて行うことで、樹形の形成過程を再現する。

これらの樹木形状表現に関する研究に共通するモデル化の方法を以下にまとめる。

(図 1)

- (1) 枝の発生から次の分枝までの区間を1つのセグメントとして扱う。
- (2) 分枝では子セグメント（枝）および葉を複数個生成する。
- (3) 子セグメントは再帰的に親の性質を継承する
- (4) 分枝の際には、親セグメントのもつ維持・成長等に関する成長要素を種に固有の比率で子セグメントへ配分する。

- (5) 種に固有の規則性を用いて、子セグメントの成長方向を決定する。

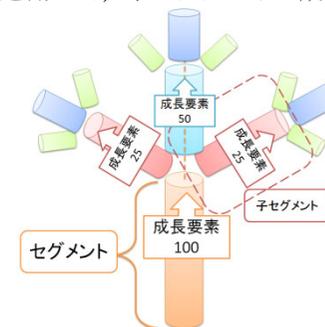


図 1 樹木形状モデル

以上のように、樹木形状を扱う際には分枝の規則性をどのように与えるかが重要である。本研究では(1)～(5)の特徴をもつモデルを基本とし、いくつかの形状制御のためのパラメータを加えることで、新たな樹木形状モデルを構築する。

2.3 樹木形状モデルの構築

本稿で提案する手法では、各セグメントに対して本節で後述する13種のパラメータを設けることで、樹木形状の自動生成および分析に関する処理を統一的に行う。パラメータの中には樹高と幹の太さの関係のように、お互いに影響を与えあう可能性があるものも含まれる。このようなパラメータ間の関係性については、事前に主観的な関係を設定せずに、第3章で述べる統計学に基づく分析により関係式を導く。また、実際の樹木を表現するためには、1本の樹木内でもセグメント毎に異なるパラメータ値を与える必要がある。本手法においては、第3章で述べる手法により複数本の樹木パラメータを分析することで、各パラメータ値の分布モデルを構築し、種に応じたばらつきをもった形状を生成する。本節では各パラメータの特徴とそれを用いた形状生成法について述べる。

2.3.1 樹木の基本情報

まず、樹木のもつ基本的な情報として観測等により容易に得られる下記の4種のパラメータを設ける。

- (P1) Height：樹高を表す。
- (P2) Radius：幹の半径を表す。
- (P3) LeafNum：セグメントの先端に生成される葉の数を表す。
- (P4) LeafSize：葉の大きさを表す。

P1~P4 の値は枝の位相情報には影響を与えず、樹木形状生成時のポリゴンサイズ等を決定する際に用いる。

2.3.2 分枝配分率および角度

子セグメントへの成長要素の配分率（分枝配分率）はパラメータの中でも特に重要であり、その角度（分枝方向）と併せて樹形の大部分を決定する。2.1で述べた3種の分枝規則に応じた分枝を表現するために、次の6種のパラメータを用いる。

- (P5) BranchNum : セグメントの先端に生成される、主軸および側軸を合計した子セグメントの総数を表す。
- (P6) MainGrowth : 主軸への成長要素配分率
- (P7) MainAngle : 主軸の親セグメントに対する傾き角度
- (P8) MainRotation : 主軸の軸方向の回転角度
- (P9) Sub Growth : 側軸への成長要素配分率
- (P10) SubAngle : 側軸の親セグメントに対する傾き角度

P6~P8 が主軸側の性質を表し、P9~P10 が側軸側の性質を表す。2.1で述べた3種の分枝を表現する典型的な場合では、配分率が次のような傾向を示す。

2 叉分枝 : $P6 = 0, P9 > 0$

単軸分枝 : $P6 > P9$

仮軸分枝 : $P6 \leq P9$

また、P8 は成長方向に対する主軸の回転量を表し、横枝を幹の周囲に円形に展開する針葉樹等を表現する際に用いる。

2.3.3 形状を整えるための情報

最後に示す3種のパラメータは、樹木の生長過程における環境の影響等により生じる特徴的な形状を表現するためのものである。本来、これらのパラメータは成長シミュレーション等を行うことで結果として得られる形状上の特徴であるが、本研究では観察によるデータ入力を簡便にするために、形状を直接操作するパラメータとしてモデル化する。以下にその詳細を述べる。

- (P11) BranchPoint : 枝全長に対する最初の分枝が起こる場所の比率を表す。
- (P12) Holizonal : 樹木では葉を付ける枝が生じる際に平面的な広がりを見せる場合がある。これを表現するために枝生成の際の水平性を表す値を設ける。
- (P13) GrowthGain : 日照等の影響により、下方の枝の成長が抑制される度合いを表現する。

以上の13種のパラメータを基に、樹木形状の生成を行う。次節では、形状生成の方

法について詳しく述べる。

2.4 樹木形状の生成

2.2節で述べた13種の樹木パラメータを用いて樹木形状の生成を行う。その手順を次に示す。

- (1) 最初のセグメント（根元）のパラメータを成長要素=100, 長さ=1, 太さ=Radius に設定する。
- (2) 成長要素が1を下回る場合はその位置に葉を表すポリゴンを生成する。
- (3) 親世代との成長要素の比率に応じて枝の長さを決定し、軸に沿った円筒面上に樹皮を表すポリゴンを生成する。
- (4) 分枝数に応じて子セグメントを生成し、1番目の子を主軸、以降を側軸として分枝配分率に応じて成長要素を分配する。
- (5) 親の断面積と子の断面積の合計が等しく、かつ子同士の断面積の比率が成長要素の比率と等しくなるように枝の太さを求める。
- (6) 角度要素および水平性により伸長方向を与える。
- (7) (2)へ戻る
- (8) 全ての末端に葉が生成された後に、最も高い位置に生成されたセグメントの位置に応じて全体をスケールリングすることで、樹高を調整する。

樹木形状の生成では、再帰的な処理により子セグメントの数と向きを決定し、その周りに枝および葉形状を表すポリゴンを生成する。

3. 統計学に基づく分析

本節では、13種のパラメータ間の相関関係を求め、種に固有の特徴と分布をもつ樹木パラメータの自動生成を行うための手法について述べる。筆者らの先行研究[5]では、一般化線形モデルにより同様の関係式を構築した。一般化線形モデルによる分析では、環境および観測者のミス等の推測が困難な外乱による影響を考慮することができないという問題がある。本研究ではこの手法を改善するために、複雑な外乱を考慮することのできるモデルである、階層ベイズモデルによる解析を行う。

3.1 階層ベイズモデル

階層ベイズモデルは植物の成長モデルの他にも、画像解析から経済学に至るまで、様々な分野で用いられる統計学的モデリング手法の1つである。この手法では、対象とするパラメータは全て何らかの確率分布に従うものとして扱い、観測を行う前にそれらの関係を主観的にモデル化し、事前分布を仮定する。そして、観測等によりデータが得られた後に、ベイズの定理を用いることで観測結果に従った事後分布が得られ

る。例えば、ある種の幹の半径が平均 θ 、標準偏差 σ の正規分布に従うものとして事前分布を仮定したとする (式 1)。

$$P(\theta, \sigma) \sim \text{Normal}(\theta, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\theta)^2}{2\sigma^2}} \quad \dots \text{式 1}$$

そして、 n 本の幹の半径のデータ (P2) が得られた後には、ベイズの定理により次の式 2を用いて事後分布を求めることができる。

$$P(\theta, \sigma | P2) = \frac{P(P2 | \theta, \sigma) P(\theta, \sigma)}{P(P2)} \quad \dots \text{式 2}$$

事後分布では、平均および標準偏差が事前分布よりも与えられた観測データに合うような値に更新される。そして、どのような事前分布であっても、十分な観測データを与えることで、事後分布が真の分布に近づくという特徴がある。

一方で、自然界の樹木では幹の太さと樹高等には相関がある可能性があるため、それぞれの樹木パラメータを独立に扱った場合、確率モデルから樹木パラメータを生成した際にパラメータ間のバランスがとれず、不自然な形状を生成してしまう。さらに、樹木パラメータ間に相関がある可能性を含むモデルを表すために、事前分布に含まれる確率分布の説明変数 (例では平均と標準偏差) が、他の樹木パラメータに応じて変化するような関係式を与えることもできる。例えば、幹の太さの平均 θ が樹高の値を表す確率分布 P_1 と相関があるということを表現するために、平均 θ をパラメータの重みを表す確率分布 W を用いて次の式 3～式 5のようなモデルを与えることができる。

$$\theta = W_0 + W_1 P_1 \quad \dots \text{式 3}$$

$$W_0 \sim \text{Normal}(\theta_{w0}, \sigma_{w0}) \quad \dots \text{式 4}$$

$$W_1 \sim \text{Normal}(\theta_{w1}, \sigma_{w1}) \quad \dots \text{式 5}$$

このモデルは、重みを表現する確率分布 W を用いて、太さの平均 θ が樹高と重み W との線形結合によって与えられていること示している。また、重み W は正規分布に従う値として定義する (式 4, 式 5)。 W_1 の分布は平均 θ に対する樹高 P_1 の影響度合いを表し、重み W_1 の説明変数、平均値 θ_{w1} および標準偏差 σ_{w1} の値によって W_1 の値、つまり樹高 P_1 の影響度が変化する。以上のように、観測により得られるパラメータの分布を表現するための説明変数 θ が階層的に別の確率分布 W およびその説明変数を用いて表されるモデルを階層ベイズモデルとよぶ。例で示した関係式は主観的に構築したものであるが、観測データに従うような未知変数 θ_{w0} 等を推定することで、無関係なパ

ラメータ間の重み W の期待値は影響を与えないほど小さくなり、関係性の強いものは大きくなるという結果を得ることができる。これにより、真の相関関係を表す階層ベイズモデルを構築することができる。このように、ベイズ統計学によるアプローチでは、得られた観測データにより主観的なモデルをより真の分布を表すモデルに近づけることで、分析を行う点に特徴がある。

階層ベイズモデルにおいて未知変数 θ_{w0} 等を推定するためには、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC 法) を用いる場合がほとんどである。パラメータ推定は、未知変数に対して仮の初期値を設定し、これをランダムに変化させた後にモデルに対する尤もらしさを評価することで、未知変数を解に近づけていく。よって、数千～数万のサンプルを生成し評価をする必要があるが、本稿ではこれを効率的に行うためのソフトウェアである OpenBUGS を用いる。OpenBUGS は統計学の分野で広く用いられている MCMC 法を行うソフトウェアである。次節では、本研究で提案する樹木モデルにおける階層ベイズモデルを示す。

3.2 樹木パラメータ群のモデル化

本節では、2.3節で述べた 13 種のパラメータ間の相関関係を表す階層ベイズモデルを示す。各パラメータは統計学で一般的に用いられる確率分布である正規分布 (Normal) およびガンマ分布 (gamma) に従うものとしてモデル化を行う。正規分布は平均値を中心とした対称形の分布であり、分枝角度および観測誤差等の分布には適当である。一方でガンマ分布は非対称であり負の値をとらないことから、樹高および成長率等の分布に適している。これらの特性を考慮して、それぞれのパラメータに関する階層ベイズモデルを定義した。

3.2.1 個体差および観測誤差

まず、主観的な観測およびパラメータ入力では避けられない要因である、個体差を式 6のようにモデル化する。これらの要因は平均 0 、分散が未知である正規分布に従うものとして扱う。

$$ID \sim \text{Normal}(0.0, \sigma_{ID}) \quad \dots \text{式 6}$$

$$\sigma_{ID} \sim \text{gamma}(10.0, 10.0) \quad \dots \text{式 7}$$

式 7は個体差の分散を表す値であり、ガンマ分布の説明変数として $\alpha = 10.0, \beta = 10.0$ を与える。このような値では、分布は広く平坦に (分散が大きく) なり、 σ_{ID} は一様分布と同様に様々な値をとる分布となる。これは無情報事前分布とよばれるものであり、モデルの定義に際して α および β に対して何らかの主観的な値を割り当てる必要がある場合に、どのような値も等しく出現する可能性のある分布を与えることで、主観を排除するための方法である。同様に観測誤差は次の式 8および式 9のようにモデル化する。

$$\text{Err} \sim \text{Normal}(0.0, \sigma_{\text{err}}) \quad \dots \text{式 8}$$

$$\sigma_{\text{err}} \sim \text{gamma}(10.0, 10.0) \quad \dots \text{式 9}$$

3.2.2 正規分布に従う樹木パラメータ

樹形の生成に用いる3種の角度パラメータ (P7,P8,P10) は正規分布に従うものとしてモデル化する. それぞれの角度量は枝先にある分裂組織の特性による影響が大きく, これに分裂時の環境に由来する様々な乱れが加わることで角度が定まるという枝生成の特徴から正規分布を用いることとした. 次の式に角度量に関する階層ベイズモデルを示す (式 10~13).

$$P_i \sim \text{Normal}(\theta_i, \sigma_i) \quad \dots \text{式 10}$$

$$\theta_i = W_{i,0} + \sum_{j=1}^{i \neq j, i \leq 10} W_{i,j} P_j + \text{ID} + \text{Err} \quad \dots \text{式 11}$$

$$W_i \sim \text{gamma}(10.0, 10.0) \quad \dots \text{式 12}$$

$$\sigma_i \sim \text{gamma}(10.0, 10.0) \quad \dots \text{式 13}$$

式は他のパラメータと重みベクトルの和によって平均値が得られることを表している. ただし, P11~P13 のパラメータは, 本手法により生成される樹木の形状を整えるために導入された主観的な情報である. よってP11~P13 は独立した値として定義し, 相関関係をもたないものとする. また, それぞれの重みベクトル W_i は分散の非常に大きなガンマ分布としてモデル化する. これは3.2.1節で述べた σ と同様に無情報事前分布として, 重みベクトルを与えるためである.

3.2.3 ガンマ分布に従うパラメータ

分枝数および成長率などの負の値をとらないパラメータは, ガンマ分布を用いてモデル化する. 3.2.2節で述べた正規分布に対する関係式と異なる点は, α_i を求める際に, 指数関数を用いる個所である. ガンマ分布の係数は α_i, β_i ともに正でなければならないという条件を満たすために, パラメータ間の相互関係を表す重みベクトルと各パラメータの線形結合が負の値をとらないような関数として指数関数を用いる. この方法はベイズ統計学に基づく手法においてガンマ分布を扱う際には典型的な解決法である.

$$P_i \sim \text{gamma}(\alpha_i, \beta_i) \quad \dots \text{式 14}$$

$$\alpha_i = \exp\left(W_{i,0} + \sum_{j=1}^{i \neq j, i \leq 10} W_{i,j} P_j + \text{ID} + \text{Err}\right) \quad \dots \text{式 15}$$

$$\beta_i \sim \text{gamma}(10.0, 10.0) \quad \dots \text{式 16}$$

3.2.4 独立した樹木パラメータ

P11~P13 のパラメータは樹形を整えるための項目であり, 入力者の主観的による影響が大きい. そこで, 観測誤差や環境要因と同様に他のパラメータに対して独立な値として扱い, 次の式 17~19のようにモデル化する.

$$P_{11} \sim \text{Normal}(\theta_{11}, \sigma_{11}) \quad \dots \text{式 17}$$

$$P_{12} \sim \text{Normal}(\theta_{12}, \sigma_{12}) \quad \dots \text{式 18}$$

$$P_{13} \sim \text{gamma}(\alpha_{13}, \beta_{13}) \quad \dots \text{式 19}$$

式 17~19の各説明変数は, ガンマ分布に従う無情報事前分布とする.

3.3 階層ベイズモデルからの樹木パラメータ生成

3.2節で述べた階層ベイズモデルから, モデルの分布に従うランダムな樹木パラメータを生成するための手法について述べる. パラメータの生成は, 観測データに基づきOpenBUGS等のツールを用いてモデルを構成する未知変数 (θ_i, W_i など)を推定した後に行う. 本モデルでは, あるパラメータを得ようとしたとき, その他のパラメータ値が必要である. そこで, パラメータの候補として適当な初期値を与え, これをもとにモデルに従うランダム値を生成することで値を更新する. これを繰り返し行うことで, 初期値が分布に従ったパラメータへと変化していく. 適当な回数反復した時点で, それを樹木パラメータとして採用する.

4. 実験及び考察

本章では, 実験により自動生成した樹木形状の評価を行う. 樹木の自動生成を行うために必要な階層ベイズモデルの推定では, 実際の樹木を観測し, 手作業により作成された樹木パラメータ群を利用した. 観測データおよび3.2節で示した階層的ベイズモデルをOpenBUGSへ与え, MCMC法を用いて重みベクトル W_i 等の説明変数の推定を行った. MCMC法では, まず初期値の影響を排除するために10000サンプルを生成した後にこれらを見捨てる. その後得られた1000サンプルを用いて推定を行った. 以下にその結果を述べる.

4.1 樹木の自動生成

5種の樹木 (A:アオモジ, B:アカエゾマツ, C:アカガシ, D:ケヤキ, E:ヤブニッケイ)を自動生成した結果を図2に示す. それぞれの樹木の枝ぶりおよび概形, 葉の粗密を見ると, 同種では同様の傾向を保ちつつ個体差が表現されており, 異なる種を比較した場合, はっきりとした違いが感じられる. この結果から, 13種のパラメータのみでも, 個体差と種の違いを同時に表現できることが確認できた. 一方, A-4 およびC-4 に示した結果では, 自動生成された樹木パラメータが標準的な値から大きく逸脱し, 自然界では見られない形状が生成されている. 本手法によるパラメータ生成は値の範囲を定めず分析結果のみに依存するので, 一定の確率でこのような形状が生成されてしまうという問題がある. 入力する観測データを増やすことで結果が安定する傾向にあるが, 階層的ベイズモデルを用いる上では制御することが難しい. 解決法としては, 生成された樹木のもつ葉の分布などを調べ, 樹木としての形態が保たれているかなどを評価する方法が考えられる.

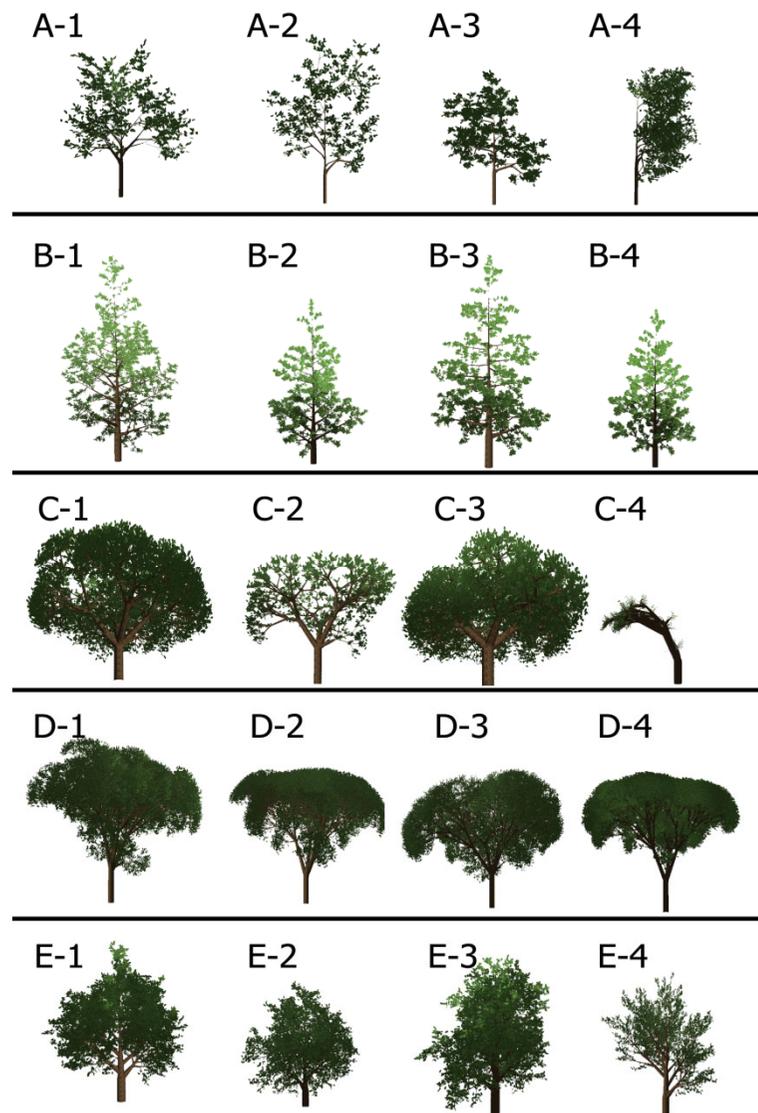


図 2 樹木の自動生成

4.2 階層的ベイズモデルに関する考察

3.2節に示したモデルでは、重みベクトル W_i に対してガンマ分布を用いた(式 12等)が、ガンマ分布は正の値のみをとる分布であり、パラメータ間の相関は正の相関のみとなる。これを負の相関まで表現しようとした場合には、正規分布を用いることが適当である。しかし、重みベクトル W_i に対して正規分布をあてはめた場合には、OpenBUGSによる解析が完了せず、本稿で得られた観測データを説明するには適当ではないモデルとなる。より柔軟なパラメータ間の相関関係を扱うためには、パラメータ毎の適性に合わせたモデルの改良などを行う必要がある。

5. おわりに

本稿では様々な樹種の形状を統一的に表現し、解析するための一連の手法を提案した。13種の樹木パラメータに基づく形状表現により、様々な形態の樹木を同一のモデルにおいて生成することを可能にした。さらに、樹木パラメータの分布および相関関係を表現する手法として階層的ベイズモデルを用いることで、パラメータの分析を行い、種に固有の特徴と多様性をもつ新たなパラメータ群の自動生成を可能にした。今後は、生成結果の樹形に対する生物学的な評価等を行うことで不自然な樹形を排除する等の、生成品質の向上を行う予定である。

謝辞

本研究は、文部科学省科学研究費補助金 若手研究 (B) 課題番号 21700095「地理空間情報システムを利用した大規模仮想自然環境表示技術の構築」の支援を受けたものである。

参考文献

- 1) Lintermann, B. and Deussen, O. : Interactive Modeling of Plants. *IEEE Comput. Graph.*, Vol 19, No. 1, (1999).
- 2) Chiba, N., Ohkawa, S., Muraoka, K. and Miura, M. : A Growth Model of Botanical Trees : Generation of Natural Shapes of Trees Based on an Imaginary Plant Hormone, *The transactions of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers*, Vol 76, No. 8, pp. 1722-1734, (1993).
- 3) Sievänen, R., Perttunen, J., Nikinmaa, A. and Kaitaniemi, P. : Toward extension of a single tree functional-structural model of Scots pine to stand level: effect of the canopy of randomly distributed, identical trees on development of tree structure, *Functional Plant Biology*, Vol. 35, No. 10, pp.964-975, (2008).
- 4) Kubo, T. and Kobayashi, T. : Modelling of stem biomass accumulation in *Pinus densiflora* seedlings exposed to aqueous-phase OH radicals generating mist, *Ecological Modelling*, Vol 200, pp.467-474, (2007).
- 5) 赤木康宏, 北嶋克寛 : 統計的手法に基づく種の特徴を保持する樹木形状の生成手法に関する研究, *電子情報通信学会論文誌. D*, Vol. 89, No. 5, pp.1019-1035, (2006).