

炭酸水から生じる気泡の ビジュアルシミュレーション

西川 武志[†] Yonghao Yue[†]
金森 由博[‡] 西田 友是[†]

本稿では、炭酸水による気泡の生成、成長および運動のシミュレーション法を提案する。炭酸水の気泡はガラスなどの容器の表面や液中のほこりなどの微細な混入物の表面における小さな空気孔から発生する。

提案法ではこの空気孔を考慮し、容器や混入物の材質の違いに応じて、生じる気泡の勢いや大きさなどが異なる様子を表現できる。また気泡同士の力の相互作用や水流と気泡間の力の相互作用を考慮し、大量の気泡が上昇することで生じる対流をシミュレーションする。

Visual Simulation of Bubbles in Carbonated Water

Takeshi Nishikawa[†] Yonghao Yue[†]
Yoshihiro Kanamori[‡] Tomoyuki Nishita[†]

In this paper, we propose a method for simulating the generation, growth and motion of bubbles in carbonated water. Bubbles in carbonated water are generated at air pockets on the surface of a glass or minute impurities, including microscopical dusts in water.

Our method can represent the generation speeds or sizes of bubbles depending on the differences of materials of the container or impurities, taking into account such small air pockets. In addition, our method simulates the convective flow generated due to the interactions between water and many bubbles as well as interactions among bubbles.

[†]東京大学
The University of Tokyo
[‡]筑波大学
University of Tsukuba

1. はじめに

水のCGアニメーションにおいて、泡は写実性を高めるために重要な要素である。これまで計算コストの面から多くの場合無視されてきたが、近年になって沸騰などで生じる気泡のシミュレーションが行われるようになってきた[1,2,3]。ビールや清涼飲料などでよく見られる炭酸水中の気泡については、Clearyら[4]がシミュレーション手法を提案したが、計算コストや写実性の面で課題が残っている。そこで本研究では計算コストを抑えながら、炭酸水における気泡の写実的なアニメーション生成を行う。

炭酸水中の気泡は、容器の内壁にある微小な傷や炭酸水に混入した小さなパルプ繊維などに含まれる、微小な空気孔から生じる[4,5]。この空気孔や物体表面の性質の違いによって、生じる泡の勢いが異なる。例えば図1左の割り箸には空気孔が多いため、泡が勢いよく発生する。生じた泡は、炭酸水中の炭酸を取り込んで成長する。このとき、容器などの物体表面の材質によって泡の付着しやすさが異なるため、物体表面から離脱するまでに成長する泡の大きさが異なる(図2)。

炭酸水中の気泡が物体表面上で発生して離脱するまでの挙動について、実際の物理的原理は我々の知る限り明らかになっていない。本稿では、このような気泡の発生時の違いを、気泡の物体表面への付着力を導入することで近似的に表現する。提案する近似モデルでは、気泡は微小な空気孔(以下、生成点)で生成された後、付着力と浮力とが釣り合うまで生成点に留まって成長を続ける。物体に応じて付着力や生成点の個数などを変更することで、生じる気泡の発生量や大きさなどの違いを表現できる。さらに、プラスチックの表面(図1右)など、物体表面が滑らかな場合に気泡が物体表面上



図1 材質による発泡量の違い
(左) 割り箸 (右) プラスチックスプーン

図2 内壁による気泡の大きさの違い
(左) コップ (右) ペットボトル

を滑りながら上昇する, といった現象も扱うことができる. 提案法は気泡を粒子, 水を格子法で表現して双方の力の相互作用を計算することにより, 大量の泡が上昇することで生じる対流を表現でき, またその対流に流される泡の動きを表現できる. 提案法の計算コストは低く, ユーザが水流を操作することで対話的に泡の挙動を変える, といったことも可能である.

2. 関連研究

水などの流体のシミュレーション手法は CG 分野において重要な研究分野の一つとなっている. ここでは特に, 液体中の泡の挙動まで扱った研究について紹介する.

Hong ら[6] は Volume of Fluid(VOF)法と front-tracking 法とを組み合わせることで二層流体シミュレーションを行い, 気泡の変形や気泡同士の融合を表現した. Song ら[7] は Constrained Interpolation Profile (CIP) による高精度な移流計算に基づき, 混層流体シミュレーションを行った. この中で, 物体が水中に落下する際に取り込まれる空気を泡として扱うことを可能にした. 格子を用い, 泡の発生を伴う沸騰のシミュレーションを行った研究として[1,2,3]がある. これらの方法はいずれも泡を格子によって表現しており, 炭酸水で生じる小さな泡を表現するには格子を細かくする必要があり, 計算コストが膨大となる.

Müller ら[8]は液体同士の相互作用や沸騰といった状態変移を実現するために Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) によってシミュレーションを行った. 液体と気泡それぞれを粒子で表現することで気泡の形状変化や気泡同士の融合を可能とした. Greenwood ら[9]は液体内の気泡を球体と近似し, particle level set 法を用いて気泡の生成を表現し, 液体が攪拌されて取り込まれる空気を泡として扱った. Hong ら[10]は格子法と粒子法を組み合わせ, 細かい泡が液体と相互作用しながら上昇する様子をシミュレートした. Thürey ら[11]は, 泡とハイトフィールドで表現された液体の相互作用のシミュレーションをリアルタイムで実現した. これらの手法は炭酸水を対象としていないため, 炭酸水における気泡の発生のメカニズムは考慮されていない.

Cleary ら[4]は, SPH 法を用いて炭酸水から泡が生じる様子をシミュレートした. 溶解している炭酸ガスが, 拡散過程に基づいて液体粒子により伝播され, 気泡の生成箇所に供給されることで泡が発生する, というモデル化を行った. 彼らの手法はグラスにビールを注いだ際に勢いよく発生する泡のように, 多数の粒子を用いるため計算コ

ストが高い. さらに, 炭酸水中で泡が物体表面に付着する現象は扱っておらず, 物体表面の性質に応じた泡の生成時の勢いや大きさなどの違いを表現できない.

本稿では, 気泡の物体表面への付着力を導入することで, 気泡が生成点に留まる時間や離脱時の大きさの違いを表現できる. 提案法は気泡を粒子として扱い, 水の流れを格子法によって簡易に計算する. 気泡と水の流れの相互作用を計算することで, 大量の泡が上昇することで生じる対流や, 対流に沿って流れる気泡の動きを表現できる. また, 気泡同士の相互作用を考慮し, 炭酸水中での気泡同士の融合や反発を計算する.

3. 提案法の概要

提案法は炭酸水から生じる気泡を粒子によって表現する. 炭酸水中の気泡の大きさはおよそ 1 mm 程度であり, この大きさの気泡は変形しない球とみなせることが知られている[5]. このため, 提案法では各気泡を変形しない球として扱う.

提案法は炭酸水中の気泡の挙動を対象とし, 水表面に出た泡については今後の課題とするが, Cleary らと同様の方法で対処できると考えている. 気泡の生成点は対象となる材質に応じた密度で, 物体表面上にランダムに配置される. 気泡が発生してから離脱するまで気泡が生成点に留まる現象を, 付着力を導入することで実現する. 付着力は, 外力に対する垂直抗力に線形比例した, 摩擦力に類する力として計算される. 付着力の係数は離脱するまでに成長する気泡の大きさに関係する. 大きな係数を与えれば, 浮力と付着力が釣り合って離脱するまでに, 気泡は大きく成長する. なお, 炭酸ガスは気泡が成長し続けるのに十分な量が溶解しているものとする. また, シミュレーションは現時点では 2 次元で行っている.

水の流れを格子法のひとつである Stable Fluids[12]によって計算し, 気泡と水の流れの相互作用を計算する. 具体的には Hong らの二方向連成手法[10]を用い, 大量の泡が上昇することで生じる対流および, その対流に流される泡の挙動を表現する. さらに, 泡と泡が衝突した際, 一定の確率で融合または反発させる.

4. 気泡のシミュレーション

本節では炭酸水中の気泡の挙動のシミュレーション手順について述べる. 以下, 気泡の物体表面への生成から離脱までの挙動, 水流と気泡の相互作用および泡同士の衝突・融合について述べ, 最後に泡の運動方程式を示す.

4.1 気泡の生成から離脱までの挙動

気泡の生成点は物体表面上にランダムに配置される。このとき、生成点の個数は対象となる材質に応じ、ユーザによって指定される。例えば、図1左の割りばしのような多孔質の物体の場合が多く、あまり泡の発生しない図1右のプラスチック材質の物体の場合は少なくする。

生成点で発生した気泡は、物体表面によって付着している時間や成長する大きさが異なる。この現象を表現するため本研究では、気泡の物体表面への付着力を導入する。

炭酸水中で気泡が物体表面に付着する理由について、表面張力などの影響も考えられるが、詳細は我々の知る限り理論的に明らかになっていない。そこで本研究では、気泡に加わる外力についての考察から近似モデルを考える(図3)。気泡は水圧によって物体表面に押し付けられており、水圧による力と拮抗するよう、物体表面から垂直抗力を受けている。さらに気泡には、浮力、水流による力、他の泡との衝突による力が加わっており、これらの外力の合力に逆らって付着し続けるには、気泡に静止摩擦力に類する力が働いているものと考えられる。そこで静止摩擦力との類推から、提案法では付着力を、外力の合力に対する垂直抗力の大きさに線形比例した力として表現する。特に、静止状態のときに働く付着力を、本稿では静止付着力と呼ぶことにする。

気泡が生成点に付着し続けるか生成点から離れるかどうかの判定は、シミュレーションの各タイムステップにおいて静止付着力と他の外力の合力の大きさを比較することで実現する。静止付着力が大きければ気泡は物体表面に長く付着し続けるため、

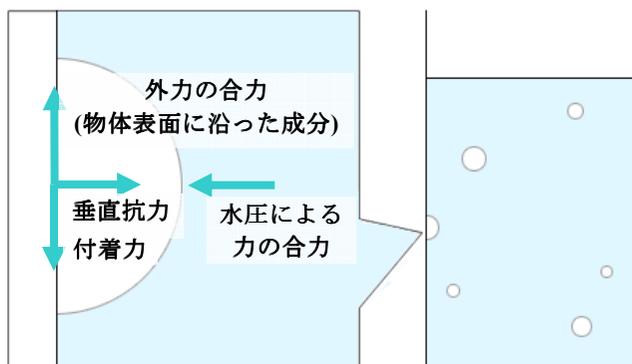


図3 付着力と気泡に加わる外力の関係。

生成点を離れるまで液中に溶解している炭酸ガスを吸収し大きく成長する。一方、静

止付着力が小さければ比較的小さい泡のまま生成点を離れる。

さらに生成点を離れた気泡について、物体表面の材質によっては物体表面上を泡が滑るように動く、という現象がみられる。しかもその動き方は材質によって異なる。例えばプラスチックやアクリルの場合、気泡はゆっくりと壁面に沿って動くが、ステンレスの場合、あまり動かないまま物体表面から離脱する。この違いを再現するために提案モデルでは、物体表面から気泡が受ける垂直抗力の大きさに線形比例した、動摩擦力に類する付着力を導入する。静止付着力との対比から、動いている気泡に働く付着力を本稿では動付着力と呼ぶことにする。動付着力の係数は μ' とし、プラスチックやアクリルの場合小さく、ステンレスの場合は大きく設定する。具体的な数値は実験によって定める。

4.2 水の流れと気泡の相互作用

気泡と炭酸水の流れの相互作用についての説明の前に、炭酸水の流れのシミュレーションについて簡単に説明する。流体の運動を記述した Navier-Stokes 方程式

$$\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \nabla \frac{p}{\rho} = \mathbf{f} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

に基づいて水の流れを表現する。ここで、 \mathbf{u} は速度、 t は時間、 p は圧力、 ρ は密度、 ν は動粘性係数、 \mathbf{f} は外力を表している。具体的な計算には、格子法のひとつである Stable Fluids[12]を用いる。

次に、気泡と炭酸水の流れの相互作用について述べる。格子を用いて計算された水流と気泡との間の力の相互作用のために、提案法では Hong らの手法[10]を用いる。まず、格子から粒子に与える力として、格子の持つ速度に沿わせる力 \mathbf{F}_d と格子の渦に沿わせる力 \mathbf{F}_l を粒子に加える。

$$\mathbf{F}_d = -k_{drag} r_i^2 |\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i| (\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i) \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_l = -k_{lift} V_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i) \times \boldsymbol{\omega}_i \quad (4)$$

ここで r_i は気泡粒子 i の半径である。 \mathbf{u}_i は気泡粒子 i の位置における水流の速度であり、その点を囲む格子点での速度から線形補間によって求める。さらに k_{drag} は \mathbf{F}_d の係数であり、 k_{lift} は \mathbf{F}_l の係数である。 \mathbf{v}_i は粒子の速度、 V_i は体積、 $\boldsymbol{\omega}_i$ は渦度を表す。逆に気泡粒子の運動によって生じる力を水流に与える場合は、格子点近傍に存在する粒子

の力の総和を求め、それを外力として式(1)に代入する。これらの計算により、大量の泡が上昇することで生じる対流や、対流に沿って流れる気泡の動きを表現できる。

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{F_{all}}{m_i} \quad (9)$$

4.3 気泡同士の衝突と融合

炭酸水中の気泡の挙動を観察すると、気泡同士が衝突、または融合する場合がある。そこで提案法では気泡粒子の衝突判定を行い、衝突した気泡粒子同士を一定の確率によって融合または反発させる。この確率はユーザが指定する。

融合する場合、衝突した気泡を削除し、新たに気泡をひとつ生成する。新しい気泡の体積は衝突した気泡の合計であり、半径はその体積に応じて計算される。新しい気泡の位置は衝突した気泡の中心とする。

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i \quad (10)$$

また、衝突する場合は以下の反発力 F_c を、互いに逆向きにして二つの気泡に加える。

$$F_c = -k_{col}\Delta x + k_{dmp}v_n \quad (5)$$

ここで k_{col} は弾性係数、 Δx は二つの気泡の交差点を表すベクトルであり、 k_{dmp} は減衰係数、 v_n は二つの気泡の相対速度の法線方向(気泡の中心点を通る直線に沿った方向)の成分である。

ここで、 m_i は気泡 i の質量であり、 $m_i = \rho_{bub} V_{bub}$ である。

5. 実験結果

提案法により作成した2次元におけるシミュレーションの結果を示す。プログラムをC++で実装し、2.13GHz Intel Core(TM)2, 2GB RAMのPCで実験を行った。以下、図中の t はシミュレーションのタイムステップを表す。気泡は矩形にテクスチャ画像を張り付けて描画している。

4.4 気泡の運動方程式

気泡に働く外力について整理し、気泡の運動方程式を記述する。気泡は液体との密度の違いにより体積に比例した浮力 F_b を受ける。

$$F_b = (\rho_{bub} - \rho_{liq})V_{bub}g \quad (6)$$

ここで ρ_{bub} は気泡の密度、 ρ_{liq} は液体の密度、 V_{bub} は気泡の体積、 g は重力加速度を示す。炭酸水内に存在している間、気泡は常に表面積に比例して炭酸ガスを取り込み、成長を続ける。

水との相互作用による力(式(3),(4))、他の気泡との衝突による力(式(5))、浮力(式(6))の合力 F_{all} は次のようになる。

$$F_{all} = F_b + F_c + F_d + F_l \quad (7)$$

さらに、物体表面に沿って動いている気泡については動付着力を加える(4.1節)。

ここまで求めた外力に基づき、ニュートンの運動方程式によって各気泡の速度および位置を更新する。

図4は気泡が物体を滑る動きの、材質による違いをシミュレートした結果である。動付着力(4.1節)の異なる3種類の物体(係数 μ' は左から1.0, 0.6, 0.3)が炭酸水中に入っており、気泡がその物体表面を滑りながら浮上する。このとき、係数の大きさによって浮上の速さの違いが再現できていることが確認できた。図5は気泡同士が衝突した際(4.3節)の、反発(上段)と融合(下段)の例を示す。生成点を図5左のように二つ配置し、生成された二つの気泡が衝突するように左右から中央に向かう水流を発生させている。反発と融合の確率はそれぞれ0.5とした。図6は気泡と水流の相互作用の結果を示す。図6左のように生成点の発生領域を、割箸を斜めに水に挿入した場合を想定し、傾けた矩形領域として指定して気泡を発生させた。相互作用を考慮する場合(上段)、気泡は対流(下段)の影響を受け、相互作用のない場合(中段)と比べ、浮上時の挙動が変化しているのがわかる。図7は材質によって異なる気泡の発生量や大きさの違いを、静止付着力(4.1節)と生成点の個数を変えることで実現した例である。静止付着力の係数は、上段0.01、下段0.06とし、生成点個数を上段10000個、下段700個とした。図8は2次元シミュレーションに背景画像を合成した結果と、実写画像との比較である。画像中のブドウの領域に生成点の1000個を配置しており、静止付着力の係数は0.06とした。

6. まとめと今後の課題

本研究では、炭酸水中の気泡の簡易なシミュレーション手法を提案した。発生した気泡が物体表面から離脱するまでに成長するメカニズムを、気泡の物体表面への付着力を導入することで表現した。これにより、物体表面の性質によって大きさや速さが異なる様子を表現できた。また、気泡を粒子、炭酸水の流れを格子法によって計算することで、大量の気泡によって生じる炭酸水の流れや、その流れによって挙動を変える気泡を再現できた。さらに、気泡同士の衝突による融合・反発も扱った。

今後の課題としてまず、提案モデルの物理的妥当性を検証するとともに、より現実に近い気泡の挙動を表現できるモデルへと改善することが挙げられる。次に、現在のシミュレーションは2次元で行っているが、これを3次元へと拡張したい。その際に、現段階では複雑な物体形状に沿った気泡粒子の動きや水流を考慮していないため、その処理を実装したい。また、実際の気泡の動きには、気泡の上昇によって生じた乱流の影響とみられる細かな動きが観察されるが、現在の水流のシミュレーション手法では数値拡散が大きいいためそのような乱流の表現が難しく、これを改善したい。

参考文献

- [1] 藤澤 誠, 三浦 憲二郎.: 体積保存性を考慮した核沸騰シミュレーション, 画像電子学会誌 第38巻 第4号, 441-448, 2009.
- [2] Mihalef, V., Unlusu, B., Metaxas, D., Sussman, M. and Hussaini, M.Y.: Physics based boiling simulation, Proc. SCA2006, pp.317-324, 2006.
- [3] Kim, T. and Carlson, M.: A simple boiling module, Proc. SCA2007, pp.27-34, 2007.
- [4] Cleary, P.W., Pyo, S.H., Prakash, M. and Koo, B.K.: Bubbling and Frothing Liquids, Proceedings of the 2007 SIGGRAPH conference, Article No. 97. 2007.
- [5] ジェラルド・リジェ＝ベレール.: シャンパン 泡の科学, 白水社, P50, 2007
- [6] Hong, J.-M. and Kim, C.-H.: Animation of bubbles in liquid. Comput. Graph. Forum (Eurographics Proc.) 22, 3, 253-262, 2003.
- [7] Song, O.-Y., Shin, H. and Ko, H. -S.: Stable but non-dissipative water, ACM Transactions on Graphics, Vol. 24, No. 1, pp. 81-97, 2005.
- [8] Müller, M., Solenthaler, B., Keiser, R. and Gross, M. Particle-based fluid-fluid interaction, In Proc. of the 2005 ACM SIGGRAPH / Eurographics Symp. On Comput. Anim, 237-244, 2005.
- [9] Greenwood, S.T, and House, D. H.: Better with bubbles: enhancing the visual realism

of simulated fluid, In Proceedings of SCA 2004, ACM Press, 287-296, 2004.

- [10] Hong, J.-M., Lee, H.-Y., Yoon, J.-C. and Kim, C.-H.: Bubbles Alive. SIGGRAPH2008, Article No. 48, 2008.
- [11] N, Thürey., F, Sadlo., S, Schirm., M, Müller-Fischer. and M, Gross.: Real-time Simulations of Bubbles and Foam within a Shallow Water Framework, In Proc. of SCA 2007, pp. 191-198, 2007.
- [12] J. Stam.: Stable Fluids, Proc. of SIGGRAPH99, 121-128, 1999.
- [13] 大澤敏彦, “泡のおもしろ科学-バブルの名誉のために-”, 裳華房, 1996
- [14] 柘植秀樹, 海野肇, “「泡」技術 使う, 作る, 排除する”, 工業調査会, 2004

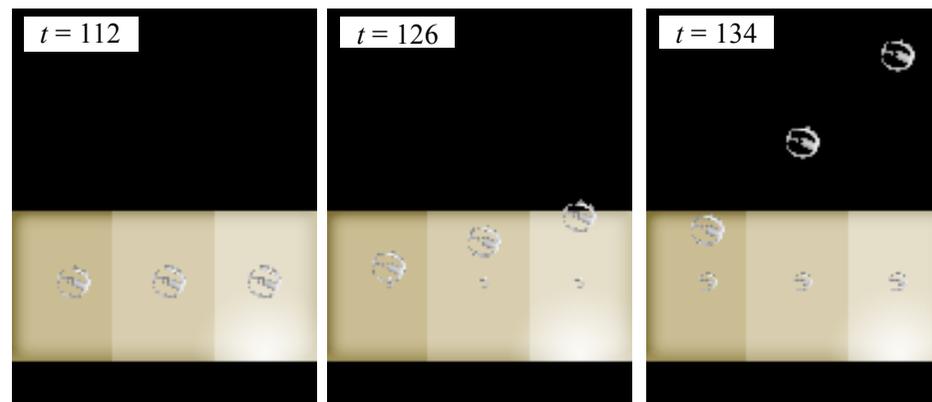


図4 気泡が物体表面を滑る動きの違いの再現例。

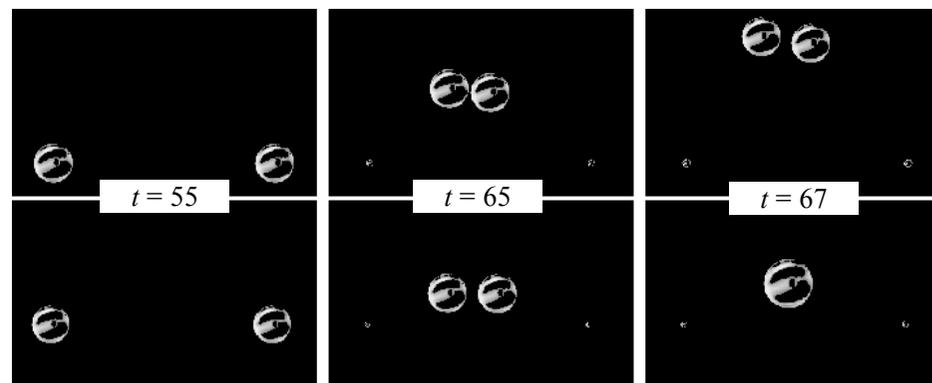


図5 気泡の衝突時における反発(上段)と融合(下段)の再現例。

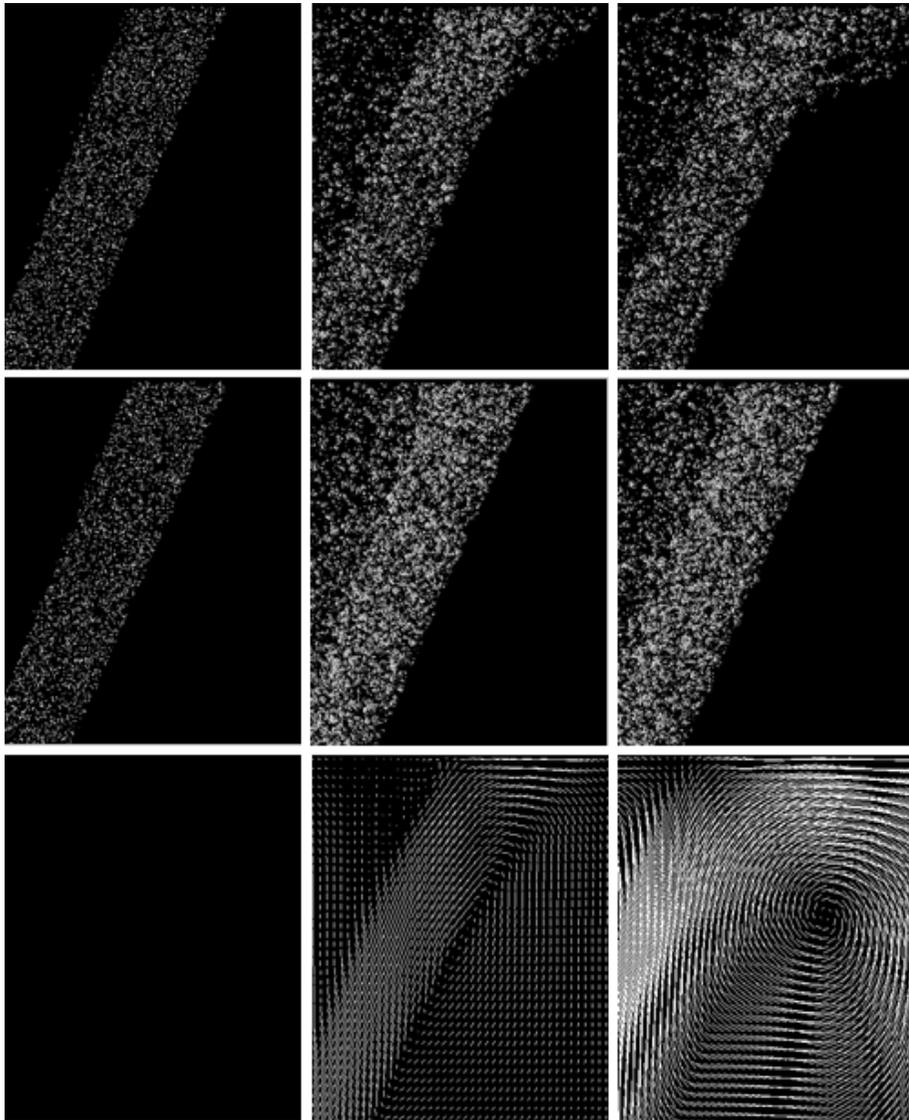


図6 気泡と水流の相互作用の様子.
(上段) 相互作用あり (中段) 相互作用なし (下段) 水流の速度場

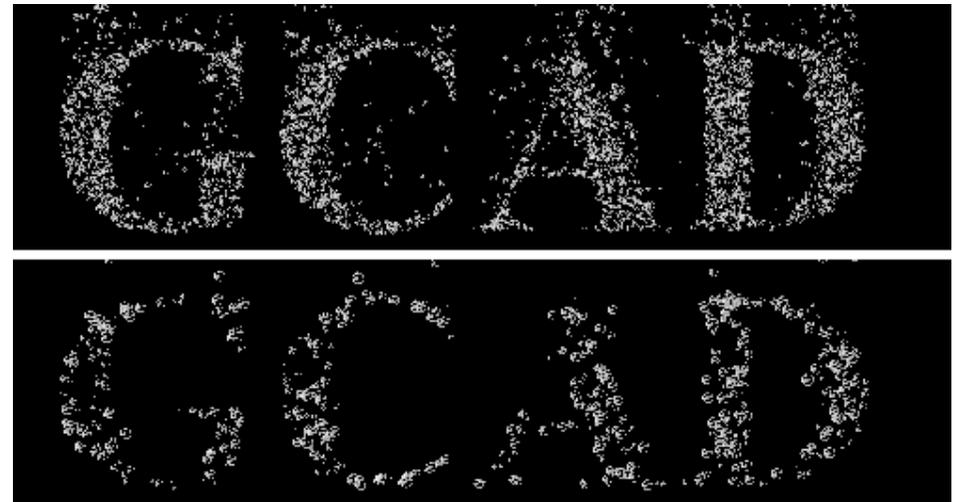


図7 材質による発泡量と泡の大きさの違いの再現例
(上段) 静止付着力:弱 個数:多 (下段) 静止付着力:強 個数:少

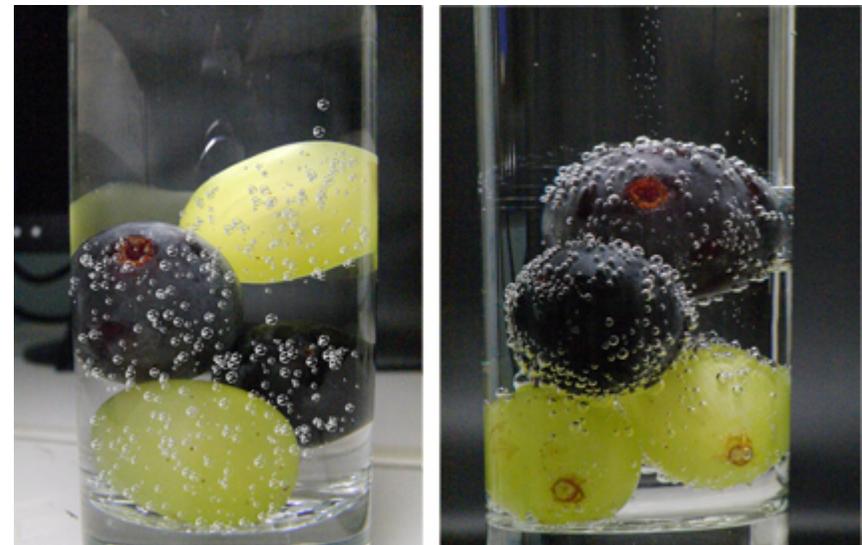


図8 背景画像を合成した結果と実写との比較.
(左) シミュレーション結果 (右) 実写画像