



# C.E. Shannon: A Mathematical Theory of Communications

The Bell System Technical Journal, Vol.27 (1948), pp.379-423, pp.623-656

長大な論文なので、2篇に分けられはしたが、同じ巻に一挙に掲載された。20世紀末から“IT革命”なる言葉が使われているが、先駆けること約50年前であった。

情報処理の基本概念のいくつかはここから生まれた。あるものは分かりやすく、魅惑的であった。際立つのがエントロピー関数による情報量の定義であった。アルファベット  $\{a_i, i=1, \dots, n\}$  を持つ情報源  $\chi$  からの系列  $x_1 x_2 \dots x_t$  が定常独立であれば、エントロピーは  $H(\chi) = -\sum p_i \log p_i$  と定義された。ここに  $p_i$  はシンボル  $a_i$  の生起確率とする。そして、この  $H(\chi)$  を情報源の持つ単位シンボル当たりの情報量と言い、単位をビット (bit) と名づけた。それは、サイコロの目の確定がもたらす情報量を目の数  $n = 6$  の対数  $\log n$  とした Hartley の提案の拡張になっていた。Shannon はもちろんこのことに序文で触れているが、この論文は情報量の意味をもっと深く掘り下げていた。すなわち、情報源  $\chi$  の生起系列を 0 と 1 の系列で符号化するとき、誤りなく元に戻せる（一意復号化）という条件で、1 シンボル当たりの長さの下限がこのエントロピー値になることを示した。エントロピーは符号化という工学的手段が作れるかどうかの臨界値として深い意味を持ったのである。

条件つきエントロピーや相互情報量も導入された。しかし、それらの有用性は通信路符号化定理という通信の専門家ですら分かりにくい論点に依拠していた。ベル研究所による PCM 通信の実験が、1945 年成功したので、多くの通信技術者は、Shannon の理論は PCM 通信の数学的理論だろう、としか思わなかった。Shannon のエントロピーは統計力学におけるエントロピーと物理定数を除いて一致していた。条件つきエントロピーや相互情報量の数学的定義は明解であったが、しかし、これらは統計力学では現れていなかった。相互情報量を通して定義された通信路容量の物理的意味を完全に理解するには、通信という工学的手段の物理的イメージを頭の中に明確に描く必要があった。Shannon の論文は数学的であっても、目的は通信という工学的手段が設計できることの本質をえぐり出すことにあった。高名な数学者にはこれが理解できず、“Mathematical Review” ではエントロピー関数の

新規性は認められても、数学的議論に深さがないと酷評されさえしたのである。しかし、その酷評は、逆にこの論文の偉大さを示したものとして語り伝えられている。

通信路符号化定理は、通信路には特有の限界  $C$  (通信路容量) があって、伝送できるビットレートは  $C$  を越えられないと主張した。逆に、 $C$  以下なら、符号器さえうまく設計すれば、レートを一定にしたまま、通信の信頼度を任意に上げ得ると主張した。この結論は通信技術者の常識には合致しなかった。常識では、情報をより確実に伝えたいとき、繰り返しによって冗長性を高めるので、ビットレートは下がるはずだった。これが現場技術者の直観であった。

1970 年代の中頃までは、情報理論の研究は Shannon のここに書かれた筋書きに従い、肉付けすることに追われた。そこから脱出し、新たな概念が生まれ始めたのは 1975 年前後からである。そしてユニバーサル符号化、多端子情報理論、MDL (Minimum Description Length) 原理、量子情報理論、学習理論、ターボ符号、等々、この大論文で予測できなかった新しい概念が誕生した。

この論文は歴史的な意味を持つだけでなく、読みくらすうちに Shannon の思考がたどれることも嬉しい。いつ読んでも、新鮮な印象を受け、Shannon はこう考えたのだ、という自分流の発見をして楽しめる。この論文は、今は、“Claude Elwood Shannon Collected Papers” (N.J.A. Sloane & A.D. Wyner (eds.), IEEE, 1993) に掲載されている。長い間、公開されなかった暗号に関する論文も収められており、その中にすでにエントロピー関数が使われていることが分かる。もっと前に、実際には 1940 年 7 月 23 日付けの論文 “Communication in the Presence of Noise” もあったことが分かるのだが、これも長い間公開されることなく、1948 年の IRE National Convention で初めて発表された。このことから、Shannon の大論文は 1940 年前後から 1948 年にわたる長期間の持続的で深い思索の結果であることを知る。

(平成 14 年 8 月 2 日受付)

有本 卓 / 立命館大学理工学部ロボティクス学科  
arimoto@se.ritsumei.ac.jp

