情報処理学会論文誌　プログラミング　Vol. 2　No. 4　33–52 (Aug. 2009)

自動的等価性差分の抽出による SSA コンパイラ最適化器の生成するコードの正しさの検証

Fang　Ling[†1]　　佐　々　政　孝[†1]

目的コードの効率を向上させる最適化はコンパイラの重要なフェーズである．しかし最近の進んだ最適化器の多くは複雑なソフトウエアであるため，最適化器に誤りがあることは稀ではなく，そのときその原因を突き止めることが難しい．本論文では，最適化前後の差分を自動的に抽出し，時相論理に基づいて変数などの等価性を評価することにより SSA 形式上のコンパイラ最適化器の正しさを検証する手法を提案する．まず，変形箇所がプログラムの意味を保つために満たすべき性質を時相論理の CTL 式で記述しておく．次に，最適化前後の SSA 形式の中間言語を比較照合し，最適化による変形を抽出する．それらの結果に従ってモデルを生成し，すべての変形がその種の変形に応じた CTL 検査式を満たすかどうかをモデル検査により検査する．本手法により COINS コンパイラの最適化器の誤りや曖昧な変形をいくつも発見した．本手法では，検証者は最適化アルゴリズムを知る必要がなく，テストコードを実行する必要もない点に特徴がある．

Verification of SSA Compiler Optimizer Generated Code by Finding Value Equality Difference

Ling Fang[†1] and Masataka Sassa[†1]

Optimization is a very important phase of compilation. It can improve the performance of a program by a large factor. However, many recent optimizers are complex, which may compromise program correctness. It is essential that the compiler optimizer is implemented without changing the semantics of a program. Guaranteeing the correctness of optimization for realistic programs is still an open problem. In this paper, we propose a technique for validating the optimization transformation of the program by checking if the optimization transformations are equivalent transformations. First, we define the semantic equivalence of every kind of transformation and formalize them using CTL formulas. Then, we compare the intermediate programs in Static Single Assignment (SSA) form before and after optimization and extract the differences. After analysis and modelling, every transformation is checked against the corresponding CTL formula via model checking. We do not need to know the details of the optimization algorithms and execution of the test program. We applied this technique to the optimizer in the COmpiler INfraStructure (COINS) compiler. It worked with great efficiency, and found several bugs and ambiguous transformations.

1. はじめに

1.1 背　　景

コンパイラのプログラム最適化は重要な技術であり，近年さかんに研究されている．最適化は目的プログラムの時間および空間効率を向上させるプログラム変換を行う．

コンパイラ最適化器は，入力プログラムの振舞いを変えてはならない．これは最適化器に対する最低限の要求である．最近の進んだ最適化器の多くは複雑なソフトウエアであるため，一般に，アルゴリズムの設計や実装の段階など様々な箇所で，プログラムの意味を変えてしまうような誤りが混入しやすい．コンパイル段階でエラーになったり，実行結果が明らかに違ったりするバグもあるが，最適化が正常に終了したように見えても，目的プログラムは意図しない動作をするかもしれない．また，場合によって正しかったり誤ったりするバグもあるし，最適化の目的に反して冗長性を混入するバグもある．さらに，バグがどこで混入したものなのかが見極めにくい．

本論文では，バグを 3 種類に分類する．致命的なエラーになるバグを**違反**，実装によって正しい場合と正しくない場合があるバグを**曖昧**，意味的に正しいが，冗長性を混入するバグを**冗長**とする．

このような背景から，最適化器にバグがないことを保証するための技術は非常に重要である．コンパイラ最適化器の信頼性を向上させる既存の研究として，次のようなものがある．

(1) 最適化器そのものが正しいことを検証する．検証された最適化器は，任意のプログラムについて，その振舞いを変えることなく最適化できる．
(2) テストプログラムを用いて，最適化器がそのテストで引き起こした中間表現の変化などを検証する．
(3) テストプログラムを用いて，最適化によって変化したテストコードの実行を確かめる．

†1 東京工業大学大学院情報理工学研究科
Graduate School of Information Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology

© 2009 Information Processing Society of Japan

(1) には Lacey らの研究[14),15)] や Lerner らの研究[16)] などがある．これらの研究は証明できるドメイン言語を定義することによって，理論上の厳密性を保証するが，実際にあまりバグが混入しにくい簡単な最適化しか扱えず，実用性に欠ける点がある．

(2) には Necula[18)] や佐原ら[21)] の研究がある．Necula の研究は最適化前後のプログラムにおいて，記号実行をしながら評価を行い，各対応点（call 文，jump 文および return 文）まで結果がすべて等価であれば，プログラムの変換も正しいとする．この検査手法は，高速で現実的であり，どんな最適化器にも使える．しかし，文献 18) に書いてあるように，判定不能の場合，推測によるため，厳密なプログラムの意味の保存を保証できない．この手法は複雑な最適化に対しては精度が低いと思われる．

佐原らの研究[21)] は最適化器の振舞いを検査の対象とし，最適化器を実行しながら，最適化のアルゴリズムと関係ある箇所にマークを付け，それらのマーク間の関係が時相論理式を満たすかどうかを検査する．この手法は最適化器をアスペクト指向システム GluonJ[3)] によって拡張する必要があるため，処理が煩雑で効率が良くない．最適化器と最適化器のアルゴリズムに依存するので，検証者が最適化のアルゴリズムを理解する必要があり，各フェーズに対して定式化が必要である．関係が複雑な場合は記述できない．この研究も厳密なプログラムの意味の保存を保証できない．

(3) の研究には，Jaramillo らの研究[13)] などがある．この研究は最適化前後のプログラムを交互に実行してゆき，対応する変数に対する値が一致しているかどうかを検証する手法である．しかし，理論上の裏づけが弱い．たとえば，ある実行に対して，最適化前後の変数の値が一致したとしても，すべての実行に対して，この変数の値が一致することが保証できない．逆に，乱数を使うプログラムのような場合は，正しい変換による最適化前後の変数の値は異なるかもしれない．また，トレースデータが大きすぎ，検証時間が長い，などの欠点がある．

これらのほかに型システムによって，型の検査による検証を行うものもある．それは意味的な検証とは大きな違いがあるため，最適化を厳密に検証したいときには役に立たない．

1.2　本研究の概要

本論文は前節の (2) の研究に属する．本手法は，最適化前後のプログラムの差異を自動的に抽出し，最適化による変形がプログラムの意味を変えない等価変形であるかどうかを検査する．値の等価性の判定は記号評価により，等価変形の検査は時相論理に基づく．中間コードや目的コードを実行する必要がなく，検証者は最適化に使われているアルゴリズムを理解しなくてよいという特徴がある．

本手法の流れは次のようになる．まず，変形箇所がプログラムの意味を保つために満たすべき性質を時相論理 CTL[27)] で記述しておく．次は最適化前後の中間言語プログラムを解析し，変数などの等価性の情報や定義–使用関係などを含めたプログラムの性質および最適化による変形を解析し，モデルを生成する．最後にモデル検査を行い，最適化実行後に変形箇所がその変形に対応した検査式を用いて等価変形であったかどうかを調べ，間違った変形を報告する．

前節の (2) の研究と同様，本手法は与えられたプログラムに対する最適化器の正当性を検証する．

我々の手法による利点は以下のとおりである．

- 静的単一代入形式の中間表現を用いて全部の変形を抽出し，検査するため，厳密性がある．バグを発見した際に原因の特定が容易である．
- 既存の最適化器に手を入れることなく，最適化器や実装のアルゴリズムに依存しないため，検証者が最適化アルゴリズムを理解しなくてよい，これは従来研究にはない特徴である．また，定式化しやすい．目的プログラムを実行する必要がない．
- SSA 形式上での最適化の各フェーズについて，条件付き定数伝播[28)] や質問伝播に基づく大域値番号付けと部分冗長性除去[26)] といった非常に複雑な最適化器を含み，精確に検証できた．これは従来研究では行えない．冗長性も発見できるのは本研究が初めてである．検証時間も現実的である．

本手法を用いて，COINS コンパイラ[5)] に実装されている SSA 最適化器に対して，本手法を適用して検査を行った．その結果，いくつかの誤りや曖昧な変形が発見できた．

本論文の構成は次のとおりである．2 章はプログラムの SSA 形式および SSA 形式上での最適化について説明する．3 章は検証に使う時相論理について述べる．提案手法の詳細は 4 章で，とくに本手法にとって重要な変数の等価性の評価は 4.3 節で述べる．本手法について実験した結果は 5 章で述べる．6 章，7 章はそれぞれ関連研究，考察と将来課題について述べる．8 章ではまとめを述べる．

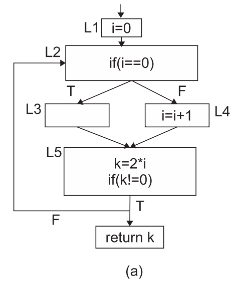
2.　プログラムの静的単一代入形式（SSA 形式）と SSA 形式上での最適化

この章では，**図 1** に示した典型的な 2 つのプログラムを例として，プログラムの SSA 形式，SSA 形式上の最適化について述べる．

2.1　SSA 形式（静的単一代入形式）

SSA 形式とは，変数の定義がプログラムの字面上唯一となるようにしたプログラムの表

© 2009 Information Processing Society of Japan



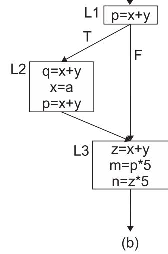


図 1　プログラムの例
Fig. 1　Example of the programs.

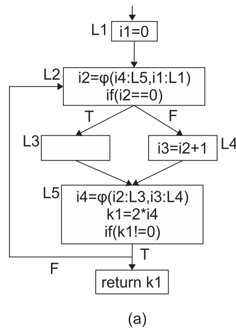


図 2　図 1 のプログラムの SSA 形式
Fig. 2　SSA form of the programs of figure 1.

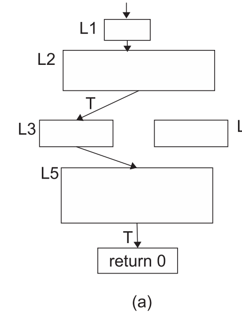
現形式である[8]．SSA 形式では，変数の使用に到達する定義が一意に決定でき，プログラムの最適化に有利な形式といわれている．図 1 のプログラムを SSA 形式に変換すると，**図 2** のようになる．

通常形式のプログラムを SSA 形式に変換するには,

- 変数の名前の付け換え
- ϕ 関数の挿入

を行う．ϕ 関数とは，元のプログラムで同じであった変数の定義が合流するところに挿入される仮想的関数である．図 2 (b) の $L3$ にある $\phi(x2 : L2, x1 : L1)$ などが ϕ 関数である．この ϕ 関数は,「$L2$ から来た場合は $x2$ を，$L1$ から来た場合には $x1$ を返す」関数である．

これを少し説明すると，図 2 (b) の $L3$ において，x の値は，$L2$ から来た場合は $L2$ 内で



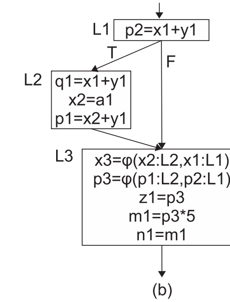


図 3　SSA 形式上の最適化の例
Fig. 3　Optimization on SSA form.

定義された $x2$ の値，$L1$ から来た場合は $L1$ 内で有効な $x1$ となる．$L3$ の入口に ϕ 関数による代入文 $x3 = \phi(x2 : L2, x1 : L1)$ を挿入することで，$L3$ での x の値は $x3$ と決定することができる．

SSA 形式は，次の有用な性質を持つ．

- 各変数の使用には，唯一の定義が到達する．
- 制御フローグラフ上のノード n で，変数 v の異なる定義が合流するとき，ϕ 関数を n の先頭に挿入することで，到達する v の値を区別する．

2.2　SSA 形式上でのプログラムの最適化

プログラムの最適化は，プログラムの性質を解析し，その結果に基づき変形するという方法が一般的である．

プログラムの性質を解析する手法はいろいろあるが，制御フローグラフ上のデータフロー方程式を解くことにより行うのが一般的である．**図 3** (b) はデータフロー方程式を解くことによって図 2 (b) のプログラムに対して，質問伝播に基づく大域値番号付けと部分冗長性除去（PREQP）[26] を行った例である．$L3$ の $z1$ と $n1$ への代入が最適化されている．

しかし，条件分岐を考慮した定数伝播（CSTP）[28] のような，制御フローグラフ上のデータフロー方程式を解いたのでは解が得られず，制御フローグラフをたどり，値がどうなるかを調べる**記号実行（symbolic execution）**[12] を行う最適化もある．図 3 (a) は図 2 (a) のプログラムに条件分岐を考慮した定数伝播を適用した例である．

最適化器は，最適化前後でプログラムが意味的に変わっていないことを保証しなければならない．プログラムが意味的に変わっていないことを，**プログラムの意味が保存される**とい

© 2009 Information Processing Society of Japan

う．プログラムの意味が保存されないような最適化は，正しくない最適化である．

最適化の正しさとしては他に，その最適化による変形が確かにプログラムの効率を向上させているという性質を満たすということがあげられる．しかし，本当に最適かどうかは難しい問題で，一般に示すことができない性質である．

さて，CSTP [28] と PREQP [26] は SSA 形式上で有力な最適化であるが，非常に複雑で検証が必要である．図 3 (a) に示したように最適化の後 $i2$ はつねに 0 であり，$L4$ は到達不能な基本ブロックになる．Lacey らや Lerner らは簡単な最適化しか検証できないため，CSTP の検証もできない．佐原ら [21] の研究はできたと主張しているが，後述のように循環論証と考えられる．

SSA 形式は最適化には有利である．しかし，図 2 (b) の $L3 : z1 = x3 + y1$ が $L1 : p2 = x1+y1$ と $L2 : p1 = x2+y1$ とそれぞれ違う式になったため，図 1 (b) の中で，$L3 : z = x+y$ が $L1 : p = x + y$ と $L2 : p = x + y$ で計算され，冗長な計算であるという情報が SSA 形式への変換の後に失われてしまった．PREQP はこういう冗長性を除去するアルゴリズムである．PREQP も非常に複雑で従来研究では検証できる研究がまだない．

3. 時 相 論 理

この章では CTL 論理について説明する．Computational Tree Logic（CTL）[27] は分岐時相論理（branching-time temporal logic）の 1 つである．経路限量子として，A = (All), E = (Exist) がある．時相演算子として，U = (Until)，X = (neXt)，G = (Globally), F = (Future)，R = (Release) がある．CTL では経路限量子の直後に時相演算子が現れる形式のみが許される．Kripke 構造で有限または無限に遷移する性質を分岐経路で記述することができる．プログラムの制御フローグラフ（CFG）[1),17),23] を Kripke 構造に対応させ，プログラムの抽象実行を CTL の経路に対応させると，CFG で書かれたプログラムの性質を CTL で記述することができるため，本研究では CTL を採用した．この章では，CTL の構文や意味について述べる．**図 4** (a) は Kripke 構造であり，図 4 (b) はその上を遷移する CTL 木の例である．CTL 木は Kripke 構造の開始状態から遷移関係に沿って展開した木構造である．

本論文では，有向辺の方向を時間順と見なす，時間順で先に現れることを先行と呼ぶ．

3.1 構 文 規 則

CTL の構文規則は以下のとおりである．

$\phi ::= true \mid false \mid \alpha$

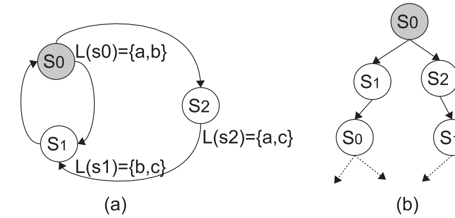


図 4　Kripke 構造 (a) と構造に対応した S_0 からの CTL 木 (b)
Fig. 4　Kripke structure (a) and its CTL tree (b) for S_0.

$\quad\mid \phi \wedge \phi \mid \phi \vee \phi \mid \neg\phi$

$\quad\mid E\psi \mid A\psi \mid$

$\psi ::= X\phi \mid \phi\ U\ \phi$

ここで α は原子命題である．また，構文規則には現れないが，下記の結合子が使われることもある．それらは EX，EU，AU を用いて表せる [4]．

$AX\phi = \neg EX(\neg\phi)$

$EF\phi = E[true\ U\ \phi]$

$AG\phi = \neg EF(\neg\phi)$

$AF\phi = A[true\ U\ \phi]$

$EG\phi = \neg AF(\neg\phi)$

$A[\phi_1\ R\ \phi_2] = \neg E[\neg\phi_1\ U\ \neg\phi_2]$

$E[\phi_1\ R\ \phi_2] = \neg A[\neg\phi_1\ U\ \neg\phi_2]$

3.2 意　味　論

CTL の意味論は Kripke 構造によって与えられる．Kripke 構造 K は 3 つ組 (S, R, L) であり，S は状態の集合，$R \subseteq S \times S$ は遷移関係，$L : S \rightarrow 2^{Prop}$ は各状態にその状態において真となる原子命題の集合を割り当てる関数である．

K における s_0 からの経路とは，$\forall i \geq 0 : (s_i, s_{i+1}) \in R$ となるような状態の有限または無限の列 $p = (s_0 \rightarrow s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow \ldots)$ である．状態の無限列 $s_0, s_1, s_2, \ldots$ が，任意の $i \geq 0$ について $s_i \rightarrow s_{i+1}$ であるとき，この無限列を無限経路という．また，状態の有限列 $s_0, s_1, s_2, \ldots, s_m$ が，任意の i（$0 \leq i < m$）について $s_i \rightarrow s_{i+1}$ かつ $\forall s \in \{s_0, s_1, \ldots, s_m\}, \neg(s_m \rightarrow s)$ であるとき，この有限列を有限経路という．無限経路と有限経路を合わせて経路という．

論理式 ϕ が Kripke 構造 K の状態 s で真であるという関係を $K, s \models \phi$ で表す．また，K

© 2009 Information Processing Society of Japan

が明らかな場合には K を省略する．関係 $\models$ は以下のように定義される．

状態式：

$s \models true$ iff $true$

$s \models false$ iff $false$

$s \models \alpha$ iff $\alpha \in L(s)$

$s \models \neg\phi$ iff $s \models \phi$ ではない

$s \models \phi_1 \wedge \phi_2$ iff $s \models \phi_1$ かつ $s \models \phi_2$

$s \models \phi_1 \vee \phi_2$ iff $s \models \phi_1$ または $s \models \phi_2$

$s \models E\psi$ iff $\exists path(s = s_0 \to s_1 \to s_2 \ldots) : (s_i)_{i\geq 0} \models \psi$

$s \models A\psi$ iff $\forall path(s = s_0 \to s_1 \to s_2 \ldots) : (s_i)_{i\geq 0} \models \psi$

経路式：

$(s_i)_{i\geq 0} \models X\phi$ iff $s_1 \models \phi$

$(s_i)_{i\geq 0} \models \phi_1\ U\ \phi_2$ iff $\exists k \geq 0 : [s_k \models \phi_2 \wedge \forall i : [0 \leq i < k \Rightarrow s_i \models \phi_1]]$

Lacey ら[15] に従って $\overleftarrow{A}$ と $\overleftarrow{E}$ を導入する．これらは逆向きすなわち過去を表し，A と E と対称的な意味論を持つ．

3.3　循環論証の問題

2.2 節で述べたように，論理によって証明する場合，詭弁論理を避けるように注意しなければならないことがある．たとえば，変形が満たすべき条件のなかに，直接的もしくは間接的に，この変形が引き起こした性質が入ってはならない．前提が結論の根拠となり，結論が前提の根拠となるものを**循環論証**（*circular reasoning*）という．時相論理において循環論証を避けるには，条件になるものは証明の結論より CTL 木において時間順に先に成り立たなければならない．

4. 提 案 手 法

この章は提案手法の概要および提案手法の実現手順の詳細について述べる．

プログラムの意味を変えない変形を**等価変形**という．本論文では，最適化が行うプログラム変形が，等価変形であるかどうか，すなわちプログラムの意味を保っているかどうかを 3 章で述べた時相論理によって検査する手法を提案する．これは以下の手順で実現する．

(1) 各種の変換に対して等価変換の意味論を記述する検査式を CTL 論理を用いて定式化する．

(2) 最適化前後の中間コードの変形を抽出し，最適化前の中間コードおよび最適化後の変形された中間コードに基づいてモデルを生成する．その際，変数の値が等しい**合同(congruence)**[2),17),19)] 集合の計算を行う．中間コードを実行する必要はない．

(3) すべての変形について，その変形の種類に応じた検査式を満たすかどうかを検査する．検査式が満たされない場合，バグとして報告する．

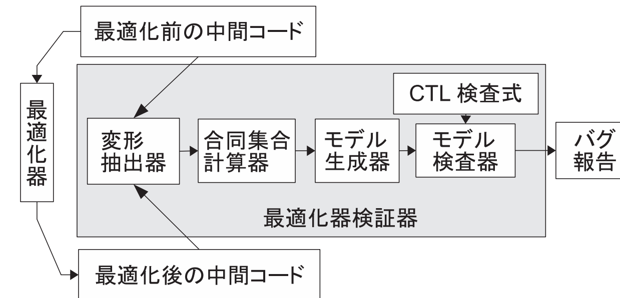


図 5　提案手法の概要

Fig. 5　Outline of the verifier.

図 5 は，提案する手法の概要を表す．各ステップの詳細は以降で順次説明していく．変形に対する検査式が変形の内容に対応するように，ステップ (2) の変形の抽出を説明しながら，ステップ (1) の変換に対応した CTL 式の定式化について説明する．

中間コードの命令文の BNF を**表 1** に記す．記号の意味は標準的な C 言語の意味に準ずる．$\bar{E}$ は一連の式を意味し，$[E]$ はポインタが指したメモリの中身を意味する．ϕ 関数は ϕ_1 のように，基本ブロックごとに区別する．

4.1　モ デ ル

3.2 節に述べたように，CTL の意味論は Kripke 構造によって与えられる．Kripke 構造 K は三つ組 (S, R, L) である．本研究は時相論理を適用するため，中間コードおよび最適化による変形を時相論理に適用したモデルを作成する必要がある．最適化前後の中間コードをそれぞれ π と π' と記す．モデルは $M_\pi = (S, R, L)$，$M'_{\pi'} = (S', R', L')$ とする．本研究は最適化前後の中間コードの比較照合の結果を検証するため，最適化前の中間コードに基づいてモデル生成し，最適化後の中間コードの変形をこの中間コードのモデル上に反映させる必要がある．以下の手順で最適化の変化を反映したモデル $\tilde{M}$ を生成することができる．

以降の節において，モデルは命令文をノードの単位とするが，説明しやすさのため，基本ブロックで表示する場合がある．**図 6** は図 2 (a) のプログラムから以下の手順によって生成

© 2009 Information Processing Society of Japan

表 1　中間言語 LIR の構文
Table 1　The abstract syntax of the intermediate language LIR.

Instruction	i	::=	$t \leftarrow E$ | $t \leftarrow [E]$ | $[E_1] \leftarrow E_2$ | $t \leftarrow call(\bar{E})$ | $return(e)$ | $read$ | $write$ | $label(L)$ | $jump(L)$ | $E\ ?\ jump(L_1) : jump(L2)$
Expressions	E	::=	t | $\&\ g$ | $E_1\ op\ E_2$ | M
Operators	op	::=	$+$ | $-$ | $*$ | $/$ | $=$ | $\neq$ | $\leq$ | $\geq$ | ϕ | $\&$ | $\gg$ | $\ldots$
Memory	M	::=	$*m$ | $\&add$ | $*\&add$

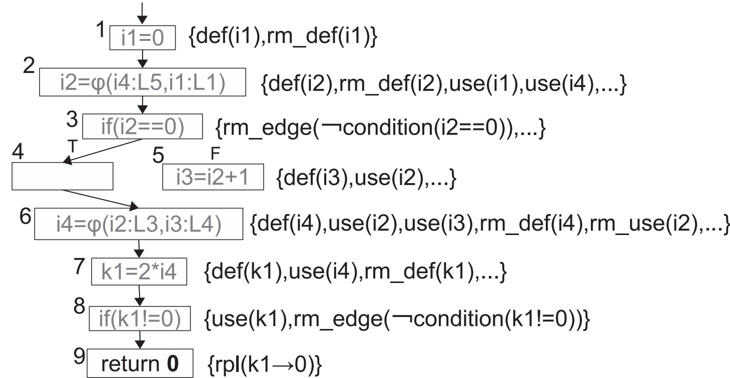


図 6　モデル $\tilde{M}$
Fig. 6　Model $\tilde{M}$.

表 2　遷移関係 $\rightarrow_\pi$ の定義（$0 < i$）
Table 2　Definition of transition $\rightarrow_\pi$.

$s_i \rightarrow_\pi s_{i+1}$ iff
$I_{s_i} \in t \leftarrow E, t \leftarrow [E], [E_1] \leftarrow E_2, t \leftarrow \{call(\bar{E}), Label, skip\} \wedge\ s_{i+1} = s_i + 1$
$\vee\ (I_{s_i} \leftarrow jump\ L \wedge Label\ s_{i+1} = L)$
$\vee\ (I_{s_i} = if\ E?\ jump\ L_1\ else\ L_2) \wedge (Label\ s_{i+1} = L_1 \vee Label\ s_{i+1} = L_2)$
$\vee\ (I_{s_i} = read\ X \wedge s_{i-1} = start$ について $s_{i-1} \rightarrow s_i, s_{i-1} \rightarrow s_{i-1})$
$\vee\ (I_{s_i} = write\ X \wedge s_{i+1} = end$ について $s_i \rightarrow s_{i+1}, s_{i+1} = s_{i+1})$

されたモデルである．

（1）　π と π' に対して，制御フローモデル $M_\pi = (S, R, L)$ と $M'_{\pi'} = (S', R', L')$ を生成する．

（2）　$M_\pi = (S, R, L)$ と $M'_{\pi'} = (S', R', L')$ を比較し，最適化による変形を抽出する．抽出の手順は 4.2 節で述べる．

（3）　$\tilde{M}$ を生成する．このモデルは $M_\pi = (S, R, L)$ に基づいて $M'_{\pi'} = (S', R', L')$ で変化した内容を反映したものである．

（4）　変形の内容を原始命題で表示する．

（5）　$\tilde{M}$ 上で合同集合を計算する．

まず，(1) であるが，図 2 (a) のプログラムの CFG に基づいてモデルを生成する．そのモデルは CFG のノードを逐次に命令文単位に分割したものである．例を図 6 に示す．各ノードに命令文の定義や使用などの性質を原始命題として表現する．たとえば，命令文 $5 : i3 = i2 + 1$ に原始命題 $def(i3)$，$use(i2)$ を追加する．それから最適化の変化をモデル上に反映させる．ノード 1，2，3，4，5，6，7，8 の命令文は最適化によって削除された．削除された命令文のノードはそのまま残すが，$rm_def(i1)$ のように削除されたことを原始命題として表現する．条件文 $3 : if(i2 == 0)$ は $false$ になることがないため，分岐 $3 \rightarrow 5$ は削除される．削除された辺はモデルから取り除き，その辺に分岐する条件が $false$ であることを原始命題 $\neg condition(i2 == 0)$ として表現する．ノード 9 の命令文は変数 $k1$ を定数 0 に書き換えた，それを原始命題 $rpl_var(k1 \rightarrow 0)$ によって表現する．命令文の追加などほかの変形はこの例に現れないが，そういう場合も同じようにモデルにこの変化を反映させる．以下はモデルを生成する詳細を述べる．

4.1.1　制御フローモデル M_π と $M'_{\pi'}$

コード π に対する制御フローモデルは三つ組 $M_\pi = (Node_\pi, \rightarrow_\pi, L_\pi)$ として定義される．ここで $Node_\pi$ は各文ごとに分けられた命令文の集合であり，遷移関係 $\rightarrow_\pi$ は**表 2** のように定義される関係である．

以下，明らかな場合は π を省略する．

この最後の 2 つの式から分かるように，最初の命令文の前に $start$ ノードと最後の命令文の後に end ノードを付け，$start$ と end の次のノードには自分自身が含まれている．

表 3 は原始命題を定義し，空白の行によって上下の 2 部分に分けられる．上の半分は最適化前の性質である．後半の部分は最適化による変更の性質を表す．

4.1.2　最適化による変形を M_π に反映させた $\tilde{M}$

説明しやすいように，たとえば $node \in rm_def$ はノードが最適化によって代入文が削除

© 2009 Information Processing Society of Japan

表 3　原始命題 Υ の定義
Table 3　Definition of primitive proposition Υ.

$\Upsilon =$
$\cup$ {use(X) : 変数 (式)X は N で使用される }
$\cup$ {def(X) : 変数 X は N で定義される }
$\cup$ {$trans$(X) : 変数 (式)X は N で変更されない (X 中の変数は N で定義されない)}
$\cup$ {rm_def(X) : 変数 X は N で定義されるが，最適化によって削除される }
$\cup$ {rm_use(X) : 変数 (式)X は N で使用されるが，最適化によって削除される }
$\cup$ {rm_jump(L0, L1, L2) : N は L0 $\rightarrow$ L1 $\rightarrow$ L2 の間から jump 文 L1 : $jump$ L2 を削除される }
$\cup$ {rpl_var(X1 $\rightarrow$ X2) : N で変数 (式)X1 が最適化によって変数 (式)X2 に書換えられる }
$\cup$ {rpl_cons(C $\rightarrow$ X) : N で定数 C が最適化によって変数 (式)X に書換えられる }
$\cup$ {ins_def(X1, X2) : N は変数 X1 に対する定義文 X1 = X2 が挿入されたノード }
$\cup$ {ins_jump(L0, L1, L2) : N は L0 $\rightarrow$ L2 の間に jump 文 L1 : $jump$ L2 を挿入したノード }
$\cup$ {rm_branch($condition$(X))(E) : N から分岐する辺 E が条件式 X を満たさないため E が削除される }
$\cup$ {rpl_edge(X, E) : N で式 X の移動によって例外へ飛ぶ辺 E を変更する }
$\cup$ {$equal$(X1, X2) : 式 (変数)X1 と X2 は N で同じ合同集合に入る }
$\cup$ {$condition$(X) : 条件式 X は N で成り立つ }

されたことを表す．ノードは命令文を単位とするため，命令文を指す．遷移関係の辺は制御フローグラフの有向辺を指す．生成されたモデル $\tilde{M}$ は Kripke 構造の三つ組 $(\Omega, \varpi, \Upsilon)$ とする．最適化によるプログラムの変形には 8 種類ある．それは代入文の削除（追加），jump 文の削除（追加），命令文の一部（定数，変数，式）の書き換え，条件文が満たされないことによる辺の削除と式の移動による例外へ飛ぶ辺の変更である．それらの変形がモデル $\tilde{M}$ を生成する前に抽出されるが，説明の都合で詳細は 4.2 節に述べる．以下に各変形をモデル $\tilde{M} = \{\Omega, \varpi, \Upsilon\}$ にどう反映させるかを説明する．

原始命題Υ：

モデル $M = (\Omega, \varpi, \Upsilon)$ における Υ の定義はプログラムの性質および最適化による変化に従って表 3 に示すようになる．これは空白の行の前後の 2 つの部分からなる．上部はプログラムの def，use など最適化する前の性質であり，下部は最適化による変化の性質である．X は変数や式，C は定数，E は辺，L はラベル，N はノードを表す[⋆1]．

状態集合Ω：

最適化によって変化がないノードに対しては，そのままにする．

最適化によって書き換えられたノードに対しては，ノードをそのままに残し，変更された部分を原始命題 rpl_var(X1 $\rightarrow$ X2) または rpl_cons(C $\rightarrow$ X) によって表示する．

最適化によって削除されたノード（代入文または jump 文）に対しては，ノードをそのま

⋆1 通常，具体例は小文字によって表すが，分かりやすさのため，ラベルは大文字で表す．

表 4　遷移関係 ϖ の定義
Table 4　Definition of transition ϖ.

$s_i \rightarrow s_{i+1}$ iff	
$\vee\ (s_i \rightarrow s_{i+1} \in R \wedge s_i \rightarrow s_{i+1} \in R')$	(1)
$\vee\ (s_i \rightarrow s_{i+1} \in R \wedge s_i \in rm_node \vee s_{i+1} \in rm_node)$	(2)
$\vee\ (s_i \rightarrow s_{i+1} \in R \wedge s_i \rightarrow s_{i+1} \notin R' \wedge s_i \rightarrow s'_i \rightarrow \ldots \rightarrow s'_{i+n} \rightarrow s_{i+1} \in R')$	(3)
$\vee\ (s_i \rightarrow s_{i+1} \notin rm_branch)$	(4)

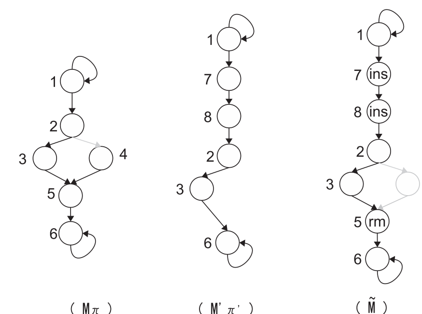


図 7　遷移関係
Fig. 7　Transition relation of $\tilde{M}$.

まに残すが，削除されたことを原始命題 rm_def(X) または rm_jump(L0, L1, L2) によって表示する．

最適化によって追加されたノード（代入文または jump 文）に対しては，その命令文のノードを新たに追加する．追加されたことを原始命題 ins_def(X1, X2) または ins_jump(L0, L1, L2) によって表示する．

最適化によって削除された辺に対しては，辺を削除し，その辺へ分岐する条件文のノードに rm_branch(X, E) によって表示する．計算式の移動によって例外へ飛ぶ辺の変更は rpl_edge(X, E) によって表示する．

したがって，状態集合は最適化前のすべてのノード S 以外に，最適化後によって追加，削除されたノードも含むことになる．$\Omega = S \cup \Sigma node'$（node' は追加，削除されたノード）になる．

遷移関係ϖ：

モデル $\tilde{M}$ の遷移関係 ϖ を**表 4** に示す（$0 \leq i, 0 < n$）．

図 7 によって説明する．図 7 (M_π) は最適化前のプログラムのモデルであり，図 7 $(M'_{\pi'})$

© 2009 Information Processing Society of Japan

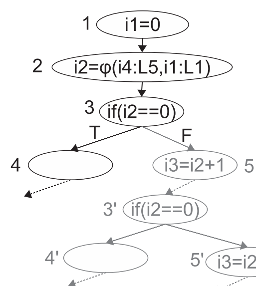


図 8　図 2 (a) のプログラムから展開した CTL 木
Fig. 8　CTL tree of program in figure 2 (a).

は最適化後のプログラムのモデルであり，図 7 ($\tilde{M}$) は M_π に最適化による変化を反映したモデルである．「ins」で表示しているノード 7，8 は最適化により挿入されたものとし，「rm」で表示しているノード 5 は削除されたものとする．最適化の後，削除された分岐 $2 \rightarrow 4$ を灰色で表示する．

表 4 の式 (1) は $s_i \rightarrow s_{i+1}$ の遷移関係は図 7 の $2 \rightarrow 3$ のように，M_π と M'_π で変わらないため，$\tilde{M}$ では維持することを意味する．式 (2) は $s_i \rightarrow s_{i+1}$ の遷移関係は $M'_{\pi'}$ で削除されたノードどうしによるものである．削除されたノードは残るため，それらのノードへの遷移関係も維持する．たとえば $3 \rightarrow 5$ または $5 \rightarrow 6$ はその例である．式 (3) は挿入されたノード $s'_i \ldots s'_{i+n}$ が M_π の遷移関係 $s_i \rightarrow s_{i+1} \in R$ を分割し，新たにモデルに追加したことを意味する．たとえば M_π の $1 \rightarrow 2$ を分割し，$\tilde{M}$ の $1 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 2$ になったのはその例である．式 (4) は $M'_{\pi'}$ で削除された分岐によって削除された遷移関係を取り除くことを意味する．たとえば $2 \rightarrow 4$ または $4 \rightarrow 5$ はその例である．

4.1.3　検証における時間順について

以下の議論は辺の削除に限った場合の考察である．3.3 節で説明したように，時相論理を用いて検証する場合，検証に使われる条件は検証の結論より時間順に先行していなければならない．

図 6 上で遷移する CTL 木は**図 8** である．CTL 木はプログラムの開始点から分岐しながら展開する．$3'$ はノード 3 を 2 度目にたどることを意味する．最適化によって遷移しなくなった部分は灰色で表示する．

本手法は最適化の結果を見て CTL 木を作り，その木の上で検証する．CTL 木の上で記号実行するのではないことに留意されたい．すなわち $i2$ が 0 にならないか心配する必要はない．同じノードが複数回展開される可能性があるが，それは CTL 木に反映されているので，検証の対象は時間順で最も先に現れたノードだけを考えればよい．たとえば，図 2 (a) の $i2$ が 0 に評価されることを検査したいとき，図 8 のノード 2 が対応するので，時間順で先行して成立するのはノード 1 であるため，検査式にノード 1 に関する性質しか含んではならない．$if(i2 == 0)$ が満たされるかどうかを検査したいとき，図 8 のノード 3 を検査対象とし，時間順で先行して成立するのはノード 1 と 2 であるため，検査式にノード 1 と 2 に関する性質しか含んではならない．

辺の削除がモデル M_π の意味を変えるが，関係する経路に注目すると，該当する式 π に対して $M \models \pi \Leftrightarrow \tilde{M} \models \pi$ が成立するため，$\tilde{M}$ を用いて検証するのが正しい．

本論文の図 2 (a) を例として佐原らの手法[21)]を説明する[⋆1]．文献 21) の「条件分岐を考慮した定数伝播の正しさ」の説明によると，$L4$ を削除する箇所と $i2$ が 0 に評価される箇所にそれぞれマーク $mark(unreach(L4))$ と $mark(rpl, i2, 0)$ が付けられ，それらのマークが満たすべき条件式は（自由変数を束縛した後）[⋆2]：

$mark(unreach(L4))$:

$\overleftarrow{A}\ trans(i2)\ W\ (mark(rm_e, L4) \vee mark(rpl, i2, 0))$

$mark(mark(rpl, i2, 0))$:

$(\overleftarrow{A}\ trans(i1)\ W\ eval(i1, 0)) \wedge (\overleftarrow{A}\ trans(i4)\ W\ mark(unreach(L4)))$

である．以上のように，マーク $mark(unreach(L4))$ と $mark(rpl, i2, 0)$ は互いに到達することが条件となり，すなわち，$L4$ が削除できることと $i2 = 0$ の代入文が削除できることが互いに条件になってしまう．

これを図 8 において説明すると，「$i2 == 0$ は true である」（すなわち $i2 == 0$ は false へ飛ぶ辺を削除できる）を検証するとき，「$3 \rightarrow 5$ の辺が削除された」ことを条件としている．条件になるものは検証の対象より時間順に先に存在しなければならないのに，図 8 の開始点から，「$3 \rightarrow 5$」を通った後のノード $3'$ が検証の対象になってしまっている．すると，検証の対象自身であるノード 3「$i2 == 0$ は true である」をすでに認めたことになるため，循環論証になってしまう．佐原らのシステムを許可を得て入手し，実際に検証しようとすると，検証器が無限循環に陥る[⋆3]．

⋆1 分かりやすさのため，本論文の記述は文献 21) の記述を本論文の CTL 式で表したものである．
⋆2 論理演算子 W の意味論は本論文は導入していないため，文献 21) を参照されたい．$eval(x, c)$ は変数 x を評価すると定数 c になることを表す．
⋆3 この誤りは佐原氏も認めている．

© 2009 Information Processing Society of Japan

表 5　各種の変形に対応した CTL 検査式
Table 5　CTL Check formulas of optimization tranformations.

変形の名称	変形の内容	変形に対する検査式
$rm_def(X)$	代入文 $X = \ldots$ を除去する	$\neg(E\ trans(X)\ U\ ((use(X) \wedge \neg rm_use(X)) \vee ins_use(X)))$
$rm_jump(L0, L1, L2)$	$L0 \rightarrow L1 \rightarrow L2$ の間から jump 文 $L1 : jump\ L2$ を除去する	$\neg(\overleftarrow{E}\ true\ U\ (use(L1) \wedge \neg rpl_var(L1 \rightarrow L2))) \wedge \neg(E\ true\ \ U\ (use(L1) \wedge \neg rpl_var(L1 \rightarrow L0)))$
$rpl_var(X1 \rightarrow X2)$	変数 (式)$X1$ を $X2$ に書換えする	$\overleftarrow{A}\ (trans(X1) \wedge trans(X2))\ U\ equal(X1, X2)$
$rpl_cons(C \rightarrow X)$	定数 C を変数 (式)X に書換えする	$\overleftarrow{A}\ trans(X)\ U\ equal(C, X)$
$ins_def(X1, X2)$	代入文 $X1 = X2$ を追加する	$\neg((\overleftarrow{E}\ trans(X1)\ U\ def(X1)) \wedge (E\ trans(X1)\ U\ use(X1)))$
$ins_jump(L0, L1, L2)$	$L0 \rightarrow L2$ の間に jump 文 $L1 : jump\ L2$ を挿入する	$\neg(\overleftarrow{E}\ true\ U\ (use(L2) \wedge \neg rpl_var(L2 \rightarrow L1))) \wedge \neg(E\ true\ \ U\ (use(L0) \wedge \neg rpl_var(L0 \rightarrow L1)))$
$rm_branch(X, E)$	条件 $condition(X)$ が満たされないことによって辺 E を削除する	$\neg(\overleftarrow{A}\ true\ U\ condition(X))$
$rpl_edge(X, E)$	式 X の移動によって例外へ飛ぶ辺 X を変更する	$false$

4.2　最適化によるプログラムの変形の抽出および変形に対する検査式の定式化

2.1 節に述べたように，ここで扱う SSA 形式は，変数の定義がプログラムの字面上唯一となるようにしたプログラムの表現形式である．本研究は COINS の SSA 最適化器で実験した．COINS の SSA 最適化器は，中間コードの基本ブロックのラベルを変えない，最適化前の変数の名前も変えない，追加の一時変数が最適化前の変数と重複しない，という特徴がある．ここではこの COINS の最適化器の性質を本質的に使っているので，たとえば変数や遷移関係が変換の前後で対応付けがとれる最適化として扱うことができるなど，適用対象が増えている．

現実のプログラムを比較するのはややこしいが，従来研究のように最適化器を生成したり，改造したりする必要がないため便利である．

前述のとおり，最適化による変形は命令文の変形と辺の変形を含めて全部で 8 種類ある．代入文の変形は削除と追加の 2 種類ある．命令文の一部（定数，変数，式）の書き換えは 2 種類ある．辺の変形は，条件文の変形により分岐が削除されるものと，例外を投げる命令文の移動によって例外への遷移が変更されるものの 2 種類ある．危険辺除去と空の基本ブロック除去の 2 種の最適化は辺の遷移関係を変えるが，辺の変形を検証する代わりに jump 文の変形によって検証できる．ただし，jump 文の削除と追加の条件が代入文と違うため，別途に 2 種類の定式化が必要となる．

ここで述べている命令文の変形は最適化の具体的な 1 つのフェーズに対応しているとは限らず，すべてのフェーズを引きつづき適用した前後でも起こりうるものであることに留意されたい．そのため，最適化のアルゴリズムや実装のアルゴリズムとは関係がない．したがって，最適化ごとに多くの式を個別に記述する必要がなく，定式化が簡単である．新しい最適化器を追加したり最適化や実装のアルゴリズムが変わったりしても適用できる．検証者

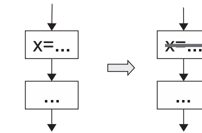


図 9　代入文の削除
Fig. 9　Definition statement deletion.

が最適化アルゴリズムを理解しなくても定式化できる点は大きな特長である．

さて，最適化の変形が満たすべき条件を 3 章で述べた時相論理式で記述しておく．これが CTL 検査式による定式化である．**表 5** はそれら 8 つの検査式[⋆1]である．以下は変形と変形が満たすべき CTL 式の定式化について表の順番に説明する．各式の詳細な意味は付録 A.1 を参照されたい．

代入文を除去する検査式rm_def(X)：

変数 X が定義した後使用されないか，最適化により使用が削除された，かつ，使用が最適化によって追加されていない場合である．たとえば **図 9** の $x = \ldots$ の x は使用されないため，削除できる．

Jump 文を除去する検査式rm_jump(L0, L1, L2)：

基本ブロック間の遷移は基本ブロックの最後の jump 文による．基本ブロックが空になって除去されるとき，その基本ブロックの最後にある jump 文を削除することになる．**図 10** を例として説明する．jump 文の変形は先行ノードと後続ノードが関わるため，$rm_jump(L0, L1, L2)$ によって，$L0 \rightarrow L1 \rightarrow L2$ の接続の関係を表す．ラベル $L1$ はノード $L0$ において飛び先

⋆1 検査式の中の自由変数を具体的な変形の変数や式などに束縛する必要がある．

© 2009 Information Processing Society of Japan

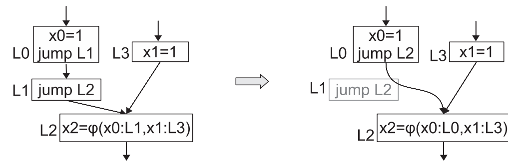


図 10　Jump 文の削除
Fig. 10　Jump statement deletion.

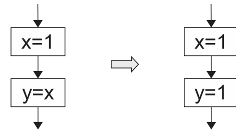


図 11　変数や式の書き換え
Fig. 11　Veriable (expression) replacement.

として，ノード $L2$ において ϕ 関数の引数として「使用」される．jump 文 $L1 : jump\ L2$ を削除するとき，先行ノードと後続ノードにおいてラベル $L1$ の使用を削除し，直接つなぐように $L0 : jump\ L2$ と $L2 : \phi(x0 : L0, x1 : L3)$ に変換しなければならない．

変数や式を書き換えする条件式rpl_var(X1 → X2)：

命令文 s で変数（式）X1 が X2 に書き換えられる条件は，X1 と X2 が同じ合同集合[17] に属するようになった後，値が変わらないままで書き換え箇所にたどりつくことである．合同集合とはどんな実行経路でも同じ値になる変数（式）の集合である．原始命題 $equal$(X1, X2) が X1 と X2 が同じ合同集合に属することを意味する．説明の都合で合同の詳細は 4.3 節で述べる．**図 11** では $x = 1$ の時点で合同集合 $\{x, 1\}$ が得られる．$y = x$ が $y = 1$ によって書き換えられた時点までの経路で x が変わらないため，変換は正しい．

定数を変数や式に書き換えする条件式rpl_cons(C → X)：

この変形は rpl_var(X1, X2) の枠組みに属し，C と X が同じ合同集合に属するようになった後，X の値が変わらないままで書き換え箇所にたどりつく必要がある．この条件を満たさない場合意味的なエラーになるバグとし，満たす場合は冗長性が混入するバグとして報告される．**図 12** では $x = 1 \rightarrow x = temp$ の変換が意味的に正しいが，冗長性が混入した．

代入文追加の条件式ins_def(X1, X2)：

図 13 は代入文 $temp = a+b$ を追加した例である．代入文の $temp = a+b$ の挿入は最適化

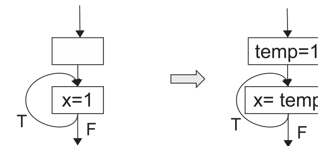


図 12　定数の書き換え
Fig. 12　Constant replacement.

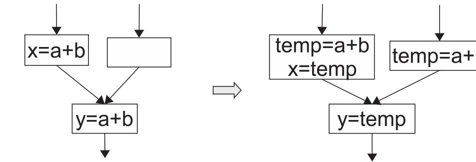


図 13　代入文の追加
Fig. 13　Definition statement insertion.

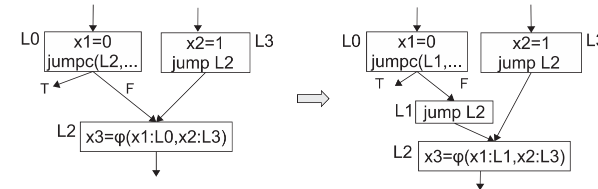


図 14　Jump 文の追加
Fig. 14　Jump statement insertion.

前の $temp$ の定義–使用連鎖[17] を壊してはならない．つまり，挿入した代入文 $temp = a+b$ から $temp$ が再定義がないまま，順向きで $temp$ の使用に，逆向きで $temp$ の定義文にたどりつく経路があってはならない．

Jump 文追加の条件式ins_jump(L0, L1, L2)：

図 14 の $L1 : jump\ L2$ の追加は危険辺を除去する意味である．$L0$ と $L2$ の間に $L1$ を挟むように，$L0$ での $L2$ への参照および $L2$ での $L0$ への参照を $L1$ に変更し，$L1$ の最後を $jump\ L2$ とする．

条件文による辺の削除の条件式rm_branch(X, E)：

図 15 の $L0$ から $L1$ への分岐は，どんな実行でも条件が満たされないため，その分岐を

© 2009 Information Processing Society of Japan

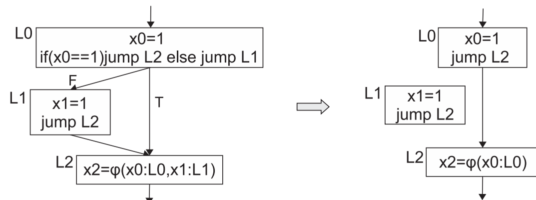


図 15　分岐の削除
Fig. 15　Branch deletion.

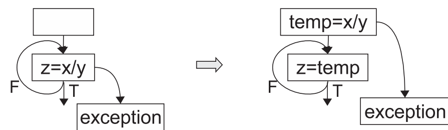


図 16　文の移動による例外分岐の移動
Fig. 16　Edge movement.

削除する．表 5 に示した式の意味は，逆向きですべての経路において，削除された辺に分岐する条件文がつねに満たされない．

文の移動による例外分岐の移動rpl_edge(X,E)**：**

図 16 のように，例外を投げる命令文 x/y の移動が正しいかどうかが y の値が 0 になるかどうかによるため，検査せずに検証者に報告し，検証者が判断する．

これらの検査仕様はあらかじめ定義しておく．変形が抽出されたら，個々の具体的な変形に対して，以上の CTL 検査式に現れた自由変数を具体的な変形の変数や式などに束縛する必要がある．たとえば図 2 の例で $i1 = 0$ の削除を検査するには代入文を削除する検査式に束縛すると以下のようになり，その式を用いてモデル検査する．

$\neg(E\ trans(i1)\ U\ (use(i1) \wedge \neg rm_use(i1) \vee ins_use(i1)))$

4.3　合同集合の計算

最適化前後の中間コードを比較するには，最適化前後の変数の等価性，すなわち合同を求める必要がある．合同はどんな実行でも同じ値になる対象（変数，定数また式）を指す．**合同集合（congruence set）**は合同である対象の集合である．変数の等価性を見つけるアルゴリズムは Kildall[9]，Alpern ら[2] および Rüthing ら[19] の研究などいろいろある．Kildall の手法は SSA 形式にかかわらず，データフロー解析によって，すべて等価である変数を見つけるが，計算量が $O(2^n)$ であるため，使いにくい．Alpern らの手法は計算量が $O(n\ log(n))$ で効率が良いが，違う演算による計算を違う変数と見なすため，精度が低い．Rüthing らの手法は折衷的な方法であり，計算量が $O(n^4 log(n))$ である．

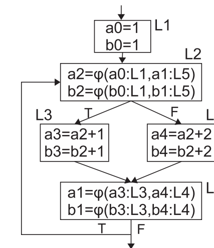


図 17　変数の等価性の例
Fig. 17　Congruence set.

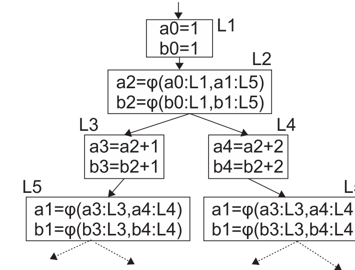


図 18　図 17 の CTL 展開木
Fig. 18　CTL extended by figure 17.

我々は独自のやり方を用いている．この手法は Alpern らや Rüthing らの手法と同じように SSA 形式に限定するが，複雑なデータフロー解析を必要とせず，計算量が $O(n^2)$ である．SSA Graph を導入して変形することによって，合同集合の範囲を拡張し，条件付き定数伝播[28] や質問伝播に基づく大域値番号付けと部分冗長性除去[26] といった，非常に複雑な最適化を行った場合の変数の等価性も求められる．

本手法は最小合同集合からはじめ，「悲観的」に合同集合を求める．計算は以下の手順による．説明は**図 17** の $a2$，$b2$ を例とする．**図 18** は図 17 のプログラムから展開した CTL 木構造である．モデルのノードは本当は命令文単位であるが，表示しやすさのため，基本ブロック単位で表示している．

各代入文に新しい合同集合を生成し，独自の名前を付ける．定数メンバがある場合，合同

© 2009 Information Processing Society of Japan

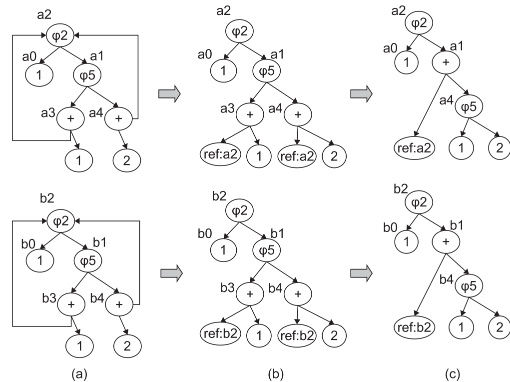


図 19　SSA グラフおよび変形
Fig. 19　SSA graph and transformation.

集合の値をその定数とする．

- 定数や変数による代入文に対して，左辺と右辺をメンバとする合同集合を生成し，合同集合に名前を付ける．定数による代入の場合，合同集合に値を与える．ここでは命令文 $a0 = 1$ の合同集合 $\{a0, 1\}$，$b0 = 1$ の合同集合 $\{b0, 1\}$ が求められる．
- 右辺が二項式，たとえば $a2$，$b2$ の場合，以下の手順で処理する．
  - **図 19** (a) のように SSA グラフ[2),17)] を生成する．ϕ 関数にその ϕ 関数が属した基本ブロック番号を付ける．定数畳み込みできるものは畳み込みを行う．木のノードは $name$，$data$，$value$ から構成される．$name$ はノードの名前である．図 19 では各ノードの側に表示される．$data$ はノードが格納した内容である．非終端ノードの場合は演算子で，終端ノードの場合はノードの名前と同じとする．図 19 ではノードの中に書かれている．$value$ はノードが定数の値がある場合与えられる値である．
  - 図 19 (b) のようにループ構造を木構造に表現する．ループで戻り辺に指されているノード $a2$ のコピーを生成し，元のノードを指すように $data$ に $ref : a2$ のように格納する．この木構造は頂点ノードにある変数 $a2$ がプログラムにおいての計算の振舞いを表現するため，**計算木**と呼ぶ．
  - 計算木を整形する．計算木をある基準で整形すると，見た目が違うが等価計算である計算の計算木が同じようになる．ϕ 関数を下げるアルゴリズムには Rüthing ら[19)] の手法を採用した．ϕ ノードの各子ノードが同じ子を持つ場合，結合律を適用する．その後，アルファベット順にノードをソートする．図 19 の (b) の計算木を処理すると．図 19 の (c) になる．
  - 計算木を文字列に戻す．整形された計算木のノードを前順で巡回し，ノードの $data$ を文字列として並べる．図 18 (c) において $a2$，$b2$ の計算木にこの処理をすると，それぞれ
    $\phi_2(1, +(ref : a2, \phi_5(1, 2)))_{a2}$
    $\phi_2(1, +(ref : b2, \phi_5(1, 2)))_{b2}$
    になる．$a2$ と $ref : a2$ および $b2$ と $ref : b2$ は SSA グラフの中の参照元と参照先である．それらを式の中に現れた順番に $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ に書き換えると $a2$ と $b2$ の計算木はともに $\phi_2(1, +(\alpha_1, \phi_5(1, 2)))_{\alpha_1}$ になる．これにより，$a2$ と $b2$ は合同であると判断できる．α はループを表すノードである．小さい α はその直前の括弧で括った式を代表する．大きい α は小さい α が代表している式をもう 1 回展開することを意味する．
- 合同集合を時間順にマージする．この処理は時相論理の観点からいうと，各時点で成り立つ合同集合を計算する．CTL 木の開始ノードから，すべてのノードについて以下の処理を行う．時間順で先のノード A の合同集合が後のノード B の命令文の右辺を含む場合，A のメンバを B の合同集合に加える．直観的に，ノード A で成り立つ等価性が途中で壊れていない限り，時間順に B に流れてきても等価性が成り立つ．B の時点で，B の右辺がその合同集合に入っていれば，B の左辺もこの合同集合に合流できる．たとえば，**図 20** の $a0 = 1$ の合同 $\{a0, 1\}$ に対して，$b0 = 1$ の右辺 1 が $\{a0, 1\}$ に入っているため，$\{a0, 1\}$ を $\{b0, 1\}$ に加え $\{a0, b0, 1\}$ とする．図 20 は合同集合を求めた例である．すべての変数について，1 回計算したら終了する．

図 2 (b) のプログラムにおいて，$z1$ と $p3$ は Alpern ら[2)] の手法では演算が違うため合同でないと判断されるが，本研究では．以上の手順で示したように処理すると，$p3$ と $z1$ が合同であることが分かる．

4.4　モデル検査およびバグの報告

ここまでで用意できたモデルおよび検査式をモデル検査器に入力し，モデル検査する．変形をその変形に応じた検査式を用いて検査する．検査式が満たされない場合，バグとして種類，関数名，行番号，命令文，変形の内容および検査式が報告される．

本手法は言語のセマンティクスに関係せず，変形を検出し，モデル検査する．合同として

© 2009 Information Processing Society of Japan

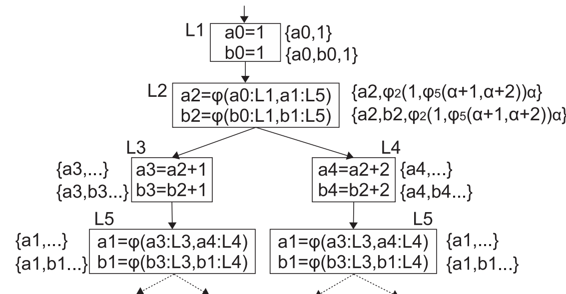


図 20　図 18 の CTL 展開木の各時点の合同集合
Fig. 20　Example of congruence set of figure 18.

認識される変形，たとえば「$x + 0 \to x$」や「$x * 1 \to x$」などは等価性の認識のアルゴリズムに組み込んであるのでバグとして報告されない．合同として認識されない変形，つまり等価性の認識のアルゴリズムに組み込んでいないものはがすべてバグとして報告する．たとえば「$x/8 \to x \gg 3$」の変形はその例である．また，「$x = 1 \to temp = 1; x = temp$」のような明らかに冗長な変換を検出の対象に設定することができる．それらの旨を検証器に記述してあるので，バグは 3 種類に分類される．1 つ目は意味的なエラーである「違反」であり，「Fault」として報告される．2 つ目はある条件が成り立てば意味的なエラーになる「曖昧」なもので，「Possible semantic error」として報告される．3 つ目は意味的なエラーを起こさないが，最適化の意図に反して冗長性が混入した「冗長」な場合である．それは「Redundancy alert」として報告される．

5. 実　　験

この章では，提案手法を COINS の最適化器に適用して行った実験をもとに，本手法の有用性について考察する．COINS コンパイラ[5] のバックエンド上では，低水準中間表現 LIR[6] を対象とした多くの最適化が実装されており，とくに SSA 形式上での最適化[22] が充実している．

データは COINS 1.4.4.2（最新版）において，SPEC2000 benchmarks に対する実験を行った結果から取得した．検査器のコードは約 6,500 行である（モデル検査器を含まない）．実験環境は CPU：1.98 GHz SPARC64 V，OS：SunOS 5.10，JavaVM：1.5.0 15，Heap Size：512 Mbyte，Memory：10 GByte である．

5.1　最適化器への適用

我々は，LIR を対象とする次の最適化器について本手法を適用し検査を行った．

- 無用命令除去（DCE）
- 条件分岐を考慮した定数畳み込みと定数伝播（CSTP）
- コピー伝播（CPYP）
- 共通部分式除去（CSE）
- ループ不変式移動（HLI）
- 条件分岐を考慮した定数伝播（CSTP）
- 空の基本ブロック除去（EBE）
- 危険辺の除去（ESPLT）
- 質問伝播に基づく大域値番号付けと部分冗長性除去（PREQP）

COINS SSA 最適化モジュールには，条件分岐を考慮した定数伝播[28] や質問伝播に基づく大域値番号付けと部分冗長性除去[26] といった，非常に複雑な最適化が実装されている．これらの最適化器には，バグがある可能性がある．これらの最適化器を本手法により検証できた．

本手法はアルゴリズムに依存しないため，最適化の各フェーズごとでも，全フェーズを適用した後でも検証は可能である．

条件分岐を考慮した定数伝播（CSTP）について：

条件分岐を考慮した定数伝播[28] は SSA 形式上での強力な定数伝播アルゴリズムである．その正しさの検証は非常に有用である．2.2 節の図 2 (a) のプログラムは，条件分岐を考慮した定数伝播を行った後，図 3 (a) になる．**記号実行（symbolic execution）**[12] によって，図 2 (a) のグラフの入り口から順にたどると，$k1$ はつねに 0 となり，ブロック $L4$ は到達不能であることなどが分かる．最適化後は $i2$ や $i4$，$k1$ など，値がつねに定数となることが分かる変数の使用が定数に置き換えられ，その変数への代入文が削除される．また，$L4$ のような到達不能ブロックの文やそこへの分岐が削除される．

条件分岐を考慮した定数伝播はデータフロー方程式では扱えない．データフロー方程式は，μ 計算[27] と同等の計算力があるといわれている．Lacey らの手法は μ 計算より計算力の低い CTL によるためこの問題に対応できない．佐原ら[21] は条件付き定数伝播を証明したと主張しているが，循環論証だと思われる．

質問伝播に基づく大域値番号付けと部分冗長性除去（PREQP）について：

2.1 節に述べたように，SSA 形式は変数の使用に到達する定義が一意に決定でき，プログ

© 2009 Information Processing Society of Japan

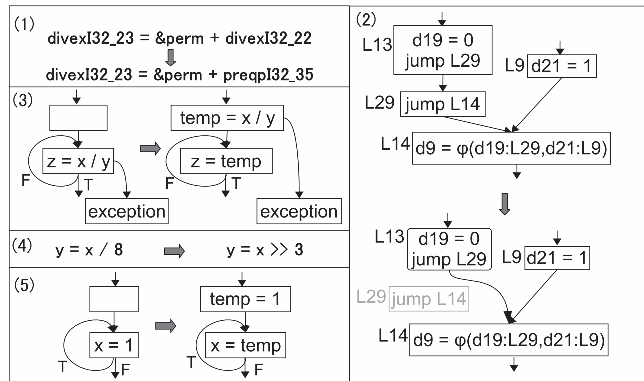


図 21　SPEC2000 のバグ
Fig. 21　Bug about SPEC2000.

ラムの最適化に有利な形式である．しかし，2.2 節の図 1 (b) のプログラムを SSA 形式に変換すると図 2 (b) になる．$z1 = x3 + y1$ は $p1 = x2 + y1$ と $p2 = x1 + y1$ によって計算された結果を冗長に再計算しているが，SSA 変換により，冗長だという情報が失われた．この冗長性を除去するアルゴリズムとして，質問伝播に基づく大域値番号付けと部分冗長性除去（PREQP）[22] がある．図 2 (b) のプログラムに PREQP を適用すると，図 3 (b) になる．PREQP のアルゴリズムは複雑で正しいという確証を得るのは難しい．それに対して本研究は 4 章で述べた方法により，$z1$ と $p3$ が合同であり，$z1$ は $p3$ を代入すれば正しいことが簡単に認識できる．

5.2　未知の誤りや曖昧な変形の発見

以下は今の段階で発見したいくつかの不具合の例である．**図 21** の (1)，(2)，(4)，(5) が本研究によって新しく発見されたバグであり，(3) が従来研究[21] によって発見された既知のバグである．見やすさのために実際の変数名より短い名前で表示している．

本手法は時相論理式を満たさない変形を検出し，報告するが，アルゴリズムと無関係のため，バグの原因を報告することはできない．バグが報告された場合，4.4 節に述べたような 3 種類に分類し，コンパイラ最適化器の作成者に報告する．

5.2.1　違反と報告するバグ

この種のバグは致命的なエラーになる．こういうバグが見つかったら，「Fault」として報告する．この種の変換が PREQP と EBE のフェーズに 2 つ見つかった．

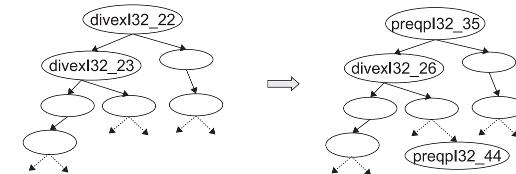


図 22　変数の定義が抜けていた例
Fig. 22　Definition loss of variable.

PREQP のバグ：

図 21 (1) のバグは CSE と PREQP を 181.*mcf* にかけると再現できる．実行可能なコードが生成されるが，正しい結果が得られない．検査式 $rpl_var(\mathtt{X1} \rightarrow \mathtt{X2})$ によってこのような変形を検査し，以下のように報告される．

$$
\begin{aligned}
&Fault: in\ sort_basket.c \\
&transform: rpl_var(divexI32_22 \rightarrow preqpI32_35) \\
&at\ node\ 63: \ divexI32_23 = \&perm + divexI32_22 \\
&CTL\ formula: \overleftarrow{A}\ (trans(divexI32_22) \wedge\ trans(preqpI32_35))\ U \\
&\qquad\qquad equal(divexI32_22, preqpI32_35)
\end{aligned}
$$

この報告から，変数 $divexI32_22$ を $preqpI32_35$ に書き換えるのが不正であると指摘している．**図 22** のように変数 $divexI32_22$ を $preqpI32_35$ の計算をたどって分析した結果，$preqpI32_44$ が $preqpI32_35$ の計算に必要な変数であるが，その定義がどこにもないことが分かった．

ほかに 188.*ammp* と 255.*vortex* に PREQP をかけると同様の報告がされるが，定義のない変数が使われないため，PREQP だけではベンチマークが通るが，さらに OSR[7] をかけると，CFG ノードを SSA グラフのノードに変換する手続きの中で，定義のない変数を変換しようとして，*null* 参照になるため，例外が投げられる．

EBE のバグ：

図 21 (2) のバグは 253.*perlbmk* に PREQP と CSTP をかけた後さらに EBE をかけると例外が投げられるバグである．このような変形は検査式 $rm_jump(\mathtt{L0}, \mathtt{L1}, \mathtt{L2})$ によって検査し，以下のように報告される．

© 2009 Information Processing Society of Japan

$Fault : in\ md5.c$
$transform : rm_jump(L13, L29, L14)$
$at\ node\ 191 : L29 : jump\ L14$
$CTL\ formula : \neg\overleftarrow{E}\ (true\ U\ (use(L29) \wedge \neg rpl_var(L29 \rightarrow L14)))$
$\qquad \wedge\neg E\ (true\ \ U\ (use(L29) \wedge \neg rpl_var(L29 \rightarrow L13)))$

この報告から，変数（ラベル）$L29$ の削除がバグの原因であることが分かる，その情報に従って分析した結果，最適化の後，$L29 : jump\ L14$ が削除されたのに，$d9 = \phi(d19 : L29, d21 : L19)$ に参照されているため，削除すると $null$ 参照になるため例外が投げられたことが分かる．

5.2.2　曖昧と報告するバグ

この種のバグは場合によって致命的なエラーになる可能性がある．こういうバグを「Possible semantics error」として報告し，バグであるかどうかの判断を検証者に任せる．この種の変換が 2 つ見つかった．

HLI のバグ：

図 21 (3) に示した変換について，x/y が最適化によって，ループの外に追い出される．y が 0 になると例外を投げる箇所が変わる．y が 0 にならなければこの変形はバグではない．このような変形は検査式 $rpl_edge(\mathtt{X}, \mathtt{E})$ に対応し，検査せずに「Possible semantics error」として報告する．このバグは佐原らの研究で見つかった既知なバグである．以下は 179.art の例である．

$Possible\ semantics\ error : in\ sim_other_objects.c$
$transform : rpl_edge(i.106_1\ /\ low.103_1)$
$at\ node\ 115 : hliI32_0 = i.106_1\ /\ low.103_1$
$CTL\ formula : false$

CSTP のバグ：

4.4 節で述べたように，本手法は言語のセマンティクスに関係せず，合同として認識されない変形，つまり等価性の認識のアルゴリズムに組み込んでいないものはすべてバグとして報告する．図 21 (4) に示した変換はこの例である．$x/8$ が最適化によって，$x \gg 3$ になった．x が負数のとき C 言語では，$\gg$ は実装依存であり，算術シフトの場合は大丈夫だが，論理シフトの場合は違った結果になる．このような変形は検査式 $rpl_var(\mathtt{X1}, \mathtt{X2})$ によって検査し，逆向きで同じ合同集合に到達できず，検査式が false になる．実装依存である可能性があり，その旨を検証器が判定できるようにしてあるので「Possible semantics error」として報告される．以下は 255.vortex の例である．

$Possible\ semantics\ error : in\ BitVec_Create.c$
$transform : rpl_var(divexI32_1\ /\ 8 \rightarrow divexI32_1\ \gg\ 3)$
$at\ node\ 5 : divexI32_2 = divexI32_1\ /\ 8$
$CTL\ formula : \overleftarrow{A}\ (trans(divexI32_1)\ U\ equal(divexI32_1\ /\ 8, divexI32_1\ \gg\ 3)$

5.2.3　冗長と報告するバグ

HLI のバグ：

図 21 (5) の変換がこの例である．前述で述べたように，本手法はすべての変形を検出するため，「$x = 1 \rightarrow temp = 1; x = temp$」のような明らかに冗長な変換を検出の対象に設定することができる．この変換は意味的に間違っていないが，最適化の意図と逆に $x = 1$ を $x = temp$ に書き換え，$temp = 1$ をループの外へ追い出すので冗長な代入を生じさせる．その旨を検証器が判定できるようにしてあるので，検査式 $rpl_cons(\mathtt{C} \rightarrow \mathtt{X})$ を満たさない場合，意味的なエラーになるバグとし，満たす場合は冗長性を混入するバグ「Redundancy alert」として報告する．

この変換は COINS の SSA 最適化器でよく行われる．以下は HLI のフェーズに現れた 164.gzip の例である．

$Redundancy\ alert : in\ main.c$
$transform : rpl_cons(1 \rightarrow hliI32_6)$
$at\ node\ 280 : divexI32_87 = 1$
$CTL\ formula : \overleftarrow{A}\ trans(hliI32_6)\ U\ equal(hliI32_6, 1)$

5.3　検 査 効 率

ここで実験結果についての検査効率を**表 6** に示す．A は検査器なしのコンパイル時間である，B は $-O2$ の各フェーズごとに検査器をかけた場合のコンパイル時間である．C は

© 2009 Information Processing Society of Japan

表 6　検証なしと検証ありによるコンパイル時間（単位：秒）および検証数（単位：個）
Table 6　Comparison of times with and without verification (unit: second) and the number of transformations verified.

	A	B	C	$\frac{B}{A}$	$\frac{C}{A}$	D	E	$\frac{E}{D}$
171.swim	15	65	25	4.33	1.68	2208	0	0
172.mgrid	13	128	39	9.85	3.05	3029	2	0.0007
179.art	17	159	43	9.35	2.54	1389	2	0.0014
188.ammp	254	4185	1345	16.48	5.30	3890	7	0.0007
175.vpr	191	5127	1190	26.84	6.23	12019	16	0.0021
181.mcf	53	162	98	3.06	1.86	1244	2	0.0016
197.parser	151	1786	696	11.83	4.61	9416	24	0.0028
255.vortex	636	5732	1768	9.01	2.78	40724	35	0.0009
256.bzip2	29	626	102	21.59	3.52	2997	9	0.0030
300.twolf	568	4847	3050	8.53	5.37	40306	55	0.0013
	sum(A)	sum(B)	sum(C)	$\frac{sum(B)}{sum(A)}$	$\frac{sum(C)}{sum(A)}$	sum(D)	sum(E)	$\frac{sum(E)}{sum(D)}$
sum	1927	22817	6965	12.09	3.69	117170	152	0.0013

$-O2$ の全フェーズを終わった後検査した場合のコンパイル時間である．D は検査した変換箇所の数である，E は認識できない箇所で誤りではないが，バグとして報告した箇所の数である．

最適化器としては COINS のオプション $-O2$ ⋆1 から OSR [7] を取り除いたすべての最適化を含めた．フェーズごとに全部の変形について検査器をかけた場合，平均してコンパイル時間が 12.09 倍になる．これは従来研究[18),21)] より劣っているが，それは表 6 の D 欄に示したように検証箇所が多いからである．また，PREQP や CSTP を含め，検証の精度が大幅に向上したことを考慮されたい．また，実装の改善によって検証時間を大幅に改善できると予測される．$-O2$ の全フェーズを終わった後検査した場合は，平均してコンパイル時間が 3.69 倍になるが，途中のバグが後のフェーズで消えてしまう可能性が十分高いため，推奨はしない．

6. 関 連 研 究

最適化の正しさの検証に関する研究は多くなされている．1.2 節で，我々は従来研究を 3 種類に分類した．Necula らの研究[18)] は本研究と同じカテゴリである．佐原らの研究[21)] も本研究と同じカテゴリで，同じ研究グループによるもので COINS の SSA 最適化器を検証する．この節では，本手法に関連深いこの 2 つの従来研究について議論する．

Necula らは，最適化前後のプログラムの意味が等しいことを，記号的に推測し評価することで検査する手法を提案した[18)]．プログラムを基本ブロックを単位として，変数に対して各基本ブロックで行った計算を記号評価する．各対応点 $\{PC_s, PC_t, E\}$ の結果が等価であるかどうかを検査する．$\{PC_s, PC_t\}$ は最適化前後のプログラムにおいて，call 文，return 文および jump（jumpc）文の等価であるべき箇所（*notation*）のペアである．E はその対応関係（*equivalence criterion*）である．SSA 形式でないものも扱える．この研究は，処理時間がコンパイル時間の 8 倍しか遅くないため，実用的である．しかし，この研究では厳密なプログラムの意味の保存は保証されない．推測が失敗する場合があり，複雑な最適化については等価性の分析が難しくなり，精度が低いと思われる．本研究は Necula らの手法と同じカテゴリに属し，等価性によって最適化前後のプログラムを比較するが，以下の相違点がある．

検査箇所：

Necula らの手法は最適化前後の call 文，return 文および jump（jumpc）文だけを対象するが，本研究は call 文，return 文および jump（jumpc）文を含めてすべての変形を対象とするため，精度が高い．

合同の判断基準：

Necula らの手法はプログラムの構造を解析するのを避けるため，Kildall ら[9)] に近似した手法を採用した．それは命令文単位ではなく，基本ブロック単位で変数に対して記号評価を行う．そのため，基本ブロックを超える変形に対して，精度が低く，判断できない場合，検証器が Fault Alarm として報告される．本研究では独自の手法によって，$O(n^2)$ の計算量で Kildall ら[9)] よりやや劣った精度ではあるが基本ブロックを超える変形に対しても等価性が得られる．

検査の手法：

本研究は時相論理に基づいてモデル検査によって検証するため，複雑なデータフロー解析などを必要としなく，理論上の根拠が強いと思われる．

一方，佐原らの研究[21)] は最適化器の振舞いを検査の対象とし，最適化しながら最適化のアルゴリズムと関わる箇所にマークをつけ，それらのマークの関係を証明して検証する．しかし，検証者が最適化のアルゴリズムを理解し，アルゴリズムの対応する箇所を分析し，アスペクト指向システム GluonJ [3)] により最適化器の呼び出しにアドバイスを書き入れる必要がある．普通の検証者はコンパイラ最適化器のアルゴリズムなどを理解するのは大変苦労す

⋆1 $-O2 : -coins : hirOpt = cf, ssa - opt = prun/divex/cse/cstp/hli/osr/hli/cstp/cpyp/preqp/cstp/rpe/dce/srd3, loopinversion$

© 2009 Information Processing Society of Japan

ると思われる．また，この方法は最適化アルゴリズムに依存するため，すべてのアルゴリズムに対して多数の定式化が必要になる．質問伝播に基づく大域値番号付けと部分冗長性除去（PREQP）や SSA 形式の Lazy code motion [11] のような関係が複雑な最適化については記述できない．佐原らは文献 20) にコピー伝播，共通部分式除去と無用命令除去の扱いについて記述しているが，3 種の最適化について，マークの種類と検査式の種類がそれぞれ 16 で合わせて 32 もある．最後の問題として，この研究はプログラムの制御フローグラフ CFG 上で変形と関わる箇所の関係を検証する．そのため，CFG を CTL 木で展開するとそれらの関係は 3.3 節に述べたような循環論証に陥りやすい．それに対して，本研究はアルゴリズムに依存しないため，検証者が最適化器を理解する必要がない，最適化器を改造しなくてもよい，定式化が非常に簡単である，などの長所がある．また，変形した箇所の間の関係を記述するのではなく，変形の意味論のみを時相論理上で記述するため，循環論証がなく，精度が高い．

7. 考察と今後の課題

この章では，本手法に関していくつかの考察と将来課題を述べる．

7.1 本研究の新規性

本研究は以下の新規性がある．

- 最適化アルゴリズムに立ち入らず最適化による変形を時相論理に基づいてモデル検査するだけでよい．この方式は本手法が初めてである．検証は変形だけを対象とし，余計な検証が不要で，精度が高い．
- SSA グラフを合同計算に導入した．SSA グラフを木構造によって表現した後，標準的な形に整え，記号評価を行うのはオリジナルな手法である．この手法により合同集合の範囲が拡大した．
- 明らかな冗長性を検出できる．

7.2 SSA 形式の制限について

本研究は厳密性があり，完全な意味を検証できるが，従来研究[21] と同じように SSA 形式に限られる．しかし，SSA 最適化は COINS や gcc [10]，最近の多くのコンパイラで採用されている，精度の良い合同の計算が実用的な時間で計算できる，などから合理的な選択と考えられる．

7.3 型変換に関わる変形について

型と型の変換も合同集合の対象とすると，検証の速度が大幅に落ちると考えられるため，定数の型を全部 double に統一した．$x = 0$ と $x = 0.0$ を区別しなければならないとき，バグであるのに，報告されないため，誤差が生じる可能性がある．現実には稀であるため，精度にほとんど影響しないと考えられる．実験したベンチマークのプログラムではそういうバグの誤差が 1 回も生じなかった．

逆に，型変換に関わった変形の検証について認識できないため，等価変形であるが，バグとして報告されるものがある．表 6 の D 欄に示したのは各ベンチマークにおいて最適化 $-O2$（OSR を除く）をかけた場合，変形した箇所の数であり，E 欄はそのうちで，型変換によって認識できなかった数である．そういう変形は $FAULT$ の報告に $at\ node\ 133 : divexF64_12 = (double)divexF32_16$ のように報告されるため，手動で判定することが容易である．

7.4 今後の課題

今後の課題としては，主に次の 3 つがあげられる．

- 本手法で記述した最適化の変形箇所の検査式は，多くのものは，直観的に明らかであったり，他の文献ですでに証明がなされていたりするが，厳密な証明を与えるべきである．
- OSR も SSA 形式上で行われる最適化のフェーズであるが，現時点では適用外である．SSA グラフの変形の等価性を解析することによって検証したい．
- 実装を改善することによって検証の効率を大幅に向上させることができると思われる．当面，等価性の評価は計算木を完全に比較することによるため，合同集合の計算に時間とリソースを非常に費やしている．部分的に比較しても等価性を判定できる場合があるため，それを用いれば実行速度が大幅に速くなると予測される．

8. ま と め

我々は，時相論理 CTL に基づいてモデル検査を利用し，最適化による変形がプログラムの意味を保存する等価変形であったかどうかを検査する手法を提案した．最適化による変形がプログラムの意味を変えないために満たすべき性質を CTL で記述しておき，最適化前後の中間言語プログラムを比較分析し，モデル検査を行うことで最適化による変形が性質を満たすことを調べる．本手法では，検証者は最適化や実装のアルゴリズムを知らなくてよいため，定式化しやすい，使いやすい，また，厳密性がある，テストプログラムを実行する必要がない，などの利点がある．また，効率も現実的である．

本手法により初めて複雑な最適化器 CSTP と PREQP を検証できた．また，冗長性を報告できるのも本研究の特長である．

© 2009 Information Processing Society of Japan

この手法により，様々な既存の最適化器の検査が行えた．提案手法を実装し実験したところ，COINS コンパイラ最適化器の最新版において，SSA 最適化器の未知の不具合をいくつか発見することができた．

謝辞　本研究の一部は科学研究費補助金の援助を受けた．

参 考 文 献

1) Aho, A.V., Lam, M.S., Sethi, R. and Ullman, J.D.: *Compilers: Principles, Techniques and Tools, 2nd ed.*, Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. (2006).
2) Alpern, B., Wegman, M.N. and Zadeck, F.K.: Detecting equality of variables in programs, *Proc. 15th Annual ACM Symposium on Principles of Programming Languages*, pp.1–11 (1988).
3) Chiba, S., Nishizawa, M. and Kumahara, N.: GluonJ Home Page. http://www.csg.is.titech.ac.jp/projects/gluonj/
4) Clarke, Jr. E.M., Grumberg, O. and Reled, D.A.: *Model Checking*, The MIT Press (1999).
5) COINS Project: COINS Home Page. http://www.coins-project.org
6) COINS Project: COINS プロジェクト LIR 仕様書．http://www.coins-project.org/spec/lir.pdf
7) Cooper, K.D., Simpson, L.T. and Vick, C.A.: Operator strength reduction. *ACM Trans. Prog. Lang. Syst.*, Vol.23, No.5, pp.603–625 (2001).
8) Cytron, R., Ferrante, J., Rosen, B.K., Wegman, M.N. and Zadeck, F.K.: Efficiently computing static single assignment form and the control dependence graph, *ACM Trans. Prog. Lang. Syst.*, Vol.13, No.4, pp.451–490 (1991).
9) Kildall, G.A.: A unified approach to global program optimization, *1st ACM Symposium on Principles of Programming Language*, pp.194–206 (Oct. 1973).
10) GCC Home Page. http://www.gnu.org/software/gcc/gcc.html
11) 今橋孝典，伊藤　陽，佐々政孝：静的単一代入形式上で通常形式部分冗長除去を実現する汎用的手法，情報処理学会論文誌：プログラミング，Vol.49, No.SIG 1 (PRO 35), pp.84–95 (2008).
12) Ince, D. and Coward, D.: *Symbolic Execution* (*Chapman & Hall Computer Science: Research & Practice*). International Thomson Computer Press (1994).
13) Jaramillo, C., Gupta, R. and Soffa, M.L.: Debugging and testing optimizers through comparison checking, *Electronic Notes in Theoretical Computer Sciences*, Vol.65, No.2, pp.1–17 (2002).
14) Lacey, D., Jones, N.D., Van Wyk, E. and Frederiksen, C.C.: Proving correctness of compiler optimizations by temporal logic, *Proc. Symposium on Principles of Programming Languages*, pp.283–294 (2002).
15) Lacey, D., Jones, N.D., Van Wyk, E. and Frederiksen, C.C.: Compiler optimization correctness by temporal logic, *Higher-Order and Symbolic Computation*, Vol.17, No.3, pp.173–206 (2004).
16) Lerner, S., Millstein, T. and Chambers, C.: Automatically proving the correctness of compiler optimizations, *PLDI '03: Proc. ACM SIGPLAN 2003 conference on Programming language design and implementation*, pp.220–231 (2003).
17) 中田育男：コンパイラの構成と最適化，朝倉書店 (1999).
18) Necula, G.C.: Translation validation for an optimizing compiler, *PLDI '00: Proc. ACM SIGPLAN 2000 conference on Programming language design and implementation*, pp.83–94 (2000).
19) Rüthing, O., Knoop, J. and Steffen, B.: Detecting equalities of variables in program: Combining efficiency with precision, *Proc. 6th Int. Static Analysis Symposium* (*SAS'99*), Lecture Notes in Computer Science 1694, Vol.1694, pp.232–247 (1999).
20) 佐原聡一郎：時相論理を用いたコンパイラ最適化器の実行の正しさの検査，修士論文，東京工業大学大学院情報理工学研究科数理・計算科学専攻 (2007).
21) 佐原聡一郎，佐々政孝：時相論理を用いたコンパイラ最適化器の実行の正しさの検査，コンピュータソフトウェア，Vol.25, No.1, pp.151–166 (2008).
22) 佐々研究室：静的単一代入形式最適化システム外部仕様書 (2007). http://www.is.titech.ac.jp/~sassa/coins-www-ssa/japanese/ssa-external-japanese.pdf
23) 佐々政孝：プログラミング言語処理系，岩波書店 (1989).
24) Schmidt, D.A.: Data flow analysis is model checking of abstract interpretations, *Proc. 25th ACM SIGPLAN-SIGACT symposium on Principles of programming languages*, pp.38–48, ACM, New York, NY, USA, ISBN:0-89791-979-3 (1998).
25) SPEC Home Page. http://www.spec.org/
26) Takimoto, M. and Harada, K.: Efficient question propagation, in 22).
27) Van Leeuwen, J. (Ed.): Handbook of Theoretical Computer Science, Vol.B, Formal Models and Semantics, Elsevier Science Publishers B.V. (1990). 広瀬ほか（訳），丸善.
28) Wegman, M.N. and Zadeck, F.K.: Constant propagation with conditional branches, *ACM Trans. Prog. Lang. Syst.*, Vol.13, No.2, pp.181–210 (1991).

付　　録

A.1　各種の変形に対応した CTL 検査式

図 23〜29 は各種の変形に対応した CTL 検査式である．下の括弧と数字は各部分式を代表する．以下は各部分式の意味を説明する．

図 23 は代入文を除去するとき（表 5 の $rm_def(\mathtt{X})$）の変形に対応した CTL 検査式で

© 2009 Information Processing Society of Japan

ある．

1：変数 X が使用される，かつその使用が最適化によって削除されていない．

2：1 または最適化によって挿入された．

3：変数 X が定義された後，再定義されないまま 2 にたどりつく経路がない．

図 24 は $L0 \rightarrow L1 \rightarrow L2$ の間から jump 文 $L1 : jump\ L2$ を削除するとき（表 5 の $rm_jump(\mathtt{L0},\mathtt{L1},\mathtt{L2})$）の CTL 検査式である．

1：基本ブロックのラベル $L1$ が使用されるが，最適化により $L2$ に書き換えられていない．

2：基本ブロックのラベル $L1$ が使用されるが，最適化により $L0$ に書き換えられていない．

3：逆向きで 1 にたどりつける経路がない．

4：順向きで 2 にたどりつける経路がない．

5：3 と 4 は同時に満たさなければならない．

図 25 は変数（式）X1 を X2 によって書き換えたとき（表 5 の $rpl_var(\mathtt{X1} \rightarrow \mathtt{X2})$）の変形に対応した CTL 検査式である．

1：変数（式）X1 と X2 が同じ合同集合に属する．

2：変数（式）X1 と X2 が経路上で変わらない（変数の場合はその変数，式の場合は式の中の変数が再定義されない）．

3：2 の性質を保ったまま逆向きの経路において 1 にたどりつく．

図 26 は定数 C を変数（式）X によって書き換えたとき（表 5 の $rpl_cons(\mathtt{C} \rightarrow \mathtt{X})$）の変形に対応した CTL 検査式である．

1：定数 C と変数（式）X が同じ合同集合に属する．

2：変数（式）X が経路上で変わらない（変数の場合はその変数，式の場合は式の中の変数が再定義されない）．

3：2 の性質を保ったまま逆向きの経路において 1 にたどりつく．

図 27 は代入文を追加するとき（表 5 の $ins_def(\mathtt{X1},\mathtt{X2})$）の変形に対応した CTL 検査式である．

1：変数 X1 が再定義されないまま，逆向きで X1 の定義にたどりつく．

2：変数 X1 が再定義されないまま，順向きで X1 の使用にたどりつく．

3：1 かつ 2 の条件を満たさない．つまり，最適化前の v の定義–使用連鎖が壊れない．

図 28 は $L0 \rightarrow L2$ の間に jump 文 $L1 : jump\ L2$ を挿入するとき（表 5 の $ins_jump(L0, L1, L2)$）の CTL 検査式である．

1：基本ブロックのラベル $L2$ が使用されるが，最適化により $L1$ に書き換えられていない．

2：基本ブロックのラベル $L0$ が使用されるが，最適化により $L1$ に書き換えられていない．

rm_def(X): ¬(E trans(X) U ((use(X) ∧ ¬rm_use(X)) ∨ ins_use(X)))

図 23　代入文 X = . . . を削除するときの CTL 式
Fig. 23　Formula for deletion of definition statement X = ...

rm_jump(L0,L1,L2)) : ¬(E⃖ true U (use(L1) ∧ ¬rpl(L1→L2))) ∧ ¬(E true U (use(L1) ∧ ¬rpl(L1→L0)))

図 24　$L0 \rightarrow L1 \rightarrow L2$ の間から jump 文 $L1 : jump\ L2$ を削除するときの CTL 式
Fig. 24　Formula for deletion of jump statement $L1 : jump\ L2$ from $L0 \rightarrow L1 \rightarrow L2$.

rpl_var(X1→X2) : A⃖ (trans(X1) ∧ trans(X2)) U equal(X1,X2)

図 25　変数 X1 を変数 X2 によって書き換えた場合の CTL 式
Fig. 25　Formula for replacement of variable X1 → X2.

rpl_cons(C→X) : A⃖ trans(X) U equal(C,X)

図 26　定数 C が変数（式）X によって書き換えられたときの CTL 式
Fig. 26　Formula for replacement of constant C → X.

ins_def(X1,X2) : ¬((E⃖ trans(X1) U def(X1)) ∧ (E trans(X1) U use(X1)))

図 27　式 X1 = X2 を挿入するときの CTL 式
Fig. 27　Formula for insertion of definition statement X1 = X2.

ins_jump(L0,L1,L2)) : ¬(E⃖ true U (use(L2) ∧ ¬rpl_var(L2→L1))) ∧ ¬(E true U (use(L0) ∧ ¬rpl_var(L0→L1)))

図 28　$L0 \rightarrow L2$ の間に jump 文 $L1 : jump\ L2$ を挿入するときの CTL 式
Fig. 28　Formula for insertion of jump statement $L1 : jump\ L2$ to $L0 \rightarrow L2$.

© 2009 Information Processing Society of Japan

rm_branch(X,E) : ¬($\overleftarrow{A}$ true U condition(X))
(1: condition(X), 2: ¬(...))

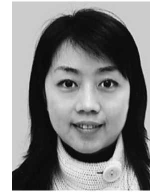
図 29　条件文による辺の削除に対応した CTL 式
Fig. 29　Formula for branch deletion.

3：逆向きで 1 にたどりつける経路がない．
4：順向きで 2 にたどりつける経路がない．
5：3 と 4 は同時に満たさないといけない．

図 29 は条件文 *condition*(X) を満たさない分岐を削除するとき（表 5 の *rm_branch*(X, E)）の変形に対応した CTL 検査式である．
1：対象分岐へ飛ぶための条件文 X が満たされる．
2：逆向きですべての経路において 1 にたどりつくことはない．

命令文の移動により例外への遷移が変わった場合（表 5 の *rpl_edge*(X, E)），無条件に報告するため，条件式は false.

(平成 21 年 2 月 16 日受付)
(平成 21 年 5 月 9 日採録)



Fang Ling

2006 年東京工業大学大学院情報理工学研究科数理・計算科学専攻修士課程修了．2006 年同大学院博士課程進学，現在に至る．プログラミング言語，コンパイラ，プログラミング環境に興味を持つ．日本ソフトウェア科学会会員．

佐々　政孝（正会員）

1948 年生．1970 年東京大学理学部物理学科卒業．1974 年同大学院博士課程中退，東京工業大学理学部情報科学科助手．1981 年筑波大学電子・情報工学系．1992 年東京工業大学理学部．現在同大学大学院情報理工学研究科数理・計算科学専攻教授．理学博士．プログラミング言語，コンパイラ，プログラミング環境に興味を持つ．著書『プログラミング言語処理系』（岩波書店）．日本ソフトウェア科学会，ACM，IEEE 各会員．

© 2009 Information Processing Society of Japan