

## 非正則点を端点とする曲率線と閉曲線に基づく 非等方再メッシュ化手法

森田伊織<sup>†</sup> 坂本博康<sup>††</sup>

スキャナで得られた3次元形状データは膨大な情報量を持つ非構造三角形メッシュとなる。このようなデータを幅広く応用するために、近年、さまざまな再メッシュ化手法が提案されてきた。特に、曲率線に基づいた非等方再メッシュ化手法は有効な手法の1つである。著者らは、従来の曲率線を利用した再メッシュ化手法を改良するため、曲率線の追跡において第1主方向と第2主方向を適宜に切り替え、さらに表面上の閉じた曲線を検出して再メッシュ化に利用する方法を提案した。本報告では、それらに加え、近傍の主方向の振る舞いから非正則点（隣接する頂点や面の数が他の大部分と異なる点）を推定する方法と、この非正則点を端点とする曲率線を用いた非等方再メッシュ化手法を提案する。提案法は、曲率線の両端を非正則点とする点でAlliezらと類似しているが、推定された非正則点の数がはるかに少ないので効率的である。

### Anisotropic Remeshing Method Based on Curvature Lines from Irregular points and Closed-Lines

Iori Morita<sup>†</sup> and Hiroyasu Sakamoto<sup>††</sup>

A 3-dimensional model obtained by scanning is typically an unstructured triangle mesh with highly detailed data so that various re-meshing techniques for applying such shape data have been developed recently. In particular, anisotropic polygonal remeshing based on curvature lines is one of the most effective methods. We introduced proper swapping of the 1st and the 2nd principal directions and detecting closed-lines on the surface of a 3D model. In this paper, we propose an estimation method of irregular points. An irregular point has different number of adjacent faces and vertices from most others and is so important characteristics of 3D model that we propose anisotropic re-meshing method based on curvature lines which terminate at such irregular points. Our proposal is similar to Alliez et al in the sense that end points of some curvature lines are irregular points. However, our method can estimate much smaller number of irregular points and work more effectively.

#### 1. はじめに

通常、レーザースキャナ等で得られた形状データは接続性が不規則なメッシュ構造（非構造メッシュ）となるため、幅広く利用されるためには、用途に応じた再メッシュ化処理が施される。従来、さまざまな再メッシュ化手法が考案されているが、中でも、正則な四辺形構造を作る再メッシュ化処理は、3Dモデル曲面の滑らかな表現に非常に効果的であり、四辺形の各辺がモデルの主方向に沿っていれば、少ないデータ量で3次元モデルの曲面を表示できる。このような構造化を非等方再メッシュ化と呼ぶ。

##### 1.1 従来の研究

非等方な正則四辺形構造が曲面の滑らかな表示と良好な近似をもたらすことは、経験的に広く知られている。モデル曲面のデザインにおいて、四辺形構造は極めて重要であり、これまでにも、四辺形化のための再メッシュ化アルゴリズムがいくつか提案されてきた。

金井らは、ユーザにより物体表面上に指定された適当な境界線に基づいてメッシュの整列化処理を行う対話的な再メッシュ化手法を提案した[2]。Alleiz等は曲率線を用いた自動的な非等方再メッシュ化手法を提案した[3]。この手法では、主方向を積分することで曲率線を算出し、曲率線のネットワークから準正則な四辺形メッシュを構築している。この手法では元データと再メッシュ化の結果との陽な誤差評価関数を用いず、元データ上の曲率線を引く際、最小誤差の上限を保持するように曲率線の間隔を決めている。Marinovらは、主方向が不明確な領域に、周囲領域から信頼性の高い情報を伝播させることで、文献3)の手法を改良した[4]。

他の自動的な四辺形再メッシュ化の主な手法には、物体表面上で2Dパラメータ化を行うものがある。Rayらは入力メッシュの各頂点に、その勾配ベクトルと主方向との誤差が最小になるような2次元の周期的な大域的パラメータを割り当て、その等値線によって四辺形への再メッシュ化を行った[5]。

これらの再メッシュ化法には、信頼できる主方向の推定が重要である。主方向の推定法には、エッジ情報から求めた $3 \times 3$ の曲率テンソルを主成分分析するCohen-Steinerらの手法[8]があり、Alliezらはこれを使っている。また、Yangら[9]も多重スケールの主成分分析を利用する手法を提案している。頂点座標に2次元曲面をフィッティングさせる方法は[10]にまとめられている。

##### 1.2 本報告の内容

本研究は、実測データのより良い非等方再メッシュ化を目標とする。前報告[1]では、

<sup>†</sup> 九州大学大学院 芸術工学府  
Kyushu Univ, Graduate School of Design

<sup>††</sup> 九州大学大学院 芸術工学研究院  
Kyushu Univ, Faculty of Design

モデル表面上を1周する曲率線に着目し、非等方領域の主方向を等方領域へ伝播するフィルタリングを利用した。本報告では以下の3点に着目する。(i) 第1主方向と第2主方向を別々に追跡すれば、波板形状では曲率線が振れ、望ましくない非正則面(再メッシュ化の結果四辺形にならない場所)が発生する問題がある。本研究では、第1と第2主方向を比較し、振率が小さくなる方向を追跡することによって非正則点の個数を削減する。(ii) 非正則として再メッシュ化される点の位置を前もってテンソル場のふるまいから推定し、2個の推定位置を結ぶ曲率線、及び、上記の閉じた曲率線で構成されるネットワークを再メッシュ化の最初の枠組みとして利用する。(iii) 与えられた最初の枠組みから、曲率と許容誤差から算出される間隔に基づいて、曲率線を生じさせ、ネットワークを成長させる。

## 2. 幾何特性の解析

この章では、主曲率、主方向、曲率線、曲率テンソルなど、本研究で用いる幾何特性の計算法やフィルタリング処理について述べる。入力データは頂点の3次元座標と、各頂点の接続性データからなる非構造の三角形メッシュとする。

### 2.1 主曲率と主方向の推定

入力メッシュの各頂点における主方向と主曲率は、2次曲面をフィッティングさせることで推定される。頂点  $p_0$  に隣接する面  $f_i (i=1, \dots, M)$  の重心座標を  $f_i$ 、面  $f_i$  の単位法線ベクトルを  $n(f_i)$  とし、次の行列  $M$  の主成分分析から、頂点  $p_0$  における曲面の法線ベクトルと接線ベクトルを推定する。

$$M(p_0) = \sum_{i=1}^M \frac{1}{\|f_i - p_0\|} n(f_i) n(f_i)^T \quad (1)$$

ここで  $x^T$  は  $x$  の転置、 $\|x\|$  は  $x$  の長さを表す。行列  $M(p_0)$  の固有ベクトル  $e_1, e_2, e_3$  を求め、 $e_3$  は  $n(f_i)$  の平均ベクトルとの内積が最も大きくなる方向にとり、 $e_2$  は  $e_1$  と  $e_3$  の外積方向( $e_1 \times e_3$ )にとる。ここで、 $e_1, e_2$  を頂点  $p_0$  における単位接線ベクトル、 $e_3$  を単位法線ベクトルの推定値とする。次に  $p_0$  を原点とし、 $e_1, e_2, e_3$  を軸とする座標系に近傍頂点  $p_i (i=1, \dots, N)$  を変換した座標を  $x_i$  とする。実験では、近傍  $p_i$  を  $p_0$  から2リング以内の頂点とする。

$$x_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T (p_i - p_0) \quad (2)$$

次式の2次曲面を  $N$  個の点群  $x_i$  との2乗誤差が最小となるように当てはめ、主曲率と主方向を算出する。

$$z(x, y) = -\frac{1}{2}(ax^2 + 2bxy + cy^2 + d), \quad E = \sum_{i=0}^N (z(x_i, y_i) - z_i)^2 \quad (3)$$

点群  $x_i$  と2次曲面  $z(x, y)$  との2乗誤差  $E$  を最小化する  $a, b, c, d$  は線形方程式を解くことによって求められる。この2次曲面の係数行列を次のように分解し、 $k_1, k_2, \theta$  を求める。

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで、 $k_1 > k_2$  とする。 $\theta$  は主方向と座標軸  $e_1$  のなす偏角となる。 $e_3$  を軸とする回転角  $\theta$  の回転行列を  $R(e_3, \theta)$  とすれば、以下のように点  $p_0$  における主曲率  $\kappa_1, \kappa_2$  と主方向  $K_1, K_2$  が算出される。また  $K_1, K_2$  と逆向き主方向  $K_3, K_4$  もそれぞれ定義しておく。

$$\begin{aligned} \kappa_1(p_0) &= k_1, & \kappa_2(p_0) &= k_2 \\ K_1(p_0) &= R(e_3, \theta) e_1, & K_2(p_0) &= R(e_3, \theta) e_2 \\ K_3(p_0) &= -K_1(p_0), & K_4(p_0) &= -K_2(p_0) \end{aligned} \quad (5)$$

正の主曲率は法線方向に向かって凸を表す。また、絶対値が小さい方の主曲率に対応する主方向が稜線または谷線に沿った方向となり、これらを特徴方向と呼ぶ。数値実験により、この手法による主曲率は、Alliez らの主曲率算出法よりロバストであることが確認された(付録参照)。

三角形面内の任意の点における主曲率、主方向の値は式(5)の3頂点の線形補間によって求められる。主方向はこの補間の後、面に射影され正規化される。

### 2.2 曲率線

曲率線は、主方向を数値積分していくことで追跡される。曲率線がある面に進入する点を入点、その面を出る点を出点と呼ぶ。曲率線は各面内で2次曲線となる。本手法では、データ量の削減や曲線同士の交点の計算を単純化するために、曲率線を求めた後に、それぞれの面における入点から出点を直線で結んだ折線を保存する。ノイズの影響を減らし、より滑らかな曲率線を追跡するために、曲率テンソルを用いたフィルタリング処理を行う。

### 2.3 フィルタリング

#### 2.3.1 曲率テンソルの平滑化

ここでは曲率テンソルの固有値問題を使った幾何特性の平滑化手法について説明する。3Dモデル表面上に算出された主曲率と主方向は2階のテンソル場(3×3の行列)で表現できる。本手法では Alliez らと同様に、法線方向成分を除去し曲率テンソルを 2×2 行列で表す。平滑化される点  $p_0$  におけるフィルタリング前のテンソル  $T(p_0)$  を次式とする。

$$T(p_0) = \begin{bmatrix} \kappa_1(p_0) & 0 \\ 0 & \kappa_2(p_0) \end{bmatrix}, \quad E(\alpha_i) = \begin{bmatrix} \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i \\ \sin\alpha_i & \cos\alpha_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

テンソル  $T(p_0)$  をその近傍頂点のテンソル  $T(p_i)$  で平均化する．テンソル  $T(p_i)$  は  $K_1(p_0)$  と  $K_2(p_0)$  を軸とする 2 次元座標系に  $E(\alpha_i)$  で回転変換される． $\alpha_i$  は主方向  $K_1(p_0)$  と  $K_j(p_i)$  ( $j=1, \dots, 4$ ) のなす偏角の中で絶対値が最小となるものである．変換された点  $p_i$  のテンソル  $\tau_i$  は次式で与えられる．

$j$  が 1 または 3 において、 $|\alpha_i|$  が最小となるとき

$$\tau_i = E^T(\alpha_i) \begin{bmatrix} \kappa_1(p_i) & 0 \\ 0 & \kappa_2(p_i) \end{bmatrix} E(\alpha_i)$$

$j$  が 2 または 4 において、 $|\alpha_i|$  が最小となるとき

$$\tau_i = E^T(\alpha_i) \begin{bmatrix} \kappa_2(p_i) & 0 \\ 0 & \kappa_1(p_i) \end{bmatrix} E(\alpha_i)$$

テンソル  $T(p_0)$  は平均化され次のように更新される．

$$T(p_0) \leftarrow \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N \tau_i \quad (7)$$

曲率テンソル  $T(p_0)$  の固有値は、 $p_0$  における平滑化された主曲率を表し、固有ベクトルは平滑化された主方向に対応している．

### 2.3.2 特徴的曲率線からの主方向の伝播

明確な主方向が推定できない等方領域も、なるべく正則な四辺形メッシュ化することが望ましい．そこで、モデル表面上の明瞭な稜線や谷線を検出し、それらの主方向を伝播させる．まず、稜線や谷線の長さから、その線が特徴かノイズかを判断する．特徴である場合は、その主方向をその周囲の領域に伝播させ、主方向場を修正する．各頂点に式(5)の  $K_1(p)$  を初期値としたベクトル場  $K^*(p)$  を与える．伝播処理により、 $K^*(p)$  には特徴的曲率線の主方向が累積される．具体的には以下の処理を行う．

面  $f_i$  において主曲率の差  $h_i = \kappa_1(f_i) - \kappa_2(f_i)$  を計算する． $h_i$  の値が閾値  $c_{high}$  以上となった  $f_i$  から、稜線（谷線）方向に曲率線  $L^+$  を追跡する．また、逆の方向にも曲率線  $L^-$  を追跡する．それぞれの曲率線が面  $f_k$  に進入したとき、主曲率の差  $h_k$  が  $c_{low}$  以下になった場合、その入点を曲率線の終点とする ( $c_{low} < c_{high}$ )． $h_i$  がノイズによる異方性であれば、線の長さは短くなる． $L^+$  と  $L^-$  をあわせて曲率線  $L$  とし、この全長が一定値以上ならば、 $L$  を特徴的曲率線と呼ぶ．すべての重心  $f_i$  でこれを行い、特徴的曲率線の検出を行う．本報告では、特徴的曲率線が通る面の頂点を非等方領域、それ以外の頂点を等方領域とする．

検出された曲率線を 1 本選び、曲率線の近傍領域を 2D 座標  $(u, v)$  にパラメータ化する．このとき、 $u$  は曲率線の方向に沿って増加するパラメータである． $v$  は曲率線からの距離である．

頂点  $p$  が  $f_n$  の 1 頂点であるとき、 $f_n$  におけるパラメータ  $v$  の単位勾配方向を回転させ、 $K^*(p)$  に加える．勾配方向を  $f_n$  の法線ベクトルを軸に  $j\pi/2$  回転させて得られる方向を  $v_j$  とする．

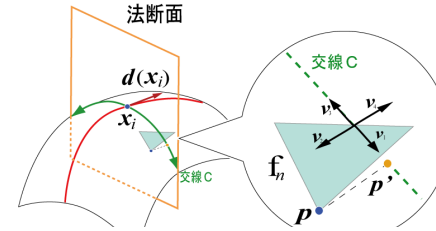


図 1 特徴的曲率線と法断面

$$K^*(p) \leftarrow K^*(p) + wv_j$$

ここで、 $K^*(p)$  に累積される  $v_j$  は、 $j=1,2,3,4$  のうち、主方向  $K_1(p)$  との内積が最大になるものが選択される．

また、 $w$  は選んだ曲率線が主方向  $K^*(p)$  に与える影響の強さを示しており、次のように定義される．

$$w = a \cdot \{\kappa_1(x_i) - \kappa_2(x_i)\} \cdot \exp\left(-\frac{\|f_n - x_i\|^2}{b}\right)$$

$a$ 、 $b$  は重みの大きさを制御するための正の定数とする．検出されたすべての  $L$  においてこの処理を行う．その後、累積された  $K^*(p)$  を正規化し、等方領域の頂点  $p$  ではこれを主方向とする．本節で追跡した曲率線は更新される前の主方向に従うため、本節の伝播処理が終了した段階で削除される．

### 2.4 曲率テンソルの縮退と非正則点の推定

一般の曲率テンソル  $T$  は次式のように等方成分  $S$  と異方性成分  $A$  に分解することができる．

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12} & T_{22} \end{bmatrix} = S + A = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \mu \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

平面や球面などの臍点では、行列  $A$  が縮退する．これは縮退点と呼ばれている．縮退点は、2 つの主曲率が等しい臍点に対応している．本手法では曲率テンソルの縮退点ではなく、下記のテンソルの固有値を計算し、非正則点を推定する．

$$\hat{T}(p_0) = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N E^T(\alpha_i) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} E(\alpha_i) \quad (9)$$

ここで回転行列  $E(\alpha_i)$  は式(6)により求められる。本手法では、2.4 節の伝播によって、等方領域の主方向は近くの異方領域の主方向に揃えられている。そのため、主曲率の大きさを問わず主方向のふるまいのみから非正則点を推定できる。つまり上式は、すべての  $p_i$  に純粋な異方性成分を持たせたテンソルの平均化である。このテンソルの正の固有値  $\mu_0$  が、ある定数（本実験では 0.7）以下になるとき、 $p_0$  は非正則点として推定される。本報告では、推定された非正則点を両端とする図 2(左)のような曲率線を検出する。これらの曲率線は、ネットワークの基本的な枠組みとして利用される。

### 3. 曲率線と閉じた曲率線の計算

この章では、2 種類の曲率線の計算法について述べる。本手法では第 1・第 2 主方向を選択した曲率線の積分計算を行う (3.1 節)。また、曲率線が長大になるのを防ぐため、隣り合う線との距離に基づいて、曲率線に終了条件 (3.2 節) を設ける。また、デザイナーはモデリングを行う際、一般化円筒形状の外周上に閉曲線（ループ、一般化円）を想定していると考えられる。このような閉曲線を引くための等値曲線を用いた手法を提案する (3.3 節)。

#### 3.1 主曲率の切り替えを行う曲率線

Alliez らは、第 1・第 2 主方向を別々に積分し、2 種類の曲率線を追跡している。そのため、面の 3 頂点の主方向が揃っていない場合、曲率線は振率の大きな曲線となる問題が生じる。この問題を解決するために、面ごとに追跡する主方向を選択していく方法を提案する。曲率線がある面に進入したとき、その面の 3 頂点において、入点における曲率線の接線ベクトルに近い主方向をそれぞれ選択し、面内部にベクトル場を作る。このベクトル場に基づいて数値積分を行い、曲率線を追跡する。これにより図 1 のような場所では積分する主方向が切り替えられ、振れの小さな曲率線となる。

#### 3.2 曲率線の終了条件

本手法では、曲率線の終了条件を設定することによって、線同士の間隔が必要以上に密になることを防ぐ。曲率線が次の条件 i または ii を満たしたとき、追跡を終了させる。

条件 i 線が非正則点に近づいた場合。

条件 ii 線の長さが指定した上限に達した場合。

$j$  番目の曲率線  $L_j$  を追跡しながら線上に標本点  $x_i$  を取り、 $L_j$  に隣り合う線  $L_k$  を次のように探索する。 $x_i$  から  $L_j$  の両側の従法線方向に曲率線  $S_i^+$ ,  $S_i^-$  を追跡する。ただし、その長さは式(8)を若干超える値に設定する。このとき曲率線  $S_i^+$  または  $S_i^-$  がこれまで

に引かれた曲線  $L_k$  と交差するとき、その交点を  $y_i$  とする。 $x_i$  において、次の条件を満たすとき、点  $x_i$  を  $L_j$  の終点とする。

条件 iii  $k = j$  である場合。

条件 iv  $y_i$  と  $x_i$  の間の曲率線に沿った距離が次式で表す  $c(\kappa, \varepsilon)$  以下となった場合。

$$c(\kappa, \varepsilon) = 2\sqrt{\varepsilon\left(\frac{2}{|\kappa|} - \varepsilon\right)} \quad (10)$$

ここで、 $\varepsilon$  は許容誤差であり、 $0 < \varepsilon < 1/|\kappa|$  を満たす、 $\kappa$  は  $S_i$  方向の主曲率である。

#### 3.3 閉じた曲率線の計算

モデル表面上にある点  $x_0$  をとり、それを始点とし、両側にそれぞれ曲率線  $L^+$  と  $L^-$  を追跡する。 $L^+$  がモデル表面の一般化円筒領域を一周して再び  $x_0$  の近傍に戻り、さらに、 $L^-$  においても同様にモデル表面を一周するならば、局所的パラメタリゼーションを行い、 $v$  パラメータの平均値  $\bar{v}$  を求める。このとき、 $\bar{v} = 0$  の等値線によって閉曲線を決定される (図 2(右))。2D パラメータ化の際は、 $L^+$  と  $L^-$  の  $v$  パラメータの方向は逆になる。また、1 周の長さが  $T$  ならば平均値  $\bar{v}$  のために、2 つの  $v$  パラメータを  $(T - u)$  で重み付けして足し合わせる。

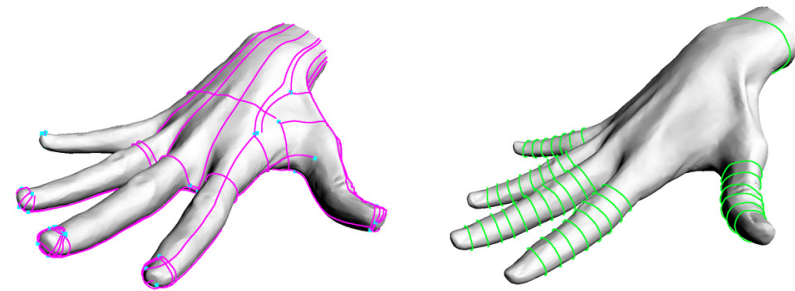


図 2 両端点を非正則点とする曲率線(左)と閉じた曲率線(右)

### 4. 再メッシュ化

この章では、曲率線と閉曲線を用いて再メッシュ化を行う。最初のステップ (4.1 節) では、非正則点からの曲率線と閉じた曲率線を追跡する。第 2 ステップ (4.2 節) は段階的に曲率線を書き加えていく反復的な処理である。この処理によって、メッシュのほぼ全域に曲率線のネットワークが形成される。第 3 ステップ (4.3 節) では、第 2 ステップによってできた非正則面の補正処理を行う。最後に曲線のネットワークに基づいて、準正則な四辺形メッシュを作る (4.4 節)。

#### 4.1 非正則点を端点とする曲率線と閉じた曲率線.

まず、非正則点から、接平面上のあらゆる方向に曲率線を引く。この曲率線は、メッシュ境界か、再び非正則点のどれかの近傍に到達するまで追跡される。ただし、隣り合う曲率線との距離がある程度近ければ、削除される。これらの曲率線上に種点を取り、種点から左右の従法線方向に曲率線を追跡し、それが閉曲線を形成するかどうかを、3.3 節の手法を用いて調べる。表面上に引かれた一定値以上の長さを持つ曲線には、すべて番号を与え番号  $j$  を与え、曲線  $L_j$  とする。

#### 4.2 曲率線の反復的追加

$J$  をこれまでに追跡した曲線の総数とする。番号  $j$  の小さい曲線から昇順に、次の手続を施す。

**手続**  $L_j$  の上に  $c(\kappa, \varepsilon)$  の間隔で種点  $x_i$  を作る。間隔  $c(\kappa, \varepsilon)$  には上限を設定し、 $\kappa$  は  $L_j$  の接ベクトル方向の主曲率とする。種点  $x_i$  から  $L_j$  の従法線方向に、新たな曲率線  $L_{j+1}^+$ ,  $L_{j+1}^-$  を追加する。 $L_{j+1}^+$  と  $L_{j+1}^-$  をあわせて  $L_{j+1}$  と呼ぶ。これらは 3.2 節の条件のいずれかを満たせば終了とする。このとき、 $L_{j+1}$  の全長が一定値に達する場合は  $L_{j+1}$  を描き加え、 $J$  を 1 増す。一定値に満たない場合は  $L_{j+1}$  を消去する。すべての種点  $x_i$  でこの検査を行う。

最後の曲率線  $L_{j=J}$  で上の手続を終えたとき、 $J$  が増加してなければ、次のステップ (4.3 節) に進む。

#### 4.3 曲率線の延長

曲率線の終点 (3.2 節) は再メッシュ化の結果、非正則点 (T 結合) となる。本節ではこれらの非正則点を削減するため、曲率線の終点からその接ベクトル方向に、図 10 の  $L_j$  のように曲率線を延長する。ただし、 $L_j$  の終了条件が、3.2 における条件 i, iii に該当する場合は延長を行わない。次の条件が成り立つ場合、延長を終了する。

- ・  $L_j$  が他の曲率線の端点の近傍に達した場合、
  - ・  $L_j$  が推定された非正則点に到達した場合、その非正則点を  $L_j$  の終点とする。
- もし、延長曲線がある一定の距離に達しても、上記の条件を満たさない場合、延長部分を消去する。

#### 4.4 再メッシュ化

これまでに追跡した曲率線  $L_j$  ( $j=1, \dots, J$ ) から面を作る。曲率線はモデル上の異方性領域では直交し、四辺形となる。しかし、曲率線の終点や縮退点の近傍では、四辺形以外の多角形が発生する。これらに対しては図 3 のようにできる正則な四辺形を張る処理を行う。

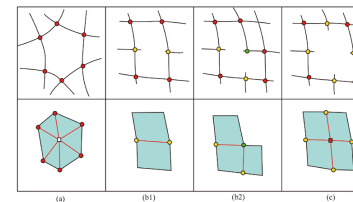


図 3 非正則点の処理

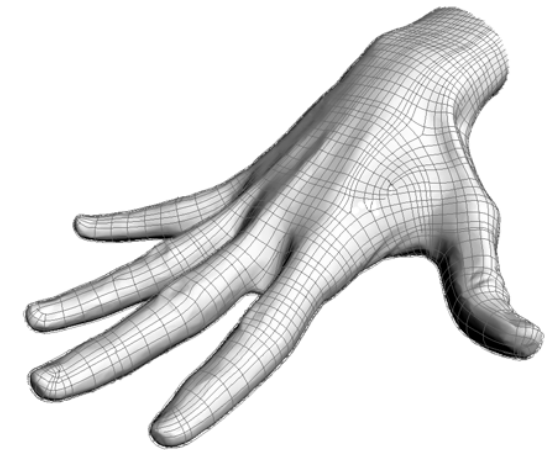


図 4 本手法で得られた曲率線のネットワーク

## 5. 実験結果

本手法の再メッシュ化の 1 つの例を図に示す。図 4 の元データは頂点数 29,800 の非構造三角形メッシュである。許容誤差  $\varepsilon$  を 0.01,  $c(\kappa, \varepsilon)$  の上限を 0.2 に設定し、再メッシュ化を行った (モデルの全長は約 20)。実験の結果、頂点数は 3,180 となった。このモデルの甲の部分は、凹凸が入れ替わる波板形状である、このような形状は、Alliez らの方法では、主方向の場が回転し、曲率線が振れ、あるいは停止する。提案法では、手の甲の部分でも、第 1, 第 2 種曲率を切り替えることで、正則な再メッシュ化を達成している。

## 6. まとめ

前報告では、Alliez らの再メッシュ化で発生する 1.2 の(i)の問題を解消するため、非等方領域から等方領域への主方向の伝播を行うフィルタリングと、積分する主方向を適宜的に切り替える追跡法を提案した。また、曲率線に基づく非等方再メッシュ化に閉じた曲率線を導入した。今回は、さらに曲率線の間隔を指定し、非正則点からの曲率線の枠に基づいて、ネットワークを発生させる手法について検討した。今後の展望としては、非正則点の処理やパラメタリゼーションへの応用が挙げられる。また、よりインタラクティブな処理についても導入を検討していく。

## 参考文献

- 1) 森田伊織,坂本博康,“3次元表面の稜線と閉じたストリームラインに基づく再メッシュ化手法”,134回グラフィクスとCAD情報処理学会研究報告,pp.1-6(2009)
- 2)金井崇,鈴木宏正,“対話的なメッシュの均一再メッシュ化手法”,グラフィクスとCAD / Visual Computing 合同シンポジウム論文集, pp.91-96(2001)
- 3) P.Alliez, D.Cohen-Steiner, O.Devillers, B.Levy and M.Desbrun, “Anisotropic Polygonal Remeshing,” ACM Trans. Graphics (Proc. SIGGRAPH2003),22, pp.485-493(2003)
- 4) M.Marinov and L.Kobbelt, “Direct Anisotropic Quad- Dominant Remeshing”, Proc. Computer Graphics & Applications, pp.207-216(2004)
- 5) N.Ray, W.C.Li, B.Lévy, A.Sheffer and P.Alliez, “Periodic Global Parameterization”, ACM Trans. Graphics, 25, pp. 1460-1485(2006)
- 6) P.Alliez, et al. , “Recent Advances in Remeshing of Surfaces”, in *Shape Analysis and Structuring*, ed. L.E.Floriani, M.Spagnuolo, pp.53-82, Springer(2008)
- 7) S.Yoshizawa, A.Belyaev and H.Seidel, “Fast and robust detection of crest lines on meshes”, ACM symposium on Solid and physical modeling , pp.227-232(2005)
- 8) D.Cohen-Steiner and J.M.Morvan, “Restricted Delaunay Triangulations and Normal Cycle,” Proc. 19th Annual Symp. Computational Geometry, pp.237-246(2003)
- 9) Y.L.Yang, Y.K.Lai, S.M.Hu, H.Pottmann, “Robust Principal Curvatures on Multiple scales”, 4th Eurographics Symposium on Geometry processing(2006)
- 10) S.Petitjean, “A Survey of Meshed for Recovering Quadrics in Triangle Meshes”, ACM Computing Survey, vol.2, No.34, pp.1-61(2002)

## 付 録

### 曲率推定法の比較

ここでは、文献[8]で提案されたメッシュのエッジ情報から曲率を推定する方法と、標準的な楕円放物面の当てはめによる推定法の誤差性能を比較する。前者は誤差の上界が計算できるという理由から文献[3]で使用されているが、数値シミュレーションの結果、比較的に高い密度のデータに対して、後者に比べかなり大きい推定誤差を生じ得ることが分かった。

前者は、頂点  $v$  の近傍  $B$  で次の  $3 \times 3$  テンソル、

$$T(v) = \frac{1}{|B|} \sum_{edges e} \beta(e) |e \cap B| \bar{e}\bar{e}^T \quad (A1)$$

から求められる。ここで、 $B$  はを中心とする測地的な円、 $e$  はエッジ、 $|e \cap B|$  は  $B$  内

$\bar{e}$

のエッジの長さ、はエッジ方向の3D単位ベクトル、 $\beta(e)$ はエッジ両側フェース間の角度である。頂点  $v$  の曲率は、 $T$  の最大から第1, 2位の固有値として推定され、最小固有値は  $v$  における法線に対応する。一方、後者の概要は2.1節に示されている。

数値実験では、原点に置いた半径20の球面を、 $x, y$ 座標のそれぞれ $[-10, 10]$ の一定区間を  $N \times N$  分割した点で標本化した3Dデータを用いた。三角形メッシュを構成するため、 $x, y$ 平面上の  $N^2$ 個の各正方形の辺に加え、各正方形の対角線を正規乱数の符号に従う正負の傾き方向にとり、これらに対応するエッジ構造を利用した。後者で用いる頂点は、対象の頂点  $v$  から連結するエッジのリング数  $r$  までとした。これに対する前者の近傍  $B$  として、上の  $x, y$  区間の  $N$  分割長を  $r$  倍した測地的半径を持つ円を用いた。

図 A1 は横軸を  $N$  として、文献[4]の方法(実線)と本報告の方法(点線)による  $(N+1-2r)^2$  個の点における曲率の推定誤差を真値(0.05)からの平均2乗誤差の平方根(%値)で示す。記号○,◇,□,△はそれぞれ  $r=2, 3, 4, 5$ を表す。図より、前者の推定精度は概して後者より低く、また  $N$  の増加および  $r$  (面積| $B$ |) の減少に伴い増加する。一方、後者(本方法)の推定誤差は  $N$  の増加に伴う減少と、 $N=30$ 以上では  $r$  の増加に伴う減少が見られ、 $N \geq 30$  と  $r \geq 3$  では誤差1%以下の精度の高い推定結果が得られた。

前者の低精度の原因は、式(A1)において全エッジの位置と方向の情報が失われており、エッジ方向が特定の4方向を中心に狭く分布しているためと考えられる。また、頂点の3D座標に測定誤差の成分を重畳した数値実験では、更に大きな曲率の推定誤差が発生した。他方、後者の方法では十分細かいメッシュと多数の頂点数によれば、測定誤差を重畳した場合も精度良い曲率の推定が可能であった。

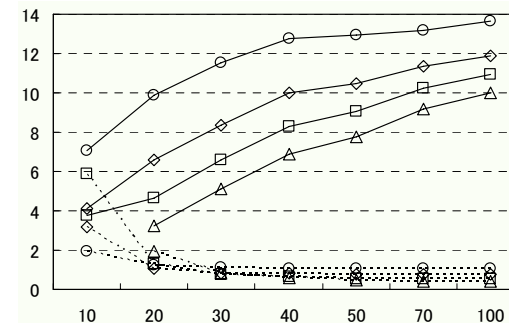


図 A1 2つの推定法の比較