Vol.2009-MPS-76 No.15
Vol.2009-BIO-19 No.15
2009/12/17

集合被覆法を用いた船舶スケジューリングにおける複数オーダーの同時積み付け計画の立案について

瀬　田　剛　広[†1]

船舶による輸送計画を立てるスケジューリング問題，特に複数オーダーの同時積み付け計画を含めた問題に対する，既存手法の定式化およびアルゴリズムの拡張を提案した．この拡張は複数オーダーの同時積み付け計画の考慮範囲を広げ，最適化を行うことを可能にするものであり，この拡張を用いることによってより良く解ける問題が存在することが実験例により示された．また，この拡張は全体の計算速度を大きく落とすものではなく，計算時間に合わせてパラメーターを調整し，設定既存手法の計算速度を維持することが可能な手法である．

Way of Order Pairing in Set-cover Ship-scheduling Algorithm

SETA Takahiro[†1]

A new formulation and a corresponding algorithm for ship scheduling problems with multiple order pairing is suggested. The suggested method makes it possible to treat wider pattern of pairing way simultaneously and so to optimize schedules more efficiently, and it is shown that there exists an example which can be solved with much better solution by the method. In addition, the suggested method has a parameter with which the calculation time can be tuned, and does not take much longer time than the existing methods.

†1 独立行政法人 海上技術安全研究所
National Maritime Research Institute; Japan

1. はじめに

OR の分野で盛んに研究されてきた，そして今でも研究されている問題として配送計画問題 (Vehicle Routing Problem, VRP) がある．この問題は Vehicle という単語が表すように，主に陸上のトラックでの輸送を扱う問題であるが，海の世界でも陸と同様，船舶スケジューリング問題（配船計画問題）が存在する．しかし，残念ながらその研究は陸における配送計画問題ほど進んでいるとは言い難い．配送計画問題と全く同じで面白みが無い訳ではなく，船舶独自の特徴も多く存在するのにも関わらず，である．特に我が国は周囲を海に囲まれ，造船等に於ける一流の技術を持ちながら，この分野の研究の事例は非常に少ない様である．(配船分野の研究動向については，サーベイ論文[1),4),5)] が存在し，分かり易くまとめられている．いくつかの例について，比較的詳細にまとめられた，日本語の文献[2)] も存在する.)

だが，環境問題を考えても，効率的な船舶の運航が行われることは，単に運航効率の面だけでなく，モーダルシフトの推進による環境負荷減少という二重の効果が期待され，社会的意義も大きい．また，幾つかの船会社の配船の様子を見ても，人手に頼る部分が非常に多く，近年の技術革新の反映余地が大きい分野である．

陸上における VRP においても様々な問題設定が存在するように，配船計画においても様々な問題設定が存在するが，本稿ではこの配船計画問題の中でも特にタンカーを対象とした，複数オーダーの同時積み付けを考慮した配船計画問題を扱う．VRP が扱う陸上における輸送では複数の荷物の混載を考えるのは通常のケースであるが，タンカーの配船計画においては，トラックと船舶という輸送体の違いとともに，輸送品が液体であることなどによる異なる性質があり，別に扱うべき問題となっている．

この問題に対する既存研究として，坂口ら[6)] による制約プログラミングを用いた解法や久保・小林[3)] による集合被覆法による解法などが提案されている．著者は，この問題の特に，複数オーダーの同時積み付け方法（ペアリング）の決定に関し，瀬田[7)] において，久保・小林[3)] の定式化を変更することにより，高速性をある程度維持しながらも，複数オーダーの同時積み付け法についてより幅広く検討し，計画を立案する手法の可能性を指摘している．本稿は，その手法について改めて整理・改良しまとめるとともに，その有効性を確認する実験を行い，報告するものである．

2. 問題の概要

本稿で扱う複数オーダーの同時積み付けを考慮した配船計画問題の概要についてここで

Vol.2009-MPS-76 No.15
Vol.2009-BIO-19 No.15
2009/12/17

簡単に述べる．

まず，船舶スケジューリング，特に配船計画とは，ある船会社の支配下の複数の船舶（船隊と呼ぶ）のある期間の運航計画を立てるものである．対象とする期間などでいくつかに分類される[1)] が，中でも本稿で扱う事例は「内航」の「不定期船」を対象とし,「オーダー式」のものである．これは，国内の港間の輸送を対象にしており，船ごとに決まった航路に従って繰り返し長期間運航を行うモデルではなく，荷主から,「どのような荷物 (What) を，どれくらいの量 (How much)，どこからどこまで (Where)，いつからいつまで (When) に運んで欲しい」という要望（オーダー）を受け，それに従って支配下の船舶の運航計画を定めるものである．VRP の枠組みでいえば Time Window があり，Pickup と Delivery とがある問題に相当する．ただし，船舶は広域を動き，航海は複数日にまたがるため，長距離トラックの問題に近いものとなっている．問題設定にもよるが，要望を全て処理しきれない場合に他の船会社等から船の融通（支配下船舶に比べ割高になるが,「スポット傭船」と呼ばれる形などがあり，この形式を本稿でも扱う）を受けて処理したり，逆に支配下船舶が余っている場合に，他社に貸し出したり，本来の輸送対象の荷物以外のものを運んだりというようなこともある．オーダーの形式としては，同時に輸送する貨物の組合せが完全に指定される形式もあれば，同時に輸送する貨物を決定する部分まで計画対象とする形式もあるが，本稿では組合せは指定されずアルゴリズムの側で決定する問題設定とした．坂口ら[6)] 同様，本稿では船舶が空荷になってから次に空荷になるまでに運ぶオーダーの組をペアと呼ぶことにする．なお，これは，久保・小林[3)] においてはタスクと呼ばれているものに該当する．また，このペアを構成するオーダーの組合せを求めることをペアリングと呼ぶことにする．

船舶の問題を扱うにあたって，特に注意すべき点としては以下の様な点が挙げられる．まず，船舶のトラックと大きく異なる特徴として，オーダーメイドで造られ，基本的には船隊内の船それぞれ，性能が異なるということがある．そのため，計画時は船舶を 1 隻 1 隻区別して扱うことが求められる．陸上でも積載量の異なる複数の車輌を考慮することはあるが，船舶の場合，一般的にはさらに，荷役速度，移動速度なども異なるという特徴がある．また，上に挙げたスポット傭船などという形があるものの，需要に応じて船舶を追加・削減するということは難しいという特徴もある．さらに，船舶の運航には気象・海象の影響による遅延・早着が多発するという点が挙げられる．そのため，人間が配船を行いタイムスケジュールを計画する場合は，細かい例でも数時間単位や 1 日を午前と午後と 2 つに分けるといった程度で，陸上での計画に比べて粗い指定となる．同時に，一度立てた計画も頻繁に更新することが求められ，アルゴリズムの実行は分単位であることが望まれる．計画期間としては数日から長くて 1ヶ月程度が対象となる．内航海運の場合，港から港までの航海に数日を要するため，船舶 1 隻あたり，1 ペアから最大で 10 ペア程度を運ぶ期間に相当する．また，陸上の VRP では主に時間の制約要因となるのは移動時間と考えられるが，船舶の場合は輸送量が大きいこともあり，荷役にかかる時間も大きな割合を占める．半日程度から大型船では日を跨って荷役を行うこともある．

次に，本稿の提案部分である配船計画の定式化については,「オーダー式で複数オーダーの同時積み付け（ペアリング）を考慮する」という問題設定が合えば様々な問題に適用可能と考えられ，詳細については必ずしも必要はないが，問題を具体化するため，ここで特に本稿の実験で扱った問題設定について述べる．本稿では，ある船会社の実際の業務および船の運航実績を元に問題設定およびテストデータを作成した．運航実績で同じ船舶で輸送された複数の製品については 1 つ 1 つ分離し，それぞれをオーダーとし，この分離されたオーダーの同時積み付け法（ペアリング方法）を計算する部分も問題の一部として問題設定を行った．現実では積地・揚地・要求日[⋆1]が一致するものは，同時に輸送することが暗黙の内に定められていたものと考えられ，問題設定は実際よりややオーダーを細かく分割しすぎている恐れがあるが，船舶の有効利用のため複数のオーダーをまとめて運ぶ計画は配船担当者の業務の一部であることからこの設定としている．実際の運航においては船が傾くことが無い様，荷の積み付け位置にも注意を払うが，その考慮は除外した．オーダーが要求する積日・揚日については，実績の積日・揚日が要求されたものとしてテストデータを作成した．積日については指定された日に行うものとし，揚日については指定日以前に到着すれば良いものとした．実際の運航においては，全く同じ時間に 2 隻の船が同時に同じ場所で荷役を行うことは許されないが，現実世界においても，荷役設備の利用順序の調整は直前になって行うケースが多い様であり，また，積日・揚日を現実に合わせ指定したことから，実績で競合しなかった荷役が配船結果で競合することも少ないと考え，本報告の問題設定では考慮不要とした．最適化の目標は期間内の船舶の総運航距離を用いた．

なお，本稿の実験においては特に内航タンカー（ケミカルタンカー）を対象としている．タンカーは，

- 船体内に「ホールド」と呼ばれる区画（タンク）を複数持つ．なお，本稿の実験で扱った事例の場合，1 隻あたりのホールド数は 4 または 5 区画である．
- 船の形状が単純な直方体では無いということもあり，同じ船舶のホールドであっても互

⋆1 船舶においては荷物を船から陸に「降ろす」ことを「揚げる」と呼ぶ．

Vol.2009-MPS-76 No.15
Vol.2009-BIO-19 No.15
2009/12/17

いに容量が等しいとは限らない．

- 輸送品は液体または粉体であり（ケミカルタンカーの場合は揮発性の油など）一度混ざると分離出来ないため，異なる品種を同じホールドには積載することは出来ない．

といった特徴を持ち，特に複数オーダーの同時積み付けが問題になりやすい性質がある．

3. 定式化とアルゴリズム

本稿の目的は久保・小林[3] の定式化を改良することにより，ルーティング問題の定式化上の制約により必ずしも考慮しきれていなかったと考えられるペアリングの考慮幅を広げ，より良いアルゴリズムに拡張することにある．そのため，ここでまず，久保・小林[3] の手法の定式化とその流れを確認し，その後，本稿でどの部分を変更し，アルゴリズムを構成するのかを示すこととする．

3.1 既存手法の概要および問題点

本稿が改良しようとするアルゴリズムの流れは以下の様である．

まず，大枠の構成として，対象とする配船問題をペアリング問題とルーティング問題という二段階に分けて解くものである．ここでペアリング問題とは，問題の概要で述べた通り，複数のオーダーを同時に運ぶ，その組合せ方を求める問題であり，ルーティング問題とは，求めたペアをそれぞれ支配下船舶に順序も含めて割当て，各船舶の運航計画（ルート）を定める問題である．ペアリング問題・ルーティング問題それぞれ，その中がさらに主問題と子問題との二段階（列生成法を用いることからの名称である）に分かれている．子問題は可能なペアまたはルートを列挙する部分であり，主問題はその中から，必要な物のみを選択する部分である．ペアリング問題の場合，子問題はペアを列挙する問題であり，主問題はその中からルーティング問題において利用するペアの集合を決定する部分である．ルーティング問題の場合，子問題は各船舶ごとの可能なルート (ペアの列) を列挙する問題であり，主問題は列挙されたルートから各船舶に 1 つずつ選んで割り当て，最終的な計画を計算する問題である．

ルーティング問題（主問題）は次の様な定式化である．なお，変数名及び添字については本稿の表記に従い変更している．

$$\text{min.} \quad \sum_{v \in V} \sum_{r \in R_v} C_{vr} x_{vr} + \sum_{p \in P} F_p y_p \tag{1a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{(v,r):p \in P_{vr}} x_{vr} + y_p = 1 \quad \forall p \in P \tag{1b}$$

$$\sum_{r \in R_v} x_{vr} \leq 1 \quad \forall v \in V \tag{1c}$$

$$x_{vr} \in \{0,1\} \quad \forall v \in V,\ r \in R_v \tag{1d}$$

$$y_p \in \{0,1\} \quad \forall p \in P \tag{1e}$$

V は支配下船舶の集合を，R_v は船舶 v のルート候補の集合を，C_{vr} は船舶 v がルート r に従って運航した場合のコストを，P はペアの集合を，F_p はペア p をスポット傭船で運ぶ場合のコストを，P_{vr} は船舶 v がルート r で処理するペアの集合を表し，これらが問題への入力である．x_{vr} は船舶 v がルート r を選択するかどうか，y_p はペア p をスポット傭船で処理するかどうかを表し，定めるべき値である．なお，F_p はスポット傭船のコストという意味づけをせず，オーダーが支配下船舶で処理されなかった場合のペナルティや逸失利益などと考えても構わない．目的関数 (1a) は各支配下船舶 v が選択したルート r のコスト C_{vr} の和に，支配下船舶群では処理出来なかったペアに対して用いたスポット傭船のコスト F_p の和を加えた総コストを最小化したいことを表す．一般にスポット傭船にかかるコストが大きいことから，F_p は C_r と比較して大きな値となり，支配下船舶のみで出来るだけ多くのオーダーを処理する様に計算することになる．1 つ目の制約式 (1b) は，全てのペア p が，支配下船舶がそれを含む経路 r を選ぶ，もしくは，スポット傭船がそれを運ぶことによって処理されることを表す．2 つ目の制約式 (1c) は，それぞれの船舶 v が選べる経路 r は高々1 つということを表す．全体としては全てのペアの集合をその部分集合であるルートの集合で分割・被覆する集合分割・被覆問題の形式となっている．

このルーティング問題に対する子問題は十分な大きさの R_v を生成することに相当する．この生成は連続して実行可能なペアと開始時刻とを表現した時空間ネットワーク上で最短路問題（あるいはパス列挙問題）を解くことによるが，本稿の目的から外れるため，詳細は割愛する．

次にペアリング問題（主問題）は次の様な定式化である．やはり，変数名及び添字については本稿の表記に従い変更している．

$$\text{min.} \quad \sum_{p \in P} C_p x_p + \sum_{o \in O} F_o y_o \tag{2a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{p: o \in O_p} x_p + y_o = 1 \ \ \forall o \in O \tag{2b}$$

$$x_p \in \{0,1\} \ \ \forall p \in P, \ y_o \in \{0,1\} \ \ \forall o \in O \tag{2c}$$

上の式において P は可能なペアの集合，C_p はペア p のコスト，O はオーダーの集合，F_o はオーダー o を単独で運ぶ場合のコスト，O_p はペア p に含まれるオーダーの集合であり，これらが問題への入力である．x_p はペア p を採用するかどうか，y_o は 1 つのオーダー o のみからなるペアを採用するかどうかを表し，定めるべき値である．目的関数 (2a) は選ばれたペア全体のコストの総和を表し，制約式 (2b) は各オーダーに対し，それを含むペアを 1 つに限定することを表す．ルーティング問題同様，全てのオーダーの集合をその部分集合であるペアの集合で分割・被覆する集合分割・被覆問題の形式となっている．なお上の定式化において，ペアの集合に対しては，P というルーティング問題と同じ文字を用いたが，ペアリング問題において x_p あるいは y_o が 1 となったペアがルーティング問題の P として選択されるものであり，一般にこれらは互いに異なる集合である．

ペアリング問題に対する子問題は十分な大きさの P を生成することに相当する．既存手法においてはこれを混合整数計画問題として定式化し，列生成法を用いて求めているが，本稿の目的から外れ，また，本稿で扱った事例とは定式化が一致しなかったため，詳細は割愛する．

以上が既存手法の概要であるが，本稿では，既存手法がペアリング問題において，各オーダーに対しそれを運ぶペアを 1 つに制限している，という点を改善すべきポイントとして着眼した．この制限が妥当性を持つためには後に続くルーティング問題の要請に対して上手いペアを選択出来ている必要があるが，既存手法におけるペアの選択法の最適性が保証されているわけではないため，事例によっては，良いペアを選ぶことが出来ないものと考えられる．特に一般に船舶は一隻ごとにそれぞれ異なることから，船舶によっては同時に運ぶことが出来ないオーダーの組合せがあることも懸念され，全体としてペアを 1 つに限定する定式化はリスクが高いものと考えられる．また，この制限はルーティング問題の定式化から来ているため，そのためにルーティング問題の定式化も含めて見直す必要がある．

なお，実際に上記の様な既存手法に対する問題が発生する例として，人工的な問題であれば，以下の様な問題例が構成可能である．

船隊構成　2 品種まで運べる大型船舶 1 隻と 1 品種までの小型船舶 2 隻

オーダー　同時期にある地点から離れた別の地点まで 4 品種を運ぶ輸送依頼

この場合，期待される最適な計画は，4 品種を $2+1+1$ に分け，3 隻の船舶に運ばせるものであるが，既存手法を適用した場合，ペアリング問題において，4 品種を $2+2$ に分けてしまい，ルーティング問題は失敗してしまう．イメージのしやすさのため「品種」という言葉を用いたが，扱っている問題の言葉では「オーダー」に対応し，同時に輸送可能な品種の数は積載量やホールドの構成などにより表現される．

3.2 提案する定式化と対応するアルゴリズム

本節において提案する定式化を述べる．なお，既存手法との差異は，式中において太字で強調している．併せて定式化の変更に伴い可能となる，あるいは要求されるアルゴリズムの修正についても述べる．

3.2.1 ルーティング問題

まず，ルーティング問題の定式化 (1) を以下の様に変更する．

$$\text{min.} \quad \sum_{v \in V} \sum_{r \in R} C_{vr} x_{vr} + \sum_{p \in P} F_p y_p \tag{3a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{(v,r): \boldsymbol{o \in O_{vr}}} x_{vr} + \sum_{\boldsymbol{p: p \in O_p}} \boldsymbol{y_p} \geq 1 \ \ \forall \boldsymbol{o} \in \boldsymbol{O} \tag{3b}$$

$$\sum_{r \in R_v} x_{vr} \leq 1 \ \ \forall v \in V \tag{3c}$$

$$x_{vr} \in \{0,1\} \ \ \forall v \in V, \ r \in R_v \tag{3d}$$

$$y_p \in \{0,1\} \ \ \forall p \in P \tag{3e}$$

O_{vr} は船舶 v のルート r に含まれるオーダーの集合，O_p はペア p に含まれるオーダーの集合を表し，その他の変数の定義は変わらない．

既存手法[3] との大きな違いは 1 番目の制約条件 (3b) をオーダー単位で立式している点である．式の違いは小さいが，オーダー単位でスポット傭船の利用を判断することが出来る様になり，1 つのオーダーを含むペアを複数用意することが可能となっている．また，小さな違いではあり，既存手法でも同じ立式を用いることはあるが，同じ制約式において，$=$ ではなく $\geq$ を用い，集合分割ではなく，集合被覆としての立式を基本としている．自然な定式化は集合分割としての定式化であるが，この後提案するペアリング問題の定式化の変更により，集合被覆は可能でも集合分割は不可能となる場合があり得るため，集合被覆を基本とした．もし，同じオーダーが二重に処理されてしまう結果が出た場合は，その段階で該当オーダーを含むペアからそれを取り除くことで望ましい集合分割の結果が得られることになる．

また，この定式化の修正は，既存手法に対し互換性を持つものである．既存手法同様，オーダーを含むペアの数を 1 つに制限した場合，全く同じ形の制約式が複数現れることにはなるが，完全に既存手法と同じ問題となる．通常の MIP ソルバーであれば前処理で余分な制約式は除去されるため，計算速度に与える影響も軽微と期待される．

さらに，式の上には現れないが，全く同じオーダーの組合せのペアを複数用意することも可能である．実際，本稿の実験における実装では，寄港順序によって，移動にかかる距離や実行可能性が変わることから，ペアに寄港順序の情報も含め，全く同じオーダーの組合せであっても，寄港順序が違うものは異なるペアとして扱うこととしている．

なお，ルーティング問題の子問題を解くにあたって，列生成を用いる場合は，アルゴリズムに修正が必要である．定式化において制約式をオーダー単位で立式するよう修正したことから，対応する双対変数値の意味づけが,「ペアを処理する価値」ではなく,「オーダーを処理する価値」を表すものに変化している．よって，列生成においてペアに対する双対変数値を利用していた部分は，ペアに含まれるオーダー全てに対する双対変数値を合計したものを用いる様に変更する必要がある．

また，上では P の全てのペアについて y_p 及び F_p を用意しているが，一部のペアのみについて y_p 及び F_p を用意する形でも良く，逆に P に含まれないペアに対して y_p 及び F_p を用意しても構わない．一般に支配下船舶で扱えるペアと 1 回のスポット傭船によって扱うことが出来るペアとが一致する保証は無いが，これによりそのような事例にも対応可能である．特に，オーダー 1 つからなるペア p については必ず y_p 及び F_p を用意することとすれば，実行可能解の存在を保証することが出来るメリットがある．あるいは，その特殊な形として，スポット傭船に対応する変数 y や F をペアに対してではなくオーダーに対して用意した下の形式を用いても良い．オーダーごとに輸送料金が定まっていて逸失利益として表現したい場合や，単に支配下船で運べなかったオーダーにペナルティをかけたい場合など，事例によってはこちらの形がより状況を正確に表すことが可能と考えられる．本稿の実験における実装も，この方式を用いている．

$$\text{min.} \quad \sum_{v\in V}\sum_{r\in R} C_{vr}x_{vr} + \sum_{\boldsymbol{o}\in\boldsymbol{O}} \boldsymbol{F_o y_o} \tag{4a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{(v,r):\boldsymbol{o}\in\boldsymbol{O_{vr}}} x_{vr} + \boldsymbol{y_o} = 1 \quad \forall \boldsymbol{o}\in\boldsymbol{O} \tag{4b}$$

$$\sum_{r\in R_v} x_{vr} \le 1 \tag{4c}$$

$$x_{vr} \in \{0,1\} \quad \forall v\in V,\ r\in R_v \tag{4d}$$

$$\boldsymbol{y_o} \in \boldsymbol{\{0,1\}} \quad \forall \boldsymbol{o}\in\boldsymbol{O} \tag{4e}$$

ここで，F_o はオーダー o をスポット傭船で処理する場合のコスト，y_o はオーダー o をスポット傭船で処理するかどうかを表すバイナリ変数である．

3.2.2 ペアリング問題

次に，ペアリング問題の定式化を変更する．すでに，ルーティング問題の定式化の修正により，ペアリング問題の出力として，オーダーごとのペアの数を 1 つに限定しなければならないという制限が消えており，既存手法の制約式 (2b) を緩めれば，目的を達成することが出来る．

例えば，1 つのオーダーに対し，それを含むペアの数として N 個程度を認めるなら，既存手法において，各オーダーに対して，それを含む効率的なペアを求める定式化を以下の様に修正すれば良い．

$$\text{min.} \quad \sum_{p\in P} C_p x_p + \sum_{o\in O} F_o y_o \tag{5a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{p:o\in O_p} x_p + y_o \ \ge \boldsymbol{N} \quad \forall o\in O \tag{5b}$$

$$x_p \in \{0,1\} \quad \forall p\in P,\ \boldsymbol{0 \le y_o \le N} \quad \forall o\in O \tag{5c}$$

これにより，それぞれのオーダー o に対し，それを含むペア x_p を N 個程度残すことが可能となる．正確に N 個である必要はないため，また，既存手法においてはペアリング問題の段階で集合分割になっていなければ，続くルーティング問題で集合分割が出来ないという性質があり，$=$ を用いる意味があったが，$N \ge 2$ においては $=$ を用いて立式しても結果として得られたペアの集合で集合分割が可能とは限らないため，制約を緩和し，式 (5b) においては，$\ge$ を用い N 個以上とした．ただし，目的関数の最小化の条件があるため，無制限に大きくなることはなく，ほぼ N 個になる．もちろん，$\ge$ の代わりに既存手法同様の $=$ を用いても構わない．また，y_o の範囲を広げたのは，全てのペアを考えても N 個のペアが

見つからない様な場合にも実行可能解の存在を保証するためである．

上の式では既存手法との変更部分を最小限にするため，変数名なども変えなかったが，オーダー 1 つだけからなるペアを特別扱いせず，それらを P に含めてしまい，y_o および F_o の解釈を変え，単なるソフト制約化のための変数および制約違反のペナルティと扱っても構わない．むしろ，その場合，F_o は純粋にペナルティを表すため，オーダーを単体で運ぶ場合のコストとは無関係に大きな値を用いることが可能となり，多くのペアが選択されることが期待出来る．また，上では整数計画問題として定式化しているが，オーダーあたりのペアの数は任意であり N 個にこだわる必然性も無いことから，整数条件を外し，x_p を $[0,1]$ を取る連続的変数として，ゼロ以外の値を持った物については残す，というルールを用いることも可能である．多くのケースでは整数条件を外しても 0 以外の値を持つ変数の数が無制限に増えることはないと期待されるが，場合によっては残す個数の上限を定めても構わない．この方法を用いれば，ペアリング問題の主問題に時間がかかるような問題例に対しては高速化が期待される．

さらに，提案手法のペアリング問題において，オーダーごとのペアの数は共通である必要はない．一般的な傾向としては，より多くのペア候補を生成することは後に続くルーティング問題における計画結果の品質向上に資するものと考えられるため，オーダー単位のペア生成数を共通の N ではなく，オーダーごとに定まる N_o とし，

$$\text{min.} \quad \sum_{p \in P} C_p x_p + \sum_{o \in O} F_o y_o \tag{6a}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{p:o \in O_p} x_p + y_o \ \geq \boldsymbol{N_o} \quad \forall o \in O \tag{6b}$$

$$x_p \in \{0,1\} \quad \forall p \in P,\ \boldsymbol{0 \leq y_o \leq N_o} \quad \forall o \in O \tag{6c}$$

という形で立式し，特に重要なオーダーなどに大きめの N_o を設定するといったことも可能である．

また，問題のサイズが十分に小さい場合，$N = \infty$ と思って P の中から選別を行わず，生成・列挙されたペア P 全てをルーティング問題に引き渡しても構わない．これが可能になったのもルーティング問題の定式化を修正したことによる．

その他，3.1 節で示した人工的な例の様に，船舶の性能がそれぞれ違うことから，全船隊一括でペアリング問題を解くと，小型の船舶など制限の大きい船舶が扱えるペアが残されなくなることなども懸念されるため，船舶ごと個別にペアリング問題を解き，その結果を統合してルーティング問題へ引き渡すという手法なども可能である．

なお，本稿の提案手法は，ペアリング問題の子問題を解くための手法については指定しない．後に示す実験においては実行可能な全てのペアを生成しているが，事例によっては，ペアリング問題を解く際，久保・小林[3] の列生成の手法を利用することで，高速に計算を行える可能性が存在する．提案手法の定式化に合わせて列生成法を再構成することも可能と考えられるが，列生成に用いる双対変数値を得るための式は提案手法ではなく既存手法の式を用い，最終的なペアの選択にのみ提案手法の定式化を用いれば，既存手法で列生成法が利用出来た事例については，そのまま列生成法が利用でき，ペアリング問題の計算速度への影響は無視出来るものと期待出来る．

また，オーダーごとのペアの数 N については問題の大きさや複雑さによって変化させると良いものと考えられるが，これについても本提案ではその設定法を指定しない．最適な値を選ぶのは難しく，恐らく理論的に定まるものではないと考えられる．定式化 (5) のような単純な手法を用いた場合，3.1 節で示した人工例であれば $N = 5$ で最適解が求まるが，どんな N に対してもそれでは足りない様な例が容易に構成可能である．（人工例のオーダー数を増やせば良い.）しかし，多くの事例においては，例えば，単に N を 5 や 10 に固定しても，確率的には十分な数のペアを残すことが多くなるものと期待されるため，既存手法に比べて安定的に優位性を持った結果を出すものと考えられる．また，N を 5 や 10 にした結果に加えて，N を 1 にした場合の結果との和集合を取ることとすれば，既存手法で選ばれていたペアは残ることが保証され，既存手法に比べた，計算時間以外の性能の更なる安定的優位性が期待される．その他にも，例えば，式 (6) の形の定式化を用いた場合，ルーティング問題を（最後まで，あるいは部分的に）解き，その上で求まるオーダーの価値（制約式の双対変数値など）に応じて N_o を変化させて，新しく生成されたペアを追加するといった形で，列生成法に似た考え方でペアリング問題を子問題とルーティング問題を主問題として繰り返す様な反復解法なども考えられる．

4. 実験および結果

本稿の提案の主な目的は既存手法を拡張した新たな定式化を示すことにあり，人工的な例としては，すでに示した様に提案手法でなければ求まらない例が存在するため，一定の優位性があることは示されている．これに加え，本稿では，人工的ではない現実の事例を元にしたデータで，既存手法では不十分と思われる事例が存在するかどうか，また，既存手法に対し，速度面での低下がどの程度発生するのかを確認するため実験を行った．その結果を示す．

実験に利用したテストデータおよび環境は以下の通りである．テストデータとしてはある

ケミカルタンカーの船隊の運航実績を元にしたデータを利用した．利用したテストデータに含まれる船舶は 7 隻，オーダーは全部で 111 件，期間は約 1ヶ月（最初の積日から最後の揚日までで 32 日間）であった．船舶 1 隻あたりのホールドの数は前述の通り最大 5 区画，1 航海あたりの期間は 1 日から 4 日まで幅があるが，平均して 3 日程度，同時に運ぶオーダー数も幅があるが最大 4 つであった．計算環境としては，CPU が Intel Pentium4 3.4GHz, RAM が 4GByte である Windows XP マシンに混合整数計画ソルバーとして，ILOG 社（現在は IBM 社）の CPLEX 11.2 を用いた．プログラムは C++言語で作成し，Microsoft 社の Visual Studio 2005 Professional Edition の Release ビルドでコンパイルした物を用いた．最適化の目的関数としては，支配下船舶で処理しきれなかったオーダー数を最小化することを第 1 の目的関数とし，次に期間内の総航行距離を最小化することを目標とした．

なお，本稿で扱った事例においては，列生成法により高速化出来る目途が立たなかったため，ペアについては列生成による部分列挙では無く全列挙を行い，その中から有用なペアのみを絞り込む部分（ペアリング問題の主問題）について，提案手法を用いることとした．これは，問題設定の差があるためと考えられるが，時間に関する制約の存在などにより，本稿の事例では久保・小林[3] に示された様な簡単な子問題の定式化では列生成が行えず，列生成の反復 1 回にかかる計算時間が全列挙を行うのと同程度となってしまったためである．ただし，全列挙とはいっても，どの船舶にとってもメリットの無い遠回りの経路などは，最初から除外している．

表 1 は，あるテストデータに対し，提案手法のペアリング問題におけるオーダー単位で残すペア数を表すパラメーター N を変化させた実験の結果を表したものである．ルーティング問題においては，式 (4) の定式化を用いた．ペアリング問題においては，式 (5) の定式化を用い，x_p は整数制約を含めたバイナリ変数とした．オーダー 1 つからなるペアについては特別扱いせず，y_o はペナルティとして扱い，対する F_o としては十分に大きな値を指定した．表中の $N = \infty$ は生成されたペアを絞り込まず，全てルーティング問題で利用した場合の結果を表す．$N \equiv 1$ は列生成を用いていない点を除き，既存手法[3] と同等である．($N = 1$ との違いは式 (5b) において，$\geq$ ではなく $=$ を用いている点であるが，計算結果は全く同じであった.）実績値は人手による配船結果である．実績値であるため，本来，処理失敗オーダー数は 0 であるはずだが，ヒアリングによって得た条件に従いシミュレーションを行った所，1 つのオーダーについて間に合わない結果となったため，処理失敗オーダー数が 1 となっている．なお,「オーダー平均ペア数」はオーダーごとにそれを含むペアの数を数えて，平均したものであり，可能なペアの組合せが十分あれば N とほぼ等しくなるべきものである．利用されたペアの内，複数オーダーからなるものは 2 回数えることになるため，単に利用ペア総数をオーダーで割った値とはならない．

表 1 実験結果: ペアリング問題におけるパラメーター N を変化させた場合
Table 1 Numerical result: changing parameter N in the pairing problem

条件	利用ペア総数	オーダー平均ペア数	処理失敗オーダー数	総航行距離	計算時間（秒）
$N \equiv 1$	72	1	0	32009	5
$N = 1$	72	1	0	32009	4
$N = 2$	116	1.7	0	31541	14
$N = 3$	145	2.4	0	31888	28
$N = 4$	163	2.9	0	31549	31
$N = 5$	183	3.4	0	31549	30
$N = 10$	250	5.6	0	31569	66
$N = 15$	286	7.0	0	31571	77
$N = \infty$	380	11.0	0	31342	126
実績値	74	1	1	32630	—

結果が示す様に，既存手法に対応する $N \equiv 1$ に対し，提案手法で N を増やした物は全体的に高い改善率を示している．すなわち，事例によってはオーダーあたりのペア数を制限することは本来可能な改善を制限してしまう恐れがあるといえ，提案手法の実際に存在する事例に対する有効性が示された．実験はあくまでも例に過ぎないが，この規模の問題であれば，30 秒程度と十分に許容出来る程度の時間をかけることで，既存手法よりさらに 1.5%程度良好な結果を得ることが出来ており，提案手法を用いるメリットは大きいと考えられる．ただし，N を変化させた中で最も良い目的関数値を出しているのは，$N = \infty$ であるものの，次に良いのは $N = 2$ となっており，$N = 3$ では $N \equiv 1$ には勝るものの $N = 2$ と比較した場合は大きく悪化し，それ以降も $N = 2$ とほぼ同程度ながら上回ることは出来ないというように，N を増やしたからといって必ずしも単調に目的関数値が改善するとは限らないことがいえ，提案手法のペアリング問題の部分については未だ改善の余地があることも併せて示す結果ともなっている．

なお，特に表では示さないが，ペアリング問題において，整数制約を外した場合の実験も行ったところ，結果は計算時間・計算結果とも，上に示した整数制約を含めた場合と変わら

Vol.2009-MPS-76 No.15
Vol.2009-BIO-19 No.15
2009/12/17

ない物であった．ペアリング問題に出て来る問題は集合分割・集合被覆問題あるいはその一般化問題であり，一般的には難しい問題であるため，整数制約を外すことでその部分の高速化が図れる例もあるものと考えられるが，本稿の実験で扱った例は問題サイズが小さくペアリング問題に時間がかからなかったこともあり，特に効果は得られなかった．

5. まとめ

本稿では，複数オーダーの同時積み付けを合わせて行うタイプの配船計画問題に対する集合被覆法を用いた手法の改良案を提案した．

改良案は，既存手法に対する定式化上の変更は小さいがその改良効果は大きく，適用可能な問題範囲を広げ，また，同じ問題に対しても質の良い解を出力することが可能な手法となっている．ある実際の事例を元にした実験においては，提案手法によって，既存手法を上回る計画を出力することに成功するなどの有効性も示された．

提案手法は多少の計算速度の低下はあるものの，残すペアの数により計算速度をコントロールすることが可能であり，列挙された全てのペアを用い，時間をかけて良い解を得ることも，ペアを残す数の増加は控えめにして，時間と計算結果のバランスをとることも可能な手法となっている点でも，既存手法の柔軟性を高めることに成功している．

また，提案手法の柔軟性向上に伴う拡張可能性に関しても，ペアリング問題における列生成法利用との相性の検証や，ペアリング問題を子問題，ルーティング問題を主問題とした反復実行の有効性の検証などについては実験による確認までは至っておらず，今後の課題があるものの，可能性のある手法となっている．

今後の課題としては，特に重要なものとしては，提案手法の既存手法に対する優位性は示されたものの，ルーティングの段階に残すペアを増やそうとした結果，逆に計算結果の評価値が悪化することもあることがあり，与えられた問題に対し十分な品質の解を出力するためのパラメーター調整法あるいはそれに変わる対策が示されていない点が挙げられる．

また，既存手法に対する提案手法の計算速度の低下の主な原因は，ペアリング問題で残すペアの数が増大することにより，ルーティング問題で時空間ネットワークのグラフのサイズが大きくなり，その構成に時間が増大すること，および，それを用いた列生成において回数および 1 回の反復あたりの時間が増大することにあるが，実験における実装では，問題がそれほど大きくないこともあり，グラフの構成の最適化については必ずしも検討していないことから，その部分の最適化の可能性及びその最適化を行った場合の計算時間についても興味のある所である．

謝辞　この研究は独立行政法人新エネルギー・産業技術総合開発機構（NEDO）の先導研究開発「内航船の環境調和型運航計画支援システムの研究開発」及び同実用化研究開発「内航船の環境調和型運航計画支援システムと陸上交通情報連携に関する実用化研究開発」の一部として行ったものである．

また，船会社の方には貴重なデータ・情報等を提供していただいた．この場を借りて改めて感謝を申し上げる．

参考文献

1) Christiansen, M., Fagerholt, K. and Ronen, D.: Ship Routing and Scheduling: Status and Perspectives, *Transportation Science*, Vol.38, No.1, pp.1–18 (2004).
2) 小林和博，久保幹雄：船舶スケジューリング，第 20 回 RAMP シンポジウム論文集，pp.61–75 (2008).
3) 久保幹雄，小林和博：階層的積木法と列生成法の融合 – 輸送・船舶スケジューリングを例として –，計測と制御， Vol.47, No.6, pp.519–524 (2008).
4) Ronen, D.: Cargo ships routing and scheduling: Survey of models and problems, *European Journal of Operational research*, Vol.12, pp.119–126 (1983).
5) Ronen, D.: Ship scheduling: The last decade, *European Journal of Operational research*, Vol.71, pp.325–333 (1993).
6) 坂口　隆，加納敏幸，福村直登，武内陽子：ホールド割当を含む不定期船配船計画の最適化，スケジューリング学会 スケジューリング・シンポジウム 2008 講演論文集，pp. 139–144 (2008).
7) 瀬田剛広：複数オーダーの同時積み付けを考慮したケミカルタンカーの船舶スケジューリング，情報処理学会研究報告 (2009-MPS-73)，pp.181–184 (2009).