

連続世代モデルに基づく微分進化法の 分散分析による比較研究

田 川 聖 治^{†1}

微分進化法 (DE : Differential Evolution) は、関数最適化問題を対象とした進化的計算の一種である。進化的計算における集団の更新方法は世代モデルと呼ばれ、離散世代モデルと連続世代モデルに大別される。従来の DE は離散世代モデルに基づくものであり、現世代の集団は次世代の集団によりいっせいに置き換えられる。本稿では、連続世代モデルに基づく DE を提案している。連続世代モデルに基づく DE では、新たに得られた優れた個体を即座に親として子の生成に利用できるため、離散世代モデルによる DE よりも収束性が高まることが期待できる。また、連続世代モデルによる DE では、様々な生存選択を容易に導入できる。そこで、連続世代モデルによる DE に対して、3 種類の生存選択を提案している。さらに、数値実験で得られたデータの分散分析を行うことによって、世代モデル、生存選択、複製選択、集団サイズ、および、それらの相互作用が、DE の性能に及ぼす効果を明らかにしている。

A Comparative Study of the Differential Evolution Based on Continuous Generation Model by Using Analysis of Variance

KIYOHARU TAGAWA^{†1}

Differential Evolution (DE) is an Evolutionary Computation (EC) for solving function optimization problems. In order to renew the population in EC, there are two generation models. The first one is called “discrete generation model”, and the second one is called “continuous generation model”. Conventional DEs have been based on the discrete generation model in which the current generation’s population is replaced by the next generation’s population at a time. In this paper, a new DE based on the continuous generation model is proposed. Because a newborn excellent individual is added to the only population and can be used immediately to generate offspring in the continuous generation model, it can be expected that the proposed DE converges faster than the conventional ones. Furthermore, by employing the continuous generation model, it becomes easy to introduce various survival selection methods into DE. Therefore, three

survival selection methods are contrived for the DE based on the continuous generation model. Finally, the effects of several factors, namely, the generation model, the survival selection, the reproduction selection, the population size, and the interaction among them, on the performance of DE are evaluated statistically by using the techniques of the analysis of variance.

1. はじめに

微分進化法 (DE : Differential Evolution)^{1),2)} は、決定変数が実数値をとる関数最適化問題を対象とした進化的計算の一種である。すなわち、DE は実数ベクトルを個体とし、遺伝的アルゴリズム (GA : Genetic Algorithm)³⁾ と同様、個体群による確率的な多点探索によって、微分不可能な多峰性の関数最適化問題に対しても、優れた解を得ることができる。また、実数ベクトルを個体とする実数値 GA と比較し、DE は処理手順が簡単であるため実装が容易であり、煩雑な遺伝演算子の選定や、制御パラメータの調整などの負担も少ない。さらに、いくつかのテスト問題を対象とした数値実験によれば、典型的な実数値 GA や進化戦略 (ES : Evolution Strategy) と比較し、DE は最適解への収束が速く頑強である^{1),2)}。このため、画像処理⁴⁾ や弾性表面波フィルタの最適設計⁵⁾ など、様々な分野における現実的な最適化問題に対して、DE の適用例が数多く報告されている。

進化的計算における集団の更新方法は世代モデルと呼ばれ、離散世代モデルと連続世代モデルに大別される⁶⁾。離散世代モデルによれば、現世代と次世代の 2 つの集団が存在し、次世代の集団の個体が現世代の集団の個体を用いて作られた後、現世代の集団は次世代の集団によっていっせいに置き換えられる。一方、連続世代モデルによれば、集団は 1 つであり、新たに生成された個体は既存の個体と随時比較され、集団内の個体は徐々に入れ替わる。

最初に考案された DE は離散世代モデルを採用していた¹⁾。近年、DE は制約条件付き最適化問題⁷⁾ や多目的最適化問題⁸⁾ にも適用され、集団の構成方法や更新方法に関しても、対象とする問題に即した様々な改良や拡張が報告されている⁷⁾⁻¹⁰⁾。しかし、それらは複製選択や生存選択の機能を高めるため、現世代の集団と次世代の集団に加え、別に用意された領域に個体群を蓄えるものである。GA や ES には両タイプの世代モデルが存在するが¹¹⁾⁻¹³⁾、著者の知る限り、既存の DE はすべて離散世代モデルに基づいている。

^{†1} 近畿大学理工学部

School of Science and Engineering, Kinki University

2 連続世代モデルに基づく微分進化法

ところで、進化的計算の性能評価では、数値実験によって得られたデータを、そのまま比較検討する場合が少なくない¹⁴⁾。しかし、進化的計算の挙動は確率的であるため、観測されたデータの差異が誤差の範囲であるか否かの判断や、要因と効果との因果関係を厳密に判定することは容易でない。一方、統計学の理論と技法を駆使して、進化的計算の性能を評価する試みもある。分散分析¹⁵⁾を利用した事例としては、GAの制御パラメータの調整^{16),17)}、遺伝演算子の効果の比較¹⁸⁾、特定の最適化問題における確率的な最適化手法の性能評価^{19),20)}などが報告されている。いずれの事例でも、因子の種類と水準の選択や、特性値の計測方法などが重要であり、分散分析の使用目的に応じた工夫がうかがえる。

本稿では、連続世代モデルに基づくDEを提案する。連続世代モデルによれば、現世代と次世代の2つの集団を保持するためのメモリ領域や、集団の入れ換えの手間を節約できるほか、新たに得られた個体を即座に親として子の生成に利用できる。このため、離散世代モデルによるDEと比べて、連続世代モデルによるDEには高い収束性が期待できる。

また、連続世代モデルによるDEでは、新たな個体の代わりに除く個体を、集団内の全個体から選ぶことで、様々な生存選択を容易に導入できる。そこで、連続世代モデルによるDEの生存選択として、家族選択、最悪選択、ランダム選択の3種類を提案する。

次に、分散分析¹⁵⁾のF検定を用いて、世代モデルの違いが、DEの処理時間と得られる解の精度に及ぼす効果を統計的に評価する。すなわち、DEの世代モデルと、それとの交互作用が予測される複製選択と集団サイズの3つを母数因子とし、DEの確率的な挙動を誤差因子として、それぞれの因子の主効果や因子間の交互作用の有無を検証する。

分散分析においては、できるだけ個々の問題に依存しない普遍的な因果関係を調べるため、テスト問題を易しい問題と難しい問題の2つのグループに分け、グループごとにDEの性能を評価する。さらに、分散分析のF検定と整合性のあるシェフェの多重比較¹⁵⁾により実験結果を詳細に解析し、DEにおける連続世代モデルの有効性を検証する。

最後に、連続世代モデルに基づくDEにおいて、提案した3種類の生存選択がDEの性能に及ぼす効果や、生存選択と複製選択の交互作用について、分散分析を用いて検証する。その結果、生存選択を工夫することで、DEの性能が改善されることを示す。

2. 微分進化法 (DE)

2.1 個体表現と集団構造

関数最適化問題は、決定変数 x_j が実数値をとり、式 (1) のように定式化される。

$$\begin{cases} \text{minimize} & f(\mathbf{x}) \\ \text{sub. to} & \underline{x}_j \leq x_j \leq \bar{x}_j, j = 1, \dots, D \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_j, \dots, x_D)$ である。

DEでは、式(1)の最適化問題に対する解候補を個体とし、個体の配列を集団とする。すなわち、集団サイズを N とすると、世代 g の集団における i 番目の個体 $x_{i,g}$ ($i = 1, \dots, N$) は、式(2)のような浮動小数点表現による D 次元の実数ベクトルである。

$$\mathbf{x}_{i,g} = (x_{1,i,g}, \dots, x_{j,i,g}, \dots, x_{D,i,g}) \quad (2)$$

ただし、 $\underline{x}_j \leq x_{j,i,g} \leq \bar{x}_j$ ($j = 1, \dots, D$) とする。

2.2 処理手順

標準的なDE¹⁾の処理手順を以下に示す。ただし、終了条件については後述する。DEでは、現世代の集団に含まれるすべての個体 $x_{i,g}$ が、次世代の個体 $x_{i,g+1}$ の生成に関与する。また、現世代の集団 $\mathbf{x}_{i,g}$ と次世代の集団 $\mathbf{x}_{i,g+1}$ ($i = 1, \dots, N$) の2つの集団が存在することから、標準的なDEは明らかに離散世代モデルを採用している。

〔離散世代モデルによるDE〕

手順1 初期集団 $x_{i,g}$ ($i = 1, \dots, N$) をランダムに生成し、世代を $g = 0$ とする。

手順2 現世代の集団で最良の個体を x_{best} とする。

手順3 終了条件を満たせば、 x_{best} を出力して終わる。

手順4 現世代の集団の各個体 $x_{i,g}$ に関して、以下の手順5から手順9を繰返す。

手順5 個体 $x_{i,g}$ をターゲットベクトルとする。

手順6 現世代の集団から1つの個体 $x_{b,g}$ を複製選択し、ベースベクトルとする。

手順7 ベースベクトルに $x_{b,g}$ に摂動を加え、変異ベクトル v を生成する。

手順8 ターゲットベクトル $x_{i,g}$ と v の交叉により、トライアルベクトル u を生成する。

手順9 $f(u) \leq f(x_{i,g})$ なら $x_{i,g+1} = u$ とする。そうでなければ、 $x_{i,g+1} = x_{i,g}$ とする。

手順10 現世代の集団を $x_{i,g} = x_{i,g+1}$ ($i = 1, \dots, N$) として更新する。

手順11 $g = g + 1$ として、手順2に戻る。

2.3 微分突然変異

DEの手順7において、ベースベクトル $x_{b,g}$ に摂動を加える操作は、微分突然変異と呼ばれ、DEの主要な遺伝演算子である。微分突然変異では集団からランダムに K 対の個体 $x_{r_k,g}$ を選び、スケール係数 S_F に基づき式(3)のように変異ベクトル v を生成する。

3 連続世代モデルに基づく微分進化法

$$v = x_{b,g} + \sum_{k=1}^K S_F (x_{r_{2k-1},g} - x_{r_{2k},g}) \quad (3)$$

ただし, $b \neq r_1 \neq r_2 \neq \dots \neq r_{2K}$ である.

通常, スケール係数 S_F は定数であるが, 集団の収束とともに個体間の差ベクトルが小さくなるため, $x_{b,g}$ に加わる摂動の大きさが適切に調節されることが期待できる.

2.4 交 叉

ターゲットベクトル $x_{i,g}$ と変異ベクトル v の交叉により, トライアルベクトル u を生成する. DE の交叉では, GA の多点交叉と同様, 個体間で要素を交換するが, 各要素の値は変更しない. また, DE の代表的な交叉として, 二項交叉と指数交叉がある²⁾.

たとえば, 二項交叉においては, 交叉率 C_R ($0 \leq C_R \leq 1$) と, 毎回ランダムに選択される添字 j_r ($1 \leq j_r \leq D$) に基づき, トライアルベクトル u の各要素 $u_j \in u$ ($j = 1, \dots, D$) を, 式 (4) により決定する. したがって, DE の二項交叉は GA の一様交叉に近いが, $v_{j_r} \in v$ を必ず $u_{j_r} \in u$ とするため, $C_R = 0$ としても $u \neq x_{i,g}$ が期待できる.

$$u_j = \begin{cases} v_j & \text{if } (\text{rand}_j[0, 1] \leq C_R \vee j = j_r) \\ x_{j,i,g} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

ただし, $\text{rand}_j[0, 1]$ は範囲 $[0, 1]$ の一様乱数である.

2.5 戦 略

DE にはいくつかのタイプがあり, それらは戦略の違いで識別される. また, DE の各戦略は, 複製選択, 微分突然変異における差ベクトルの数, 交叉の組合せで定義される¹⁾.

まず, ベースベクトル $x_{b,g}$ を選ぶための複製選択には, 集団内で最良の個体 x_{best} を用いる最良選択 (best) と, ターゲットベクトルが $x_{i,g}$ のとき, $b \neq i$ の条件の下で集団からランダムにベースベクトル $x_{b,g}$ を選ぶランダム選択 (rand) などがある. また, 交叉には, 前述の二項交叉 (bin) や指数交叉 (exp) などがある. そこで, ベースベクトルの選び方を B , 差ベクトルの数を K , 交叉を X として, DE の戦略を以下のように表記する.

DE/ $B/K/X$

たとえば, DE の戦略として, 複製選択をランダム選択 (rand), 差ベクトル数を $K = 1$, 交叉を二項交叉 (bin) とした場合は, 以下のように表記する. ちなみに, これは古典的な DE²⁾ とも呼ばれる代表的な DE の戦略である.

DE/rand/1/bin

3. 関連研究

DE の改良と拡張は, 複製選択を含む戦略が中心である. たとえば, 「DE/target-to-best/1/bin」は, 集団からベースベクトル $x_{b,g}$ を選ぶのではなく, ターゲットベクトル $x_{i,g}$ と集団で最良の個体 x_{best} との算術交叉によってベースベクトル $x_{b,g}$ を合成する戦略である²⁾. また, 式 (3) の微分突然変異におけるスケール係数 S_F を, ある確率分布に従って変える戦略もある²⁾. 文献 21) の DE では, ランダムに選んだ 3 つの個体の中心点をベースベクトル $x_{b,g}$ とし, それらの個体の目的関数値を考慮して降下方向に摂動を加えている. さらに, 文献 22) の DE では, 複数の異なる戦略を適応的に切り換えて使用している.

本来, DE における生存選択は, トライアルベクトル u とその親であるターゲットベクトル $x_{i,g}$ を比較し, いずれか勝る方を次世代の集団の個体 $x_{i,g+1}$ に選ぶ二者択一の家族選択である. そこで, DE の生存選択に関する拡張として, トライアルベクトルの数を増やすことが考えられる. 文献 7) の DE は, 制約条件付き最適化問題を対象とし, 各ターゲットベクトルと比較するトライアルベクトルを, それが実行可能解となるか, あるいは, 適当な上限回数に達するまで繰り返し生成している. また, 文献 23) の DE では, 集団内で最良の個体 x_{best} に対し, 局所探索法を適用してトライアルベクトルを生成することで, 等価的に各ターゲットベクトルと比較するトライアルベクトルの数を増やしている.

DE の世代モデルに関しては, 現世代の集団から次世代の集団を生成する過程において, 集団サイズを超えた個体群を一時的に蓄える手法がいくつか提案されている. まず, 多目的最適化問題に対して DE を適用する場合, トライアルベクトルとターゲットベクトルを比較し, 優劣が決まらない場合がある. そこで, 文献 8) の DE では, 多様なパレート解の集合を獲得するため, 集団サイズの 2 倍までの個体群を一時的に保存し, その個体群における個体間の優越関係と混雑度の評価に基づき, 次世代の集団を選択している.

また, 文献 9) の DE では, 目的関数値にノイズを含む最適化問題に対してロバストな解を求めるため, 現世代の集団の各個体を対称の位置に複製し, 新たに同じサイズの集団を生成した後, それら 2 つの集団からエリート選択により次世代の集団を選択している.

一方, 文献 10) の DE では, 目的関数の計算回数の削減を目的とし, 現世代の集団からランダムな選択とエリート選択によっていくつかの個体を選び, その小規模な集団を対象として DE を適用する. その後, DE により得られた小規模な新たな集団と現世代の集団を合わせた個体群から, エリート選択により次世代の集団を選択している.

上記のほかにも, 対象とする問題に応じて, 標準的な DE の様々な改良や拡張が報告され

4 連続世代モデルに基づく微分進化法

ている²⁾。しかし、現時点で著者の知る限り、既存の DE はすべて離散世代モデルに基づくものである。また、報告されている DE の改良や拡張には、新たな制御パラメータの追加と、それらの調整を必要とするものが多く、DE 本来の簡便さを損なう恐れがある。

4. 連続世代モデルによる DE

4.1 処理手順

提案する連続世代モデルに基づく DE の処理手順を以下に示す。集団は 1 つだけであり、その集団における最良の個体 x_{best} は、世代とは無関係に随時更新される。

〔連続世代モデルによる DE (家族選択)〕

手順 1 初期集団 $x_{i,g}$ ($i = 1, \dots, N$) をランダムに生成し、世代を $g = 0$ とする。

手順 2 初期集団で最良の個体を x_{best} とする。

手順 3 終了条件を満たせば、 x_{best} を出力して終わる。

手順 4 集団の各個体 $x_{i,g}$ に関して、以下の手順 5 から手順 10 を繰り返す。

手順 5 個体 $x_{i,g}$ をターゲットベクトルとする。

手順 6 集団から 1 つの個体 $x_{b,g}$ を複製選択し、ベースベクトルとする。

手順 7 ベースベクトルに $x_{b,g}$ に摂動を加え、変異ベクトル v を生成する。

手順 8 ターゲットベクトル $x_{i,g}$ と v の交叉により、トライアルベクトル u を生成する。

手順 9 $f(u) \leq f(x_{i,g})$ なら $x_{i,g} = u$ とする。

手順 10 $f(u) < f(x_{best})$ なら $x_{best} = u$ とする。

手順 11 $g = g + 1$ として、手順 3 に戻る。

既存の離散世代モデルによる DE の概念図を図 1 に、上記の連続世代モデルによる DE の概念図を図 2 に示す。両図を比較すると、連続世代モデルによる DE では、2 つの集団を保持する必要がなく、そのメモリ領域や集団の入れ換えの手間が節約できるほか、新たに得られた優れたトライアルベクトル u を、即座に以降の u の生成に使用できる。さらに、連続世代モデルによる DE では、最良の個体 x_{best} を随時更新するため、複製選択に最良選択 (best) を採用した場合、DE の収束性がいっそう高まるものと予測される。

4.2 生存選択

連続世代モデルによれば、集団内の全個体から除く個体を選ぶことで、様々な生存選択を容易に導入できる。そこで、4.1 節の連続世代モデルによる DE での生存選択を家族選択と呼び、連続世代モデルに基づく DE に対し、新たに 2 種類の生存選択を提案する。

まず、最悪選択では、トライアルベクトル u を集団で最悪の個体 $x_{w,g}$ と比較し、 u が勝

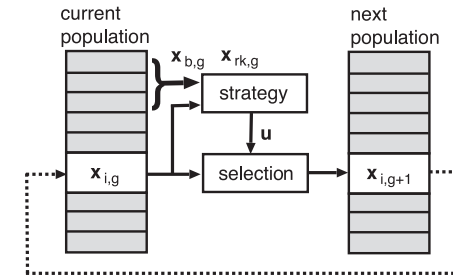


図 1 離散世代モデルによる DE

Fig. 1 Discrete generation model of DE.

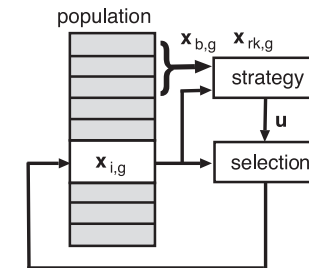


図 2 連続世代モデルによる DE (家族選択)

Fig. 2 Continuous generation model of DE with family survival selection.

れば $x_{w,g}$ と置き換える。集団内からたえず最悪の個体を除くことで、DE の収束性の向上が期待できる。最悪選択による DE の概念図を図 3 に、その手順を以下に示す。

〔連続世代モデルによる DE (最悪選択)〕

手順 1 初期集団 $x_{i,g}$ ($i = 1, \dots, N$) をランダムに生成し、世代を $g = 0$ とする。

手順 2 初期集団内で最良の個体を x_{best} とする。

手順 3 終了条件を満たせば、 x_{best} を出力して終わる。

手順 4 集団の各個体 $x_{i,g}$ に関して、以下の手順 5 から手順 11 を繰り返す。

手順 5 個体 $x_{i,g}$ をターゲットベクトルとする。

手順 6 集団から 1 つの個体 $x_{b,g}$ を複製選択し、ベースベクトルとする。

手順 7 ベースベクトル $x_{b,g}$ に摂動を加え、変異ベクトル v を生成する。

5 連続世代モデルに基づく微分進化法

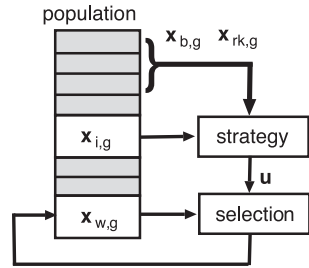


図3 連続世代モデルによるDE(最悪選択)
Fig.3 Continuous generation model of DE with worst survival selection.

- 手順8 ターゲットベクトル $x_{i,g}$ と v の交叉により, トライアルベクトル u を生成する.
- 手順9 集団内において最悪の個体 $x_{w,g}$ を求める.
- 手順10 $f(u) \leq f(x_{w,g})$ なら $x_{w,g} = u$ とする.
- 手順11 $f(u) < f(x_{best})$ なら $x_{best} = u$ とする.
- 手順12 $g = g + 1$ として, 手順3に戻る.

次に, ランダム選択では, トライアルベクトル u を集団内からランダムに選んだ個体 $x_{r,g}$ ($1 \leq r \leq N$) と比較し, u が勝れば $x_{r,g}$ と置き換える. ランダム選択によれば, 集団の多様性が向上することが期待できる. ランダム選択によるDEの処理手順は, 最悪選択によるDEの処理手順において, 手順9と手順10を以下のように変更する.

[連続世代モデルによるDE(ランダム選択)]

- 手順9 集団からランダムに個体 $x_{r,g}$ を選ぶ.
- 手順10 $f(u) \leq f(x_{r,g})$ なら $x_{r,g} = u$ とする.

以降, 前述の複製選択におけるランダム選択と, 上記の生存選択におけるランダム選択を区別するため, 複製選択におけるランダム選択の場合は「rand」と表記する.

5. テスト問題

よく整理された文献14)の23種類のテスト問題から, 特徴的な以下の6問を選び実験の対象とする. ただし, 決定変数 x_j ($j = 1, \dots, D$) の次数はすべて $D = 10$ とする. また, Rosenbrock関数を除き, すべてのテスト問題の最適解は $f_p(0, \dots, 0) = 0$ である.

- Sphere関数: $f_1(x)$ は単峰性で変数間に依存関係がない.

$$\left[\begin{aligned} f_1(x) &= \sum_{j=1}^{10} x_j^2 \\ -100 &\leq x_j \leq 100, j = 1, \dots, 10 \end{aligned} \right.$$

- Discontinuous関数: $f_2(x)$ は単峰性で変数間に依存関係がない.

$$\left[\begin{aligned} f_2(x) &= \sum_{j=1}^{10} |x_j| + \prod_{j=1}^{10} |x_j| \\ -10 &\leq x_j \leq 10, j = 1, \dots, 10 \end{aligned} \right.$$

- Ridge関数: $f_3(x)$ は単峰性で変数間に依存関係がある.

$$\left[\begin{aligned} f_3(x) &= \sum_{j=1}^{10} \left(\sum_{k=1}^j x_k \right)^2 \\ -100 &\leq x_j \leq 100, j = 1, \dots, 10 \end{aligned} \right.$$

- Rosenbrock関数: $f_4(x)$ は多峰性で変数間に依存関係がある. 最適解は $f_4(1, \dots, 1) = 0$ である. ちなみに, 文献14)ではRosenbrock関数は単峰性に分類されている. しかし, 最近の研究²⁴⁾によれば, $D \geq 4$ においてRosenbrock関数は多峰性となる.

$$\left[\begin{aligned} f_4(x) &= \sum_{j=1}^9 [100(x_j^2 - x_{j+1})^2 + (x_j - 1)^2] \\ -30 &\leq x_j \leq 30, j = 1, \dots, 10 \end{aligned} \right.$$

- Ackley関数: $f_5(x)$ は多峰性で変数間に依存関係がある.

$$\left[\begin{aligned} f_5(x) &= -20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} x_j^2} \right) \\ &\quad - \exp \left(\frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} \cos 2\pi x_j \right) + 20 + e \\ -32 &\leq x_j \leq 32, j = 1, \dots, 10 \end{aligned} \right.$$

- Griewank関数: $f_6(x)$ は多峰性で変数間に依存関係がある.

$$\left[\begin{array}{l} f_6(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{10} \frac{x_j^2}{4000} - \prod_{j=1}^{10} \left(\cos \left(\frac{x_j}{\sqrt{j}} \right) \right) + 1 \\ -600 \leq x_j \leq 600, j = 1, \dots, 10 \end{array} \right.$$

6. 世代モデルの比較

完全無作為化法による分散分析¹⁵⁾を用いて、2.2節で紹介した離散世代モデルに基づく標準的なDEと、4.1節で提案した生存選択が家族選択の連続世代モデルに基づくDEの性能を比較し、世代モデルの違いがDEの性能に及ぼす効果について検証する。また、分散分析では世代モデル単独の効果だけでなく、ほかの要因との交互作用についても調べる。

6.1 3因子実験

6.1.1 実験方法

まず、母数因子は、世代モデル、および、それとの交互作用が考えられる集団サイズと複製選択とする。表1に母数因子と水準を示す。表1において、世代モデル G は、離散世代モデル G_1 と連続世代モデル G_2 の2水準である。集団サイズ N の水準 N_q は、文献1)の次元数 D に基づく推奨値の範囲 $N = 5D \sim 10D$ から、 $N_2 = 8D$ と、その範囲外で大小の値を選び3水準とする。また、前述のとおり、すべてのテスト問題の次元数は $D = 10$ である。さらに、複製選択 B は「rand」と「best」の2水準とする。ここで、各母数因子の水準の組合せ (G_m, N_q, B_b) は処理と呼ばれ、表1における処理の総数は12となる。

次に、初期集団における個体の分布など、DEの確率的な挙動の影響を誤差因子とする。ただし、DEを実行する際に用いる乱数系列は、すべての処理において統一する。

DEの戦略は、最も一般的な「DE/rand/1/bin」と「DE/best/1/bin」から、複製選択の水準によっていずれか一方を使用する。また、DEの制御パラメータであるスケール係数

表1 3因子実験の因子と水準
Table 1 Three factors and their levels.

| factor | level-1 | level-2 | level-3 |
|--------------------------------|--------------------|----------------------|------------|
| generation model (G) | discrete (G_1) | continuous (G_2) | — |
| population size (N) | $N_1 = 12D$ | $N_2 = 8D$ | $N_3 = 4D$ |
| reproduction selection (B) | rand (B_1) | best (B_2) | — |

S_F と交叉率 C_R は、文献25)の実験結果から、幅広い最適化問題に対して有効な $S_F = 0.9$ と $C_R = 0.9$ に固定する。さらに、DEの終了条件は、最良解 x_{best} の目的関数値と既知の最適解に対する目的関数値との差(ERR)が $\varepsilon = 10^{-6}$ 以下になった場合、あるいは、目的関数値の計算回数(FES)が、その上限の 36×10^4 回に達した場合とする。

DEの性能を評価するための指標は、上記のERRとFESの2つとする。ここで、NFL定理²⁶⁾を引用するまでもなく、DEの性能は対象とする最適化問題にも依存する。しかし、世代モデルの違いがDEの性能に及ぼす普遍的な効果を調べるため、テスト問題ごとに測定したERRとFESのデータを以下のとおり集計し、分散分析における特性値とする。

まず、それぞれの処理 (G_m, N_q, B_b) の下で、テスト問題ごと20回測定したERRとFESのデータを標準化する。たとえば、テスト問題 $f_p(\mathbf{x})$ にDEを適用して求めたFESを $\tau_{p,m,q,b,r}$ ($r = 1, \dots, 20$)とすると、式(5)のようにFESの平均値 $\hat{\tau}_p$ を求める。

$$\hat{\tau}_p = \frac{1}{240} \left(\sum_{m=1}^2 \sum_{q=1}^3 \sum_{b=1}^2 \sum_{r=1}^{20} \tau_{p,m,q,b,r} \right) \quad (5)$$

さらに、FESの標準偏差を $\sigma(\tau_p)$ とし、式(6)のようにFESを標準化する。

$$y_{p,m,q,b,r} = \frac{\tau_{p,m,q,b,r} - \hat{\tau}_p}{\sigma(\tau_p)} \quad (6)$$

ただし、 $\sigma(\tau_p) = 0$ の場合、 $y_{p,m,q,b,r} = 0$ とする。

テスト問題ごとにFESの値は大きく異なる。しかし、FESを標準化することで、全テスト問題のFESは平均値が0に揃うため、それらを同等に扱うことが可能になる。

次に、6種類のテスト問題を易しい問題と難しい問題の2つのグループに分け、グループごと標準化したFESを統合する。ここで、易しい問題は単峰性の $f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), f_3(\mathbf{x})$ とし、難しい問題は多峰性で変数間に依存関係がある $f_4(\mathbf{x}), f_5(\mathbf{x}), f_6(\mathbf{x})$ とする。

たとえば、易しい問題のグループでは、3つのテスト問題に関する式(6)の $y_{p,m,q,b,r}$ を、処理 (G_m, N_q, B_b) で式(7)により平均化し、その r 番目のFESの特性値とする。

$$\hat{y}_{m,q,b,r} = \frac{1}{3} \left(\sum_{p=1}^3 y_{p,m,q,b,r} \right) \quad (7)$$

同様に、難しい問題の各処理におけるFESの特性値、および、両グループの各処理におけるERRの特性値を算出する。ただし、ERRの計測においては、許容誤差 ε 以内の無意味な数値のバラツキの影響を取り除くため、あるテスト問題にDEを適用して得られた解

7 連続世代モデルに基づく微分進化法

表 2 易しい問題の FES の分散分析表
Table 2 Analysis of variance of FES on easy problems.

| factor | V | F-value | P-value | |
|-----------|---------|-----------|------------------------|----|
| G | 0.327 | 38.867 | 2.1×10^{-9} | ** |
| N | 45.989 | 5457.906 | 2.8×10^{-193} | ** |
| B | 114.843 | 13629.410 | 2.4×10^{-205} | ** |
| G × N | 0.006 | 0.759 | 0.469 | |
| G × B | 0.007 | 0.863 | 0.353 | |
| N × B | 12.913 | 1532.504 | 6.3×10^{-133} | ** |
| G × N × B | 0.006 | 0.824 | 0.439 | |
| e | 0.008 | | | |

V: unbiased estimate of population variance; G: generation model;
N: population size; B: reproduction selection; e: error

表 3 難しい問題の FES の分散分析表
Table 3 Analysis of variance of FES on hard problems.

| factor | V | F-value | P-value | |
|-----------|--------|---------|-----------------------|----|
| G | 0.181 | 0.836 | 0.361 | |
| N | 9.677 | 44.555 | 4.6×10^{-17} | ** |
| B | 22.981 | 105.806 | 1.2×10^{-20} | ** |
| G × N | 1.338 | 6.163 | 0.002 | ** |
| G × B | 0.005 | 0.023 | 0.879 | |
| N × B | 7.721 | 35.549 | 3.6×10^{-14} | ** |
| G × N × B | 0.153 | 0.707 | 0.494 | |
| e | 0.217 | | | |

V: unbiased estimate of population variance; G: generation model;
N: population size; B: reproduction selection; e: error

を x^* とするとき, その目的関数値 $f_p(x^*)$ を式 (8) により $\hat{f}_p(x^*)$ に補正する.

$$\hat{f}_p(x^*) = \max \{ \varepsilon, f_p(x^*) \} \quad (8)$$

6.1.2 易しい問題における実験結果

易しい問題における FES に関する分散分析表を表 2 に示す. 分散分析表の各列は, 要因, 不偏分散 V, 分散比 (F 値), および, P 値である. たとえば, 要因 G と誤差 e の不偏分散 V_G と V_e から, 要因 G の F 値は $F_G = V_G/V_e$ となる. したがって, F_G の値が大きいほど, 要因 G の水準 G_m ($m = 1, 2$) の違いが FES の特性値に大きな影響を与える.

ここで, ある要因が特性値に影響しないとする仮定を帰無仮説と呼ぶ. また, 誤差の独立性, 等分散性, 不偏性, 正規性が保証されるならば, 帰無仮説の成立する確率である P 値を求めることができる¹⁵⁾. したがって, 所定の危険率 α よりも P 値が小さければ, 上記の帰無仮説は棄却され, 要因は有意と判定できる. 表 2 の分散分析表では, 要因が $\alpha = 0.05$ で有意のとき「*」印を, $\alpha = 0.01$ でも有意なら「**」印を行末に付けている.

表 2 の分散分析表によれば, すべての母数因子の主効果と交互作用の要因 $N \times B$ が危険率 $\alpha = 0.01$ で有意である. ここで, 誤差に関する前提条件が成立しなくても, F 検定の頑強性から, 世代モデル G の違いは, 明らかに FES を左右すると判定できる. また, 世代モデルと他の母数因子の交互作用はなく, 複製選択 B の主効果が非常に大きい.

同様に, 易しい問題における ERR に関しても分散分析を試みた. しかし, すべての要因が危険率 $\alpha = 0.05$ でも有意とはならず, 世代モデルに関する帰無仮説を棄却することはでき

表 4 難しい問題の ERR の分散分析表
Table 4 Analysis of variance of ERR on hard problems.

| factor | V | F-value | P-value | |
|-----------|-------|---------|----------------------|----|
| G | 1.691 | 6.318 | 0.012 | * |
| N | 1.968 | 7.351 | 8.0×10^{-4} | ** |
| B | 0.307 | 1.148 | 0.285 | |
| G × N | 0.684 | 2.557 | 0.079 | |
| G × B | 0.153 | 0.574 | 0.449 | |
| N × B | 4.947 | 18.478 | 3.6×10^{-8} | ** |
| G × N × B | 1.417 | 5.292 | 0.005 | ** |
| e | 0.267 | | | |

なかった. したがって, 易しい問題における ERR の分散分析表は省略する.

6.1.3 難しい問題における実験結果

難しい問題における FES に関する分散分析表を表 3 に示す. 表 3 において, 世代モデル G と集団サイズ N の交互作用 $G \times N$ は有意である. しかし, 世代モデル G の主効果は有意でない. また, 世代モデルと複製選択の交互作用 $G \times B$ も有意ではない.

同様に, 難しい問題における ERR に関する分散分析表を表 4 に示す. 表 4 によれば, 世代モデル G の主効果が危険率 $\alpha = 0.05$ でわずかながら有意である. また, 世代モデルと複製選択の交互作用 $G \times B$ は有意でないが, 3 因子の交互作用 $G \times N \times B$ は有意である.

6.2 2 因子実験

6.2.1 実験方法

3 因子実験の結果によれば, 世代モデルと複製選択は DE の性能を左右するが, 両者の交

8 連続世代モデルに基づく微分進化法

表 5 易しい問題の FES の分散分析表 (複製選択: rand)

Table 5 Analysis of variance of FES on easy problems (reproduction selection: rand).

| factor | V | F-value | P-value | |
|--------------|--------|----------|------------------------|----|
| G | 0.130 | 90.601 | 3.6×10^{-16} | ** |
| N | 59.190 | 41141.44 | 1.1×10^{-163} | ** |
| $G \times N$ | 0.009 | 6.596 | 0.001 | ** |
| e | 0.001 | | | |

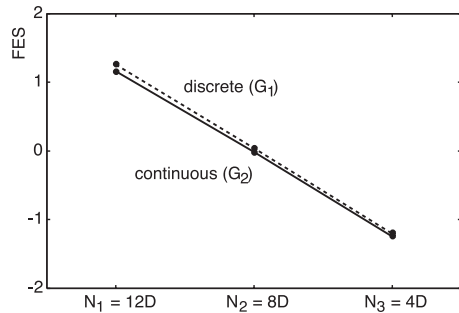


図 4 易しい問題の FES の母平均 $G \times N$ (複製選択: rand)

Fig. 4 Mean $G \times N$ of FES on easy problems (reproduction selection: rand).

相互作用 $G \times B$ は認められない。そこで、表 1 の母数因子から複製選択を除き、世代モデルと集団サイズについて、再度、完全無作為化法による 2 因子実験を実施する。

2 因子実験は、複製選択が「rand」の場合と「best」の場合の双方について行う。母数因子は世代モデルと集団サイズの 2 つとなるため、処理 (G_m, N_q) の総数は 6 である。そのほか、DE の適用方法、ERR や FES の計測方法などは、3 因子実験と同じとする。

6.2.2 易しい問題における実験結果

まず、複製選択が「rand」の場合について、FES に関する分散分析表を表 5 に示す。表 5 によれば、交互作用 $G \times N$ を含め、すべての要因が危険率 $\alpha = 0.01$ で有意である。ちなみに、表 2 に示した 3 因子実験の分散分析表において、世代モデル G と集団サイズ N の交互作用 $G \times N$ は有意ではない。しかし、複製選択 B の大きな影響を除くことで、世代モデルと集団サイズの隠れた交互作用が明らかになったものと思われる。

世代モデルと集団サイズの交互作用を詳細に調べるため、 $G \times N$ の各処理の母平均 (特性値の平均) を図 4 に示す。FES の特性値は標準化しているため、全体の平均は 0 である。

表 6 易しい問題の FES の多重比較 (複製選択: rand)

Table 6 Multiple comparison of FES on easy problems (reproduction selection: rand).

| $G_m N_q$ | | $\hat{y}_{m,q}$ | | F-value | |
|-----------|-----------|-----------------|--------|---------|----|
| $G_1 N_1$ | $G_2 N_1$ | 1.259 | 1.159 | 13.890 | ** |
| $G_1 N_2$ | $G_2 N_2$ | 0.042 | -0.014 | 4.649 | ** |
| $G_1 N_3$ | $G_2 N_3$ | -1.203 | -1.243 | 2.219 | |

表 7 易しい問題の FES の分散分析表 (複製選択: best)

Table 7 Analysis of variance of FES on easy problems (reproduction selection: best).

| factor | V | F-value | P-value | |
|--------------|--------|---------|-----------------------|----|
| G | 1.575 | 19.844 | 1.9×10^{-5} | ** |
| N | 42.409 | 534.344 | 1.2×10^{-58} | ** |
| $G \times N$ | 0.022 | 0.287 | 0.750 | |
| e | 0.079 | | | |

図 4 から、集団サイズ N が小さいほど FES は少なく、集団サイズが等しい場合は、離散世代モデル G_1 と比較し、連続世代モデル G_2 の方がわずかながら FES は少ないことが分かる。

図 4 から推察される連続世代モデルの優位性を検証するため、分散分析の F 検定と整合性があるシェフェの多重比較を実施し、その結果を表 6 に示す。表 6 の各列は、比較する 2 つの処理 (G_m, N_q)、両処理の母平均 $\hat{y}_{m,q}$ 、および、統計量 F である。また、各統計量 F には、両処理の母平均の差が危険率 $\alpha = 0.05$ で有意のとき「*」印を、 $\alpha = 0.01$ でも有意のとき「**」印を付けている。表 6 から、集団サイズが小さく $N_3 = 4D$ のときは世代モデルの違いによる FES の差は認められない。しかし、集団サイズが大きな場合、離散世代モデル G_1 よりも、連続世代モデル G_2 の方が、明らかに FES は減少している。

次に、複製選択が「best」の場合について、FES に関する分散分析表を表 7 に示す。表 7 によれば、3 因子実験における表 2 の分散分析表と同様、世代モデル、集団サイズともに有意であるが、両者の交互作用はない。そこで、世代モデルごと処理をまとめて比較する。まず、離散世代モデル G_1 の全処理 (G_1, N_q) の母平均は $\hat{y}_{1,q} = 0.114$ 、連続世代モデル G_2 の全処理 (G_2, N_q) の母平均は $\hat{y}_{2,q} = -0.114$ であり、連続世代モデルの方が FES は少ない。さらに、FES に関してシェフェの多重比較を行ったところ $F = 19.844$ となり、世代モデルの違いによる FES の差は $\alpha = 0.01$ で有意であることが確認された。

前述のとおり、ERR に関して 2 因子実験を行った。しかし、いずれの複製選択におい

9 連続世代モデルに基づく微分進化法

表 8 難しい問題の FES の分散分析表 (複製選択: rand)

Table 8 Analysis of variance of FES on hard problems (reproduction selection: rand).

| factor | V | F-value | P-value |
|--------------|--------|---------|--------------------------|
| G | 0.050 | 0.264 | 0.608 |
| N | 20.260 | 105.943 | 9.9×10^{-27} ** |
| $G \times N$ | 0.186 | 0.976 | 0.379 |
| e | 0.191 | | |

表 9 難しい問題の ERR の分散分析表 (複製選択: rand)

Table 9 Analysis of variance of ERR on hard problems (reproduction selection: rand).

| factor | V | F-value | P-value |
|--------------|-------|---------|-------------------------|
| G | 0.623 | 2.060 | 0.153 |
| N | 5.669 | 18.723 | 9.3×10^{-8} ** |
| $G \times N$ | 0.127 | 0.419 | 0.658 |
| e | 0.302 | | |

表 10 難しい問題の FES の分散分析表 (複製選択: best)

Table 10 Analysis of variance of FES on hard problems (reproduction selection: best).

| factor | V | F-value | P-value |
|--------------|-------|---------|-------------------------|
| G | 0.494 | 1.052 | 0.307 |
| N | 1.833 | 3.898 | 0.023 * |
| $G \times N$ | 4.420 | 9.398 | 1.6×10^{-4} ** |
| e | 0.470 | | |

でも, 3 因子実験の場合と同様, 世代モデル, 集団サイズ, および, 両者の交互作用は F 検定で有意とはならず, 世代モデルの違いが ERR に影響するとは判定できなかった.

6.2.3 難しい問題における実験結果

まず, 複製選択が「rand」の場合について, FES に関する分散分析表を表 8 に示す. 表 8 によれば, 世代モデルの効果はなく, 集団サイズのみが有意である. そこで, 各集団サイズでの母平均を調べるとともに, シェフェの多重比較を実施したところ, 集団サイズが小さいほど FES も少ないことが確認された. 同様に, 複製選択が「rand」の場合について, ERR に関する分散分析表を表 9 に示す. 表 9 においても, 集団サイズ N の主効果のみが $\alpha = 0.01$ で有意であり, 世代モデル G が関与する要因の効果は認められない.

次に, 複製選択が「best」の場合について, FES に関する分散分析表を表 10 に示す. 表 10

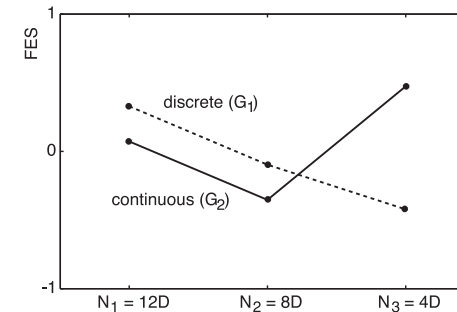


図 5 難しい問題の FES の母平均 $G \times N$ (複製選択: best)

Fig. 5 Mean of $G \times N$ of FES on hard problems (reproduction selection: best).

表 11 難しい問題の FES の多重比較 (複製選択: best)

Table 11 Multiple comparison of FES on hard problems (reproduction selection: best).

| $G_m N_q$ | $\hat{y}_{m,q}$ | F-value |
|-------------------------|-----------------|----------|
| $G_1 N_1 \quad G_2 N_1$ | 0.327 0.073 | 0.274 |
| $G_1 N_2 \quad G_2 N_2$ | -0.097 -0.353 | 0.279 |
| $G_1 N_3 \quad G_2 N_3$ | -0.423 0.472 | 3.414 ** |

表 12 難しい問題の ERR の分散分析表 (複製選択: best)

Table 12 Analysis of variance of ERR on hard problems (reproduction selection: best).

| factor | V | F-value | P-value |
|--------------|-------|---------|-------------------------|
| G | 1.625 | 4.826 | 0.030 * |
| N | 3.555 | 10.559 | 6.2×10^{-5} ** |
| $G \times N$ | 2.515 | 7.470 | 8.9×10^{-4} ** |
| e | 0.336 | | |

によれば, 3 因子実験での表 3 と同様, 世代モデルの主効果は有意でなく, 世代モデルと集団サイズの交互作用が有意である. そこで, $G \times N$ の各処理の母平均を図 5 に示す. 図 5 によれば, 集団サイズ N が大きな場合, 離散世代モデル G_1 よりも, 連続世代モデル G_2 による FES の方が少なく見える. しかし, 集団サイズが小さく $N_3 = 4D$ の場合では, 2 つの世代モデルによる FES が逆転している. さらに, 図 5 を検証するため, シェフェの多重比較を行った結果を表 11 に示す. 表 11 から, $N_1 = 12D$ と $N_2 = 8D$ では世代モデルの違いで FES に差はないが, $N_3 = 4D$ では離散世代モデルの方が確かに少ない.

複製選択が「best」の場合の ERR に関する分散分析を表 12 に示す．表 4 に示した 3 因子実験の結果と同様，表 12 において世代モデルの主効果はわずかに有意であり，世代モデルと集団サイズに交互作用 $G \times N$ が認められる．そこで， $G \times N$ の各処理の母平均を図 6 に示す．図 6 によれば，集団サイズが $N_3 = 4D$ と小さい場合，連続世代モデル G_2 よりも，離散世代モデル G_1 の方が ERR は小さい．さらに，図 6 を検証するため，シェフェの多重比較を行った結果を表 13 に示す． $N_1 = 12D$ と $N_2 = 8D$ では世代モデルの違いで ERR に差はなく， $N_3 = 4D$ では離散世代モデルの方が ERR は確かに小さい．

6.2.4 世代モデルに関する考察

分散分析の結果から，DE の世代モデルに関して，以下の統計的な知見が得られた．

- 易しい問題では，連続世代モデルを DE に採用することで FES が減少する．ただし，複製選択が「rand」であり，集団サイズが推奨値よりも小さい場合，連続世代モデルによる DE と離散世代モデルによる DE において，FES は同程度であり違いは認められない．一方，世代モデルの違いによる ERR の差異は確認できない．
- 難しい問題では，世代モデルの違いによる FES，および，ERR の差異は確認できない．

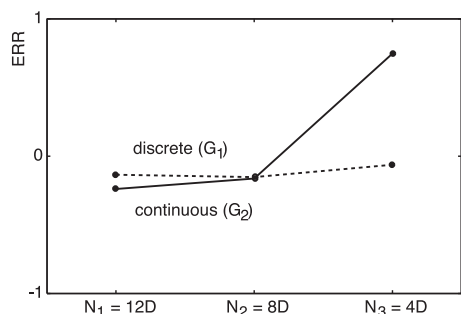


図 6 難しい問題の ERR の母平均 $G \times N$ (複製選択: best)

Fig. 6 Mean $G \times N$ of ERR on hard problems (reproduction selection: best).

表 13 難しい問題の ERR の多重比較 (複製選択: best)

Table 13 Multiple comparison of ERR on hard problems (reproduction selection: best).

| $G_m N_q$ | | $\hat{y}_{m,q}$ | | F -value |
|-----------|-----------|-----------------|--------|----------------------|
| $G_1 N_1$ | $G_2 N_1$ | -0.136 | -0.238 | 0.061 |
| $G_1 N_2$ | $G_2 N_2$ | -0.152 | -0.161 | 5.0×10^{-4} |
| $G_1 N_3$ | $G_2 N_3$ | -0.060 | 0.748 | 3.891 ** |

ただし，複製選択が「best」であり，集団サイズが推奨値よりも小さい場合，離散世代モデルによる DE の方が，ERR は小さく，FES も少ない．

上記の知見によれば，対象とする最適化問題の目的関数が単峰性で易しい問題に属する場合，適切な集団サイズの下で連続世代モデルによる DE を用いれば，離散世代モデルによる DE によって得られる解の精度を損なうことなく，DE の処理時間を短縮できる．

一方，対象とする最適化問題の目的関数が多峰性で難しい問題に属する場合，世代モデルの違いは DE の性能に影響しない．ただし，複製選択が「best」であり，集団サイズが推奨値よりも小さな場合，連続世代モデルによる DE の性能は，FES，ERR とともに，離散世代モデルによる DE よりも悪くなる．その原因としては，最良の個体を選ぶ「best」と連続世代モデルを組み合わせると，集団の多様性が失われて初期収束を起こし，多峰性の問題の局所解に個体群が陥ることで，FES がその上限まで増加するためと考えられる．

7. 生存選択の比較

連続世代モデルによる DE では，様々な生存選択を容易に導入できる．そこで，完全無作為化法による分散分析により，4 章で考案した 3 種類の生存選択を比較検証する．

7.1 実験方法

前章の世代モデルに関する実験結果から，連続世代モデルによる DE の性能は，集団サイズが推奨値よりも小さいと悪化する．そこで，集団サイズを推奨値の $N_2 = 8D$ に固定し，母数因子を生存選択 A と複製選択 B として，2 因子実験を実施する．

表 14 に母数因子と水準を示す．生存選択 A の水準は，家族選択 A_1 ，ランダム選択 A_2 ，最悪選択 A_3 とする．また，複製選択は「rand」と「best」とする．表 14 における処理 (A_a, B_b) の総数は 6 である．さらに，DE の性能を評価する特性値は FES と ERR とする．そのほか，DE の適用方法，FES や ERR の計測方法などは，前章の実験と同じとする．

表 14 2 因子実験の因子と水準

Table 14 Two factors and their levels.

| factor | level-1 | level-2 | level-3 |
|--------------------------------|------------------|------------------|-----------------|
| survival selection (A) | family (A_1) | random (A_2) | worst (A_3) |
| reproduction selection (B) | rand (B_1) | best (B_2) | — |

表 15 易しい問題の FES の分散分析表
Table 15 Analysis of variance of FES on easy problems.

| factor | V | F-value | P-value |
|--------|--------|----------|--------------------------|
| A | 5.004 | 135.535 | 7.3×10^{-31} ** |
| B | 91.355 | 2474.226 | 3.8×10^{-76} ** |
| A × B | 2.192 | 59.388 | 2.1×10^{-18} ** |
| e | 0.036 | | |

V: unbiased estimate of population variance
A: survival selection; B: reproduction selection; e: error

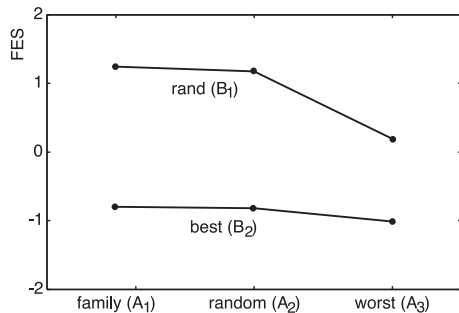


図 7 易しい問題の FES の母平均 A × B
Fig. 7 Mean A × B of FES on easy problems.

7.2 易しい問題に対する実験結果

易しい問題における FES に関する分散分析表を表 15 に示す。表 15 によれば、すべての要因が危険率 $\alpha = 0.01$ で有意である。そこで、生存選択と複製選択の交互作用 A × B の各処理の母平均を図 7 に示す。図 7 によれば、生存選択の中では最悪選択 A₃ の FES が最も少ない。また、複製選択は「rand」よりも「best」の方が FES は少ない。

図 7 を検証するため、シェフェの多重比較を実施し、その結果を表 16 に示す。表 16 によれば、複製選択が「rand」(B₁) の場合、ほかの生存選択に比べて最悪選択 A₃ の FES が明らかに小さい。しかし、複製選択が「best」(B₂) の場合、最悪選択 A₃ とランダム選択 A₂ における FES の差は有意とはならず、最悪選択 A₃ と家族選択 A₁ の差もわずかである。一方、生存選択が同じ場合は、確かに「rand」よりも「best」の方が FES は少ない。また、FES が最短となる最適水準は、表 16 から最悪選択と「best」の組合せである。

同様に、ERR についても分散分析の F 検定を実施した。しかし、危険率を $\alpha = 0.05$ と

表 16 易しい問題の FES の多重比較
Table 16 Multiple comparison of FES on easy problems.

| A _a B _b | | $\hat{y}_{a,b}$ | | F-value |
|-------------------------------|-------------------------------|-----------------|--------|------------|
| A ₁ B ₁ | A ₂ B ₁ | 1.246 | 1.175 | 0.273 |
| A ₁ B ₁ | A ₃ B ₁ | 1.246 | 0.194 | 59.929 ** |
| A ₂ B ₁ | A ₃ B ₁ | 1.175 | 0.194 | 52.102 ** |
| A ₁ B ₂ | A ₂ B ₂ | -0.793 | -0.813 | 0.021 |
| A ₁ B ₂ | A ₃ B ₂ | -0.793 | -1.010 | 2.535 * |
| A ₂ B ₂ | A ₃ B ₂ | -0.813 | -1.010 | 2.092 |
| A ₁ B ₁ | A ₁ B ₂ | 1.246 | -0.793 | 225.565 ** |
| A ₂ B ₁ | A ₂ B ₂ | 1.175 | -0.813 | 214.364 ** |
| A ₃ B ₁ | A ₃ B ₂ | 0.194 | -1.010 | 78.670 ** |

表 17 難しい問題の FES の分散分析表
Table 17 Analysis of variance of FES on hard problems.

| factor | V | F-value | P-value |
|--------|--------|---------|--------------------------|
| A | 0.365 | 1.638 | 0.198 |
| B | 20.977 | 94.166 | 1.3×10^{-16} ** |
| A × B | 0.547 | 2.457 | 0.090 |
| e | 0.222 | | |

しても、すべての要因が有意とはならず、連続世代モデルに基づく DE において、生存選択や複製選択の違いが ERR に影響するとは判定できなかった。

7.3 難しい問題に対する実験結果

難しい問題における FES に関する分散分析表を表 17 に示す。表 17 によれば、生存選択 A は有意でなく、複製選択 B のみが有意である。そこで、複製選択ごと各処理における FES の母平均を調べるとともに、シェフェの多重比較を実施したところ、複製選択は「rand」よりも「best」の方が、明らかに FES を減少させることが確認された。

次に、難しい問題における ERR に関して分散分析を実施した。しかし、易しい問題の場合と同様、危険率を $\alpha = 0.05$ としてもすべての要因が有意とはならず、生存選択や複製選択の違いが連続世代モデルによる DE の ERR に影響するとは判定できなかった。

7.4 生存選択に関する考察

分散分析の結果から、DE の生存選択に関して、以下の統計的な知見が得られた。

- 易しい問題では、複製選択が「rand」の場合、ほかの生存選択に比べて、最悪選択を用いると FES は減少する。また、最悪選択と複製選択の「best」を組み合わせると、FES

が最も短くなる．一方，生存選択の違いによる ERR の差異は確認できない．

- 難しい問題では，生存選択の違いによる FES, ERR の差異は確認できない．

上記の連続世代モデルによる DE に関して得られたものと同様の知見は，連続世代モデルによる GA や ES において報告された内容と整合している^{11),13)}．本稿で提案した最悪選択は，文献 13) の全体的な生存選択に該当し，探索空間での位置によらず集団の中から淘汰する個体を選択する．このため，全体的な生存選択は，集団の収束性を向上させる．しかし，多峰性の難しい問題においては，集団を局所解に陥らせる危険性がある．

一方，DE の家族選択は，文献 13) の個別的な生存選択に該当し，淘汰する個体を局所的に選ぶことで，集団の多様性を高める効果が期待される．しかし，DE の家族選択では，家族が親と子の 2 個体のみと少ないため，各親の近傍における局所的な探索が十分に行われない．また，DE の収束性に関しては，分散分析の結果から，生存選択よりも複製選択の違いの方が大きく影響する．このため，連続世代モデルに基づく DE の家族選択においては，個別的な生存選択に期待される効果が確認できなかったものと考えられる．

8. おわりに

本稿では，既存の DE が離散世代モデルに基づくことを指摘し，連続世代モデルによる DE を提案した．次に，世代モデルの違いが DE の性能に及ぼす影響を分散分析を用いて明らかにした．連続世代モデルによる DE の利点は，以下のとおりである．

- 単峰性の易しい問題においては，既存の DE で得られる解の精度を落とすことなく，目的関数値の計算回数，すなわち，DE の処理時間を短縮できる．
- 多峰性で変数間に依存関係がある難しい問題においては，推奨値かそれ以上の集団サイズを用いたり，複製選択に「rand」を採用したりするなど，集団の多様性を確保するための処置を施すことで，既存の DE と同程度の性能を発揮する．
- 新たな生存選択を容易に導入できるため，それにより DE の性能を改善できる．たとえば，最悪選択は単峰性の易しい問題において DE の収束性を向上させる．
- 新たに制御パラメータを増やす必要がない．
- 集団を保持するメモリ領域や，集団の入れ換えの時間を節約できる．ただし，今日の計算機の能力を考えると，これらの利点による恩恵はそれほど大きくはない．

連続世代モデルは GA や ES では広く用いられている．一般的に，連続世代モデルを採用すると，離散世代モデルに比べて集団の収束性は向上するが，収束性と多様性はトレードオフの関係にあため，集団の多様性を維持する工夫が必要となる．本稿では，DE の世代モ

デルと生存選択に着目し，分散分析を用いることで，上記の進化的計算の本質的な特性を，DE においても確認するとともに，DE のさらなる進化の方向性と可能性を示した．

今後の課題としては，連続世代モデルによる DE が有効となる問題のグループの特徴をより明確にすること，連続世代モデルに適した新たな生存選択を考案すること，連続世代モデルの DE に対する制御パラメータの推奨値を求めることなどがあげられる．

参考文献

- 1) Storn, R. and Price, K.: Differential evolution — A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous space, *Journal of Global Optimization*, Vol.11, No.4, pp.341–359 (1997).
- 2) Price, K.V., Storn, R.M. and Lampinen, J.A.: *Differential Evolution — A Practical Approach to Global Optimization*, Springer (2005).
- 3) Eshelman, L.J. and Schaffer, J.D.: Real-coded genetic algorithms and interval-schemata, *Foundations of Genetic Algorithms 2*, pp.187–202, Morgan Kaufmann Publ. (1993).
- 4) Omran, M.G.H., Engelbrecht, A.P. and Salman, A.: Differential evolution methods for unsupervised image classification, *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Vol.2, pp.966–973 (2005).
- 5) 田川聖治: 微分進化法による平衡型 SAW フィルタの最適設計, *電気学会論文誌 C*, Vol.128, No.3, pp.462–468 (2008).
- 6) 北野宏明: *遺伝的アルゴリズム*, 産業図書 (1993).
- 7) Storn, R.: System design by constraint adaptation and differential evolution, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.3, No.1, pp.22–34 (1999).
- 8) Kukkonen, S. and Lampinen, J.: GDE3: The third evolution step of generalized differential evolution, *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Vol.1, pp.443–450 (2005).
- 9) Rahnamayan, S., Tizhoosh, H.R. and Salama, M.M.A.: Opposition-based differential evolution for optimization of noisy problems, *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp.6756–6763 (2006).
- 10) Noman, N. and Iba, H.: A new generation alternation model for differential evolution, *Proc. Genetic and Evolutionary Computation Conference*, pp.1265–1272 (2006).
- 11) Syswerda, G.: A study of reproduction in generational and steady-state genetic algorithms, *Foundations of Genetic Algorithms*, pp.94–101, Morgan Kaufmann Publ. (1991).
- 12) 佐藤 浩, 小野 功, 小林重信: 遺伝的アルゴリズムにおける世代交代モデルの提案と評価, *人工知能学会誌*, Vol.12, No.5, pp.734–744 (1997).

- 13) 高橋 治, 小林周平, 小林重信: 交叉の突然変異による適応的近傍探索: 騙しのある多峰性関数の最適化, *人工知能学会誌*, Vol.16, No.2, pp.175–184 (2001).
- 14) Yao, X., Liu, Y. and Lin, G.: Evolutionary programming made faster, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.3, No.2, pp.82–102 (1999).
- 15) 田中 豊: パソコン実験計画法入門, 現代数学社 (1985).
- 16) 廣安知之, 三木光範, 上浦二郎: 実験計画法を用いた分散遺伝的アルゴリズムのパラメータ推定, *情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用*, Vol.43, No.10, pp.199–217 (2002).
- 17) Czarn, A., MacNish, C., Vijayan, K., Turlach, B. and Gupta, R.: Statistical exploratory analysis of genetic algorithms, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.8, No.4, pp.405–421 (2004).
- 18) Rojas, I., Gonzalez, J., Pomares, H., Merelo, J.J., Castillo, P.A. and Romero, G.: Statistical analysis of the main parameters involved in the design of a genetic algorithm, *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, Vol.32, No.1, pp.31–37 (2002).
- 19) Petrovski, A. and McCall, A.B.J.: Statistical optimization and tuning of GA factors, *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Vol.1, pp.758–764 (2005).
- 20) Teixeira, F. and Romariz, A.: Digital filter arbitrary magnitude and phase approximations: Statistical analysis applied to a stochastic-based optimization approach, *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation*, pp.4089–4096 (2008).
- 21) Fan, H.Y. and Lampinen, J.: A trigonometric mutation operation to differential evolution, *Journal of Global Optimization*, Vol.27, No.1, pp.105–129 (2003).
- 22) Qin, A.K. and Suganthan, P.N.: Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization, *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Vol.2, pp.1785–1791 (2005).
- 23) Noman, N. and Iba, H.: Accelerating differential evolution using an adaptive local search, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.12, No.1, pp.107–125 (2008).
- 24) Shang, Y.W. and Qiu, Y.H.: A note of the extended Rosenbrock function, *Evolutionary Computation*, Vol.14, No.1, pp.119–126 (2006).
- 25) Ronkkonen, J., Kukkonen, S. and Price, K.V.: Real-parameter optimization with differential evolution, *Proc. IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Vol.1, pp.506–513 (2005).
- 26) Wolpert, D.H. and Macready, W.G.: No free lunch theorems for optimization, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.1, No.1, pp.67–82 (1997).

(平成 20 年 8 月 16 日受付)

(平成 20 年 9 月 27 日再受付)

(平成 21 年 1 月 16 日採録)



田川 聖治 (正会員)

1962 年生 . 1991 年神戸大学大学院工学研究科修了 . 神戸大学工学部助教授等を経て, 現在, 近畿大学理工学部教授 . 博士 (工学) . 進化的計算を中心として, メタ戦略とその応用に関する研究に従事 . IEEE, 電気学会, 計測自動制御学会, システム制御情報学会各会員 .