

## L. R. Ford, Jr., & D. R. Fulkerson : Flows in Networks

Princeton University Press (1962)

1951年にWisconsin大学数学科で学位を取得したD. R. Fulkersonは、その3年前に米国空軍によって設立されたランド・コーポレーションに入社し、数理部門に参加する。当時のランド・コーポレーションは、線形計画法のDantzig、動的計画法のBellman、ゲーム理論のShapleyといった錚々たる研究者を擁していた。オペレーションズ・リサーチの数理的方法の大半が、この時期のランド・コーポレーションで生まれたといっても過言ではあるまい。COEという言葉は本来、このような組織を意味するのであろう。

ランド・コーポレーションでのD. R. Fulkersonは同僚のL. R. Ford, Jr.,とともに輸送問題の研究を行う。最近公開された機密報告に関するSchrijver (2002)の解説によれば、彼らが従事していた研究の動機は、ソ連の物資や兵員を有事の際に東ヨーロッパ各地に輸送する鉄道網の能力を無力化するにはどこを空爆するのが効率的かという課題だったらしい。一方のソ連側でも、鉄道網によって物資を効率的に輸送する手段の研究が、1930年代からTolstoiによってなされていた。米国もソ連も同じネットワーク上での最適化問題を考えていたのだが、その目的は互いに双対的であったわけである。

彼らの偉大なところは、このような殺伐とした課題から出発しながらも、最大流問題や最小費用流問題といった考察に値する豊かな構造を内包したモデルを見出し、ネットワーク・フローに関する新たな数学的理論を構築したことにある。理論的な成果の数々は、1950年代後半に一連の論文として公刊されている。その集大成として著されたのが本書であった。第1章では、最大流問題に対する増加道アルゴリズムが記述され、ネットワーク・フロー理論の中核にあたる最大流最小カット定理が示されている。第2章では、この定理の系として、各種のネットワーク・フロー問題の実行可能解の存在条件の特徴付けを与えるとともに、König-Egerváryの定理、Mengerの定理、Dilworthの定理などの離散数学の代表的な最大最小定理の多くが導かれることを示している。第3章では、一転して、最小費用流問題が導入され、主双対アルゴリズムが記述されるとともに、各種の応用が

論じられている。中でも、輸送に要する時間を考慮した動的な最大流問題への応用が、今日でも盛んに研究されている対象として興味深い。最後の第4章では、対称（無向）ネットワーク上の複数端末流に関するGomory-Huの研究が紹介されている。

本書は、1960年代以降急速に発展した組合せ最適化の分野全体からみれば、「始まりの終わり」を示したものといえよう。特に、序文に記された「効率的な手続きによる構造的証明」を追求する思想は、今日でも脈々と受け継がれている。ここで、計算量の評価法が、当時は明確でなかった点に注意を要する。効率的なアルゴリズムの基準として、多項式時間計算量の概念が出現するのは1960年代半ばのことであり、グラフを扱う効率的なアルゴリズムが整備されたり、NP完全性の理論が確立されたりしたのは、1970年代前半である。その後の20年間に、ネットワーク・フローに関するアルゴリズムの効率は大幅に改善された。この辺りの理論的成果や最近の応用については、Ahuja-Magnanti-Orlin (1993)が詳しい。このような最新の教科書と比較して、アルゴリズムに関する本書の記述が物足りないことは間違いない。しかし、そんなことよりも遥かに重要なことは、本書で展開されたネットワーク・フローの理論が、実際上の問題から出発して、まったく新しい数学的考察の対象を見出した模範的な成功例としての輝きを今日でも失っていないことであろう。

本稿の執筆依頼を受け、東大工学部6号館の地下に潜って本書を借り出したところ、直前の帯出者が12年前の自分自身であることを知った。さらにその前には、下平英寿（東工大）、吉羽要直（日銀金融研）、加藤晶子といった同じ院生時代を共有した人々の名前があった。いわゆる大学院重点化（肥大化）以前の大学院生には、自分の専門の隣接分野の古典にも親しもうとする気概と余裕があったことが懐かしく思い起こされる。今日の院生にそれらが失われているならば、その責任は、我々教員に帰するものであろう。

(平成17年12月21日受付)

岩田 覚 / 東京大学  
iwata@mist.i.u-tokyo.ac.jp