特集 2

複雑形状の複雑でない計算法

青木 尊之
東京工業大学 学術国際情報センター
taoki@nr.titech.ac.jp

肖 鋒
東京工業大学 大学院総合理工学研究科
xiao@es.titech.ac.jp

ほとんどが複雑形状

日常生活において身の回りを見渡すと，球形や直方体といった単純な形をしているものはめったにない．生物や岩石・地形など自然の造形物はさらに複雑な形状ばかりである．もともと物体は複雑な構造の分子からできているので，目に見えるスケールでも複雑な形状をしているのが当たり前だという人もいる．しかし，生物の進化や地形が形成される過程において，固体（生体も含む）と流体との相互作用が複雑形状を形成する大きな原因の1つであるのは確かだと思う．我々の目に見えるスケールでも，流れは物体との相互作用で乱れ，複雑な速度や圧力分布を持つ．複雑な流れは物体をさらに複雑な形に変形させる力を持ち，生物にはそのような環境へ適応・進化することを強いる．もちろん，流れ以外にも複雑形状に関連する要素は多いが，複雑形状の物体と流れの相互作用はその変化もダイナミックで興味が尽きない．本稿では，複雑形状の物体を含んだ流れが時間とともに大きく変化する現象に焦点を絞る．このようなシミュレーションは従来の計算手法では困難であり，これまでほとんど行われてこなかった．最近，いくつかの新しい計算手法を導入することで可能になってきており，これらを用いて行った大規模シミュレーションの例を示す．

カオスへと加速する複雑形状

「天気予報（とりわけ長期予報）は難しい」とよくいわれる．気象は流体力学の方程式で記述されるが，この流体方程式が非線形偏微分方程式であるため，その解がカオスの振舞いをする．少し前に「バタフライ効果」というような言葉が流行った．北京の山の中で1匹の蝶が羽ばたいた些細な流れが後にニューヨークにハリケーンをもたらすという話である．それでは気象シミュレーションは意味がないかというと，そうではない．最近は気象庁でも数値シミュレーションによる天気予報が当たり前になり，これからはさらに大規模な気象シミュレーションを行うそうだ．その目的は2つある．1つはカオスになる前までの時間で決定論的な予測を行うことである．もう1つは，カオスになった状態も含めて統計処理を行い，台風の進路などの確率的な予測を行うことである．

蝶とは少し違うが秋になると枯葉が不規則に舞い落ちるのをよく目にする．流体力学の複雑さを象徴する現象として教科書にも書かれている．この舞い落ちる枯葉の数値シミュレーションは非常に難しい．やはり初期状態に敏感なカオスであり高精度計算が要求されるのと，もう1つは枯葉の形状が複雑であり流体－構造体（枯葉）の連成問題になっているためである．木の枝から落ちた枯葉が10m下の地上のどの地点に着地するかを正確に予測することはきわめて難しい．しかし，30cmの落下距離ならば計算結果は決定論的な意味を持つ．**図-1**に示すように，我々はこの数値シミュレーションに挑戦することにした．

流れは物体に当たると乱れるが，その形状が複雑なときはさらに乱れが大きくなる．物理現象の空間分布は波に分解することができるが，波長の長い現象は細かい構造の物体と相互作用することにより波長の短い現象へと変換される．複雑形状には現象をカオス状態へ早く移行させる働きがある．枯葉は複雑形状をしているがゆえに舞い落ちる軌跡を予測するにはシミュレーションを行うしかない．気象シミュレーションにおいても，海岸線に代表されるように地形は非常に複雑であり，それをいかに取り込んで精度よい予測をするかが最大のポイントとなる．そのためには多くの計算機メモリを使い，

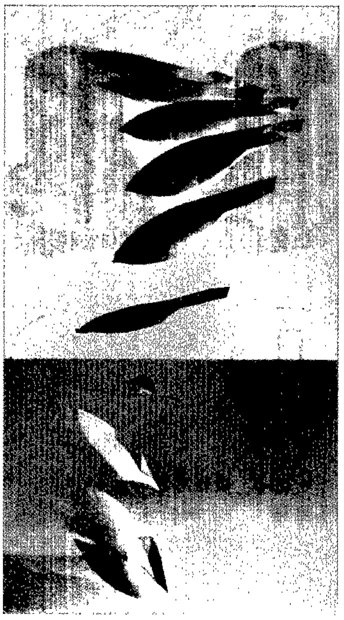

図-1 舞い落ちる枯葉のシミュレーション

大規模シミュレーションを行うことが必要となる.

複雑形状の複雑でない記述

流れの数値シミュレーションを行うには，一般的に二次元計算なら平面を碁盤の目（三次元なら空間をジャングルジム）のような直交格子に分割する．格子点上で流体方程式を離散化し，代数計算に持ち込み計算機で処理する．ところが複雑な形状の物体が存在すると，直交格子ではその形状を表しきれなくなる．そこで，物体境界に沿った座標系に変換する境界適合座標法がこれまで広く使われてきた．ところが，あまりにも複雑な形状に対しては適用が難しい．一方，四面体要素を用いた有限要素法なら任意の境界形状に適用できる．しかし，物体が不規則に変形するような場合には，そのたびに新たな格子を生成しなければならず，やはり対応できなくなる．

そこで，直交格子のまま複雑形状の物体と流体の相互作用を計算する方法が最近開発されてきている．1つは識別関数法ともう1つはカットセル法である．

(a) 識別関数法による移動境界の計算

直交格子上で物体形状を精度よく記述するには，格子点だけでなく，物体あるいはその表面を表す目印を使う必要がある．表面に仮想的な粒子を置き，物体の運動を粒子で追いかける方法もあるが問題点が多い．ここでは，まったく別の方法として最近使われ始めた識別関数法について解説する．これは，カラー関数，密度関数，距離関数といった空間分布関数を識別関数として導入する方法である．三次元物体の表面は二次元面であるが，表面を記述するために三次元の分布関数を使う．格子点上の値は，（たとえば）0から1までの値を連続的にとることができ，0が物体内部，1が物体外部を表すと決める．この識別関数は，定められた法則（運動方程式など）によって時間的に変動し，各時刻の表面形状は各時刻の識別関数が0.5の値をとる面として表現される．

直交格子に基づく識別関数法は，二次元情報を求めるために三次元情報を規則的に並ぶ格子点上で保持している．したがって，境界適合座標法に比べると境界の分断・合併などといったトポロジ的な変化にも対応できる．また，境界が変形しても格子を作り直す負担がなく，計算効率の面でも優れている．

識別関数法で移動境界を追跡するときの問題点としては，移流計算（ある速度場で識別関数が移動するだけの計算）の数値誤差が挙げられる．分散誤差と散逸誤差によって境界が変形したり，元のシャープな形がぼやけたりしてしまう．そこで，移流計算の後に再び境界面を整理し，識別関数を再構築する方法が数多く研究されている．その中で最も代表的なのがVOF（Volume of Fluid）法とLevel Set法である．しかし，VOF法は再構築する際に格子セル内に含まれる物質の割合だけで界面の形状を決めるので，界面の幾何形状を崩してしまうことが指摘されている．

●Level Set法

境界からの距離を識別関数（Level Set関数）として用いるのがLevel Set法である[1]．物体内部は境界からの距離に負の符号を付けた値を持ち，外部は正の距離を値として持つ．境界はゼロの値をとる面として表される．移流計算を繰り返すうちに識別関数が界面からの距離を正確に表さなくなるため，適当な頻度でLevel Set関数を修正する再初期化を行う必要がある．

Level Set法を用いて結晶成長を計算した例を示す．過冷却の液体から固体への凝固は不安定であり，固・液界面が樹枝状と呼ばれる複雑な構造へ成長する．この成長過程は，流体運動の影響を無視できるとすれば熱伝導方程式のみに支配される．しかし，固・液界面が移動することにより潜熱が発生し，界面温度は固相と液相が共存する条件を満たさなければならないため，境界条件のみが強い非線形となる．この条件は数値シミュレーションを行う際に厳しい収束計算を課すが，距離関数を用いて潜熱を界面近傍に配分することで安定な計算が可能になる．図-2は過冷却の液体中に小さな固体の種を入れた

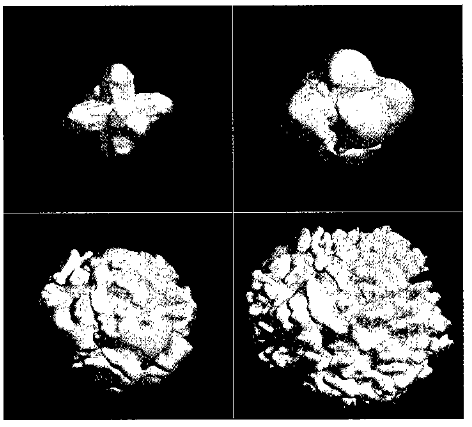

図-2　固体－液体界面の樹枝状凝固成長

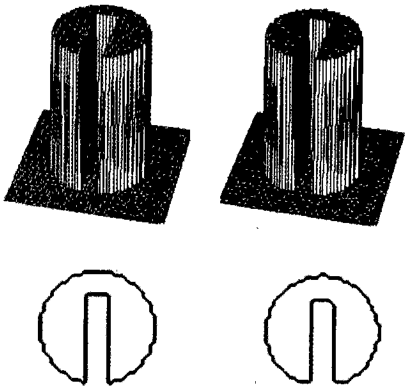

図-3　複雑形状の追跡計算

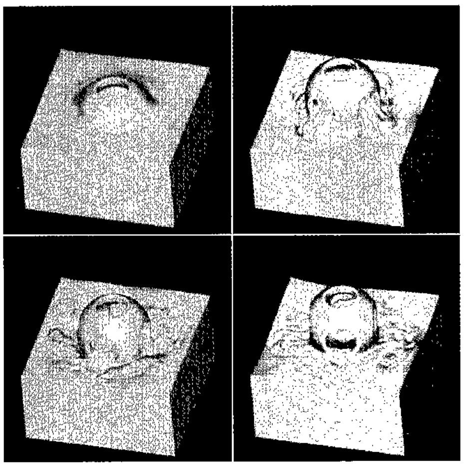

図-4　複雑形状を持つ物体と流れの相互作用

状態を初期条件として計算している．界面曲率が大きいほど表面積が大きくなり相転移速度が速くなるというMullins-Sekaka不安定性が現れ，次第に界面が樹枝状に成長していくのが分かる．

●CIP Digitizer法

識別関数を用いる方法の中には，精度のよい移流計算手法を用い，再構築をまったく行わずに境界を計算する手法が提案されている．密度関数の界面に対する人工圧縮法や関数変換に基づくCIP Digitizer法である[2)]．CIP Digitizer法は，本特集・矢部記事「計算科学－未知への挑戦－」に詳しく解説のあるCIP法とtan関数変換を組み合わせたきわめて簡単な手法である．一次元移流方程式$\phi_t + u\phi_x = 0$で識別関数ϕを時間発展させる場合で説明する．下付添え字t, xはそれぞれ時間，空間微分を表す．uは与えられた移流速度であるとし，次のような変換を行うと，

$$H(\phi) = tan\left(\pi\left(\phi - \frac{1}{2}\right)\right)$$

ϕを移流計算する代わりに$H_t + uH_x = 0$を解いてもよいことが分かり，Hを時間発展させることができる．識別関数ϕはHから逆変換tan^{-1}で求めることができる．

この手法は数値拡散や急激な勾配変化に伴い発生する数値振動を抑え，複雑な移動境界においても幾何的な形状をほとんど崩さずに計算することができる．剛体回転する流れ場において，図-3の左側は真の形状（初期状態）を示すのに対し，右側はCIP Digitizer法を用いて移流方程式を解いた1回転後の識別関数を示したものである．結果が正しければ初期状態と一致しなければならない．他のほとんどの計算手法が識別関数を大きく変形させてしまう中で，図-3は元の形状をよく保っていることが分かる．CIP Digitizer法は，流体計算コードと結合させてさまざまな移動境界を含む複雑流体のシミュレーションに適用できる．図-4は表面に穴を持つ空芯球が水中から浮かび上がりながら周囲の水や空気と相互作用をするシミュレーションの結果を示している．空芯球の形状がよく保たれ，非常にリアルな動きをしていることが分かる．また，図-5のように上昇する2つの気泡が干渉しながら，大きく変形する問題にも適用することができる．上側の気泡が先に上昇することにより，その後部に低圧の領域が形成され，下側の気泡は吸い込まれるように上に向かって加速する．やがて，上昇する流れは上側の気泡の中心を突き抜けるような勢いとなり，気泡の形はキノコのようになっていく．

(b) カットセル法とIDO法

直交格子を用いて複雑形状を表現しようとすると，図-3を見れば分かるとおり格子の方向に沿わない形状はギザギザな境界となる．それなら格子と格子の中間に境界を表す新たな格子点を作ればよいことが思い付く．直交

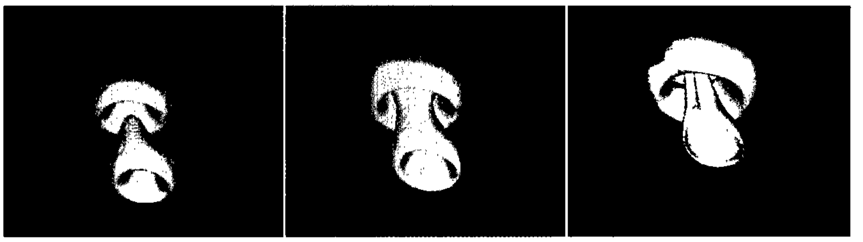

図-5 大きく変形する気泡干渉のシミュレーション

格子の直方体（セル）を平面でカットしたような形になるため，これをカットセル法と呼ぶ．図-6の白丸がカットセル格子点である．基礎方程式をこの格子点上で精度よく解くことができれば，複雑形状を容易に扱うことができる．一見単純そうに思える手法であるが，本稿の標題とは裏腹に手続きにはけっこう面倒な部分がある．流体の物理的な境界条件は，境界面に対して水平や垂直方向に与えられるので，局所座標系の回転が必要である．さらに2つのカットセル同士や直交格子の格子点に近づき過ぎた場合は，特別な処理が必要になることもある．

これらを解決することができるのが局所補間微分オペレータ（Interpolated Differential Operator: IDO）法である[3),4)]．空間の格子点と格子点の間に高次精度補間関数を作り，これを基礎方程式の近似解であると考える．補間関数はCIP法のときと同じで，従属変数の値と空間微係数を独立に与えて係数を決めた多項式を用いる．したがって，1階の空間微係数も従属変数に加わる．IDO法は非線形偏微分方程式である基礎方程式を微分オペレータであるとみなし，補間関数に微分演算をオペレートするだけの手法である．時間発展する問題の場合には，従属変数に対して時間に関するテーラー展開を行い，時間微分の項に微分オペレータとみなした基礎方程式を繰り返し代入して空間微分オペレータに置き換える．

以上の手続きを一次元バーガース方程式

$$u_t + uu_x - \kappa u_{xx} = 0 \qquad (1)$$

を例にとり説明する．ここでuは従属変数で，κは一定の拡散係数とする．式（1）に上述の手続きを行うと，

$$u_{tx} = -u_x^2 - uu_{xx} + \kappa u_{xxx}$$
$$u_{tt} = -u_t u_x - uu_{tx} + \kappa u_{txx}$$
$$u_{ttx} = -2u_{tx}u_x - u_t u_{xx} - uu_{txx} + \kappa u_{txxx}$$

となる．ただし，

$$u_{txx} = -uu_{xxx} - 3u_x u_{xx} + \kappa u_{xxxx}$$
$$u_{txxx} = -uu_{xxxx} - 4u_x u_{xxx} - 3u_{xx}^2 + \kappa u_{xxxxx}$$

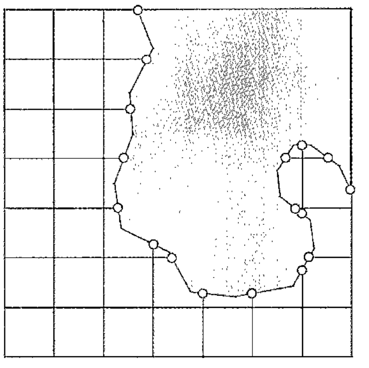

図-6 複雑形状のカットセル法による記述

である．u_{xx}, u_{xxx}, u_{xxxx}, u_{xxxxx}には補間関数を微分したものが代入される．時間発展させるには，これらを

$$u^{n+1} = u^n + u_t^n \Delta t + \frac{1}{2} u_{tt}^n \Delta t^2$$
$$u_x^{n+1} = u_x^n + u_{tx}^n \Delta t + \frac{1}{2} u_{ttx}^n \Delta t^2$$

に代入すればよい．上付き添字nは，n番目の時間ステップを示す．以上の手続きを行うだけで非常によい精度の計算結果が得られる．

1つの格子点が物理量のみでなく，その空間微係数までの情報を持つことで，これまでの差分法などの計算手法と比べてコンパクト（ある格子点上で計算する場合，両側1点の格子点情報しか参照しない）であることは複雑形状を扱ううえで大きなメリットとなる．空間が二次元の場合に，u_xに加えてu_yだけでなく，u_{xy}も従属変数として加えるのがIDO法の特徴である．このことにより，多次元補間が一次元補間の繰り返しで可能になり，座標の回転も容易になる．

カットセル法を導入することにより，複雑な形状が表現できるだけでなく，格子間隔に比べて厚さが非常に薄い物体を取り扱うことができるようになる．同じ位置に2つのカットセル格子点を導入することにより，一方で枯葉の表側の圧力，もう一方で裏側の圧力をそれぞれ独立に計算することができる．

舞い落ちる枯葉のシミュレーション

これまでの手法の説明から，直交格子を用いて複雑形状を表現できることは理解していただけたと思うが，枯葉のシミュレーションを行う前にコードの検証を兼ねて名刺のような薄片が落下する様子を計算してみる．名刺を落とす実験は本稿を読みながらでも試していただきたい．ほぼ水平にしてそっと手を離すと，左右に規則的に揺れながら落ちていくのが分かる．傾け過ぎると途中まで直線的に落下し，あるところで宙返りをする．揺れながら落ちる原因は，（水平に落としたつもりでも少し）傾いて落下することにより航空機の翼の場合と同じ揚力が名刺の横向き（右とする）に働くことによる．名刺は横方向の速度を持つが，摩擦抵抗による減速も受ける．右向きの移動が停止する頃には名刺の先端の圧力が高く後端の圧力は低い状態になり，重力に抗する力が弱い名刺の後端は先端に比べて下にさがる．そうなると今度は揚力を受ける方向が左向きになり，名刺は左方向の速度を持つようになる．このような周期的運動が数値シミュレーションでも再現されることが分かった．これを動画（図-7）にするとビデオカメラで撮影したのかと見間違うほどリアルな映像ができ上がり，数値シミュレーションの妥当性が確認できる．

名刺の代わりに枯葉の形状をポリゴンで表し，カットセルを導入することで枯葉の落下を計算できる．枯葉の周りの流れが枯葉の姿勢に影響し，それが今度は空気の流れ方に影響するという流体－構造体連成問題になっている．枯葉が複雑な形状をしているために，落ち方を予測することはきわめて難しい．図-1に示したシミュレーション結果においても，落下の軌道は枯葉の初期姿勢に非常に敏感である．ただ，実際には枯葉の弾性変形も考慮する必要があり，非常に細かい繊維質の表面状態が摩擦抵抗に影響するため，実際に近いパラメータで計算したとしても高精度な定量的比較は難しい．

図-7　名刺の落下（シミュレーション結果）

次世代スパコンのビッグユーザ　— 気象シミュレーション

冒頭にも述べたが，気象シミュレーションの分野においても，地球規模で複雑形状と詳細な物理モデルをできる限り精度よく取り込み，信頼性の高い予測を行う必要性がある．日本では次世代スーパーコンピュータとして地球シミュレータ[5]の研究開発が進められている（詳細について「情報処理」2000年3，4号の解説を参照していただきたい）．ここでは，大気の数値シミュレーションについて紹介する．

(a) 気象シミュレーション最前線

大気計算モデルは，大気の質量，運動量，エネルギー保存則などから定式化された非線形偏微分方程式の形をしている．今までは主に差分法とスペクトル法が計算手法として利用されてきた．離散化された計算モデルに観測から得られた初期条件や境界条件を加え，時間積分を繰り返して目標時点までの計算を行うことで将来の大気状態を予報する．図-8は，西太平洋で発生した台風の目の付近における台風特有のらせん状の降水雲をよく表している．

現在の短期間予報は，計算モデルの不正確さや観測データの不足などが原因で，まだ決定論的な予報ができる限界に達していない．数日先の天気に対し，さらに高い精度の予報を出すために，計算モデルの改善が必要である．現在，アメリカで開発された短期天気予報計算モデルMM5にCIP法を適用する研究が進められている．過去の特徴的な気象に対して，さかのぼった時点からシミュレーションし観測データと比較することにより，シミュレーションの精度検証を行うことができる．図-9にチベット高原に発生した吹雪のシミュレーションを行った結果を示す．チベット高原の上空で発達した低気圧が東へ移動しながら吹雪をもたらした現象に対して，降雪雲の形成，低気圧や雲の移動などをよく再現している．

一方，地球の大気システムは非常に強い非線形性を持っており，計算モデルの解は初期条件に非常に敏感である．最新の計算モデルを使っても中長期予報を決定論的に行うのはきわめて難しい．そこで，既存の計算モデルを用い，統計的手法（アンサンブル法）による1カ月以上

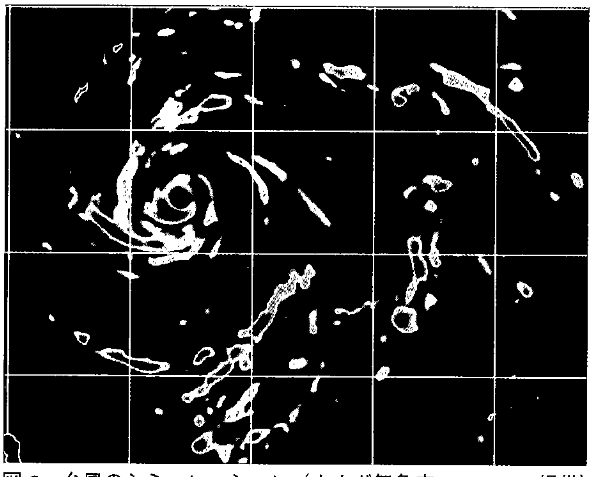

図-8　台風のシミュレーション（カナダ気象庁 Desgagne 提供）

図-9　チベット高原上空雪雲のシミュレーション（日本海洋財団・彭 提供）

の長期天気や気候の変動の予測が行われている．

これまでは計算機性能の限界から，大気大循環モデルの水平方向分解能はたかだか100kmまでであった．さらに小さなスケール（サブグリッド）の大気システムは，統計的な処理（パラメータ化）という形で取り扱われる．すなわち，数kmより数10kmまでの大きさを持つ積乱雲や集中豪雨を引き起こすメソスケール対流システムなど，大気変動に非常に重要な現象がサブグリッドの扱いになっていた．このような現象を直接計算するのは大循環モデルの精度改善に非常に重要なことである．地球表面を覆う雲の流れや海流の中で発生する渦などを数値シミュレーションで忠実に再現するためには，気象計算に用いられている現在のスーパーコンピュータの1,000倍程度の実行処理速度を持つ超高速並列計算機システムが不可欠である．この要求を満たすため，地球シミュレータの予測ピーク性能は40TFLOPS以上にもなり，その完成時には全地球規模の大循環モデルに対して10km，区域モデルで1km，局地モデルでは100mの解像度で計算できるようになる．

(b) 大気計算モデルの改良

地球シミュレータの開発と並行して，大気計算モデルの改良と開発研究も進められている．現時点での計算モデルは各種の物理過程のパラメータ化，長期変動に非常に重要な大気・陸面，大気・海洋の相互作用の記述などの点で多くの問題を抱えている．地球フロンティア研究システム[6]では，大気と海洋の相互作用に重点を置き，個別過程の基礎的な現象の解明に加え，これらを統合化するモデルの研究を行っている．現在，以下の3種類のモデル開発が進んでいる．(1) スペクトル法で水平格子間隔60km，鉛直方向50層に分割した大気スペクトルモデルと水平格子間隔10km，鉛直方向50層に分割した海洋モデルを結合したモデル，(2) 水平格子間隔5km（以下），鉛直解像度500m程度での対流雲クラスタを直接表現する大気モデル，(3) 既存の気候モデルに雲とエアロゾルの微物理過程，大気組成の変動など新しい要素を加えたモデルである．計算精度および計算効率の改善を目標とする研究においては，既存の大気・海洋モデルの高分解能化，力学過程モデルおよび個別過程モデルの改善，結合モデルへの新規開発モデルの組み込み，モデル開発に必要な数値計算手法の研究・開発，並列計算のためのモデルの最適化，データ同化なども進められている．

これらの研究および地球シミュレータの実用化を通じて，日常天気予報や長期気候変化などの地球変動に対する予測能力が一層向上することが期待される．

●AMR法

気象の大規模シミュレーションは計算効率の面から直交格子を用いることが考えられている．これにカットセル法を導入することは非常に有効で，複雑形状を記述する能力は飛躍的に向上する．しかしそこには依然として直交格子の空間分解能の壁がある．たとえば，地球シミュレータで10km格子間隔の計算ができるようになれば，日本列島はまずまずの精度で形状が表現できる．しかし伊豆大島は格子の間に埋没してしまい，存在しないのと同じことになってしまう．物体の表面形状が格子と交差しなければカットセルは機能しない．

そこで，高い空間分解能を必要とする場所に必要なだけ細かい格子を配置することが望ましい．これを手軽に実現するのが適合細分化格子法（AMR（Adaptive Mesh Refinement）法）である．**図-10**にあるように，北海道の周りの海洋シミュレーションをしたいと考えたとき，海岸線が海流に与える影響は非常に大きいので海岸線の形状はできるだけ正確に取り込みたい．しかし等間隔格子

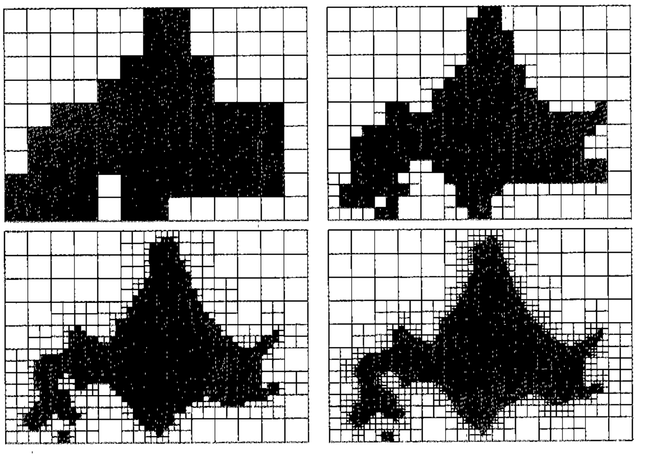

図-10 AMR法の細分化レベルによる形状表現の違い

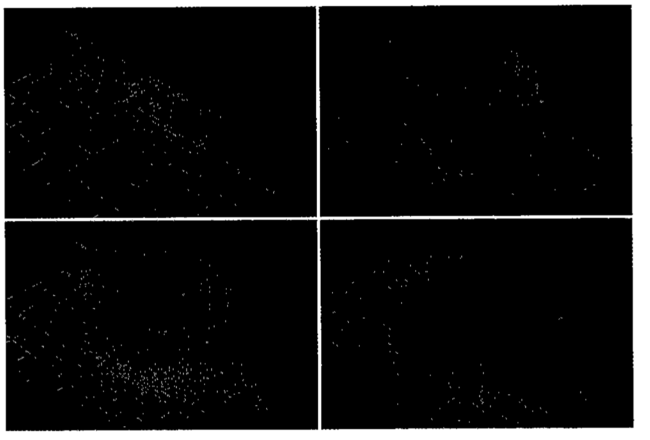

図-11 前線発達問題へAMR法を適用した結果

では左上図のように北海道はろくに表現できない．海岸線を含む格子に対して，格子間隔を1/2，1/4，1/8と細分化した格子を入籠状に挿入していくと，右下図のように誰が見ても北海道となる．しかも，全体を細かくする場合に比べてきわめて少ない格子点数で複雑な海岸線の形状を精度よく表現できることが分かる．

AMR法を用いて，高気圧と低気圧が接する不連続境界の前線が渦巻状に発達するベンチマーク・テストの例を図-**11**に示す．渦の発達に伴い，細分化格子の領域も渦状に増えていく．

次の例は，シカゴ大学のAlan CalderがAMR法を用いてレーリーテーラー（RT）不安定性の成長過程を計算した結果である[7]．水と油のように軽い（密度1）流体の上に重い（密度3）流体があった場合，重力がかかっていれば界面に生じた擾乱は急激に成長して混合が起こる．擾乱は非線形で急成長するために，シミュレーションによる解析は欠かせない．RT不安定性は超新星爆発や慣性核融合の研究において重要な位置を占めている．図-**12**は$y=0$面に微小擾乱が与えられたとき，最も細かい格子間隔を$1/2^5$にした場合（左図）と$1/2^6$にした場合（右図）の重い層と軽い層の混合過程を比較している．初期擾乱が同じであるにもかかわらず擾乱の成長が大きく異なることは興味深い．本当はさらに細かい格子が必要かもしれない．

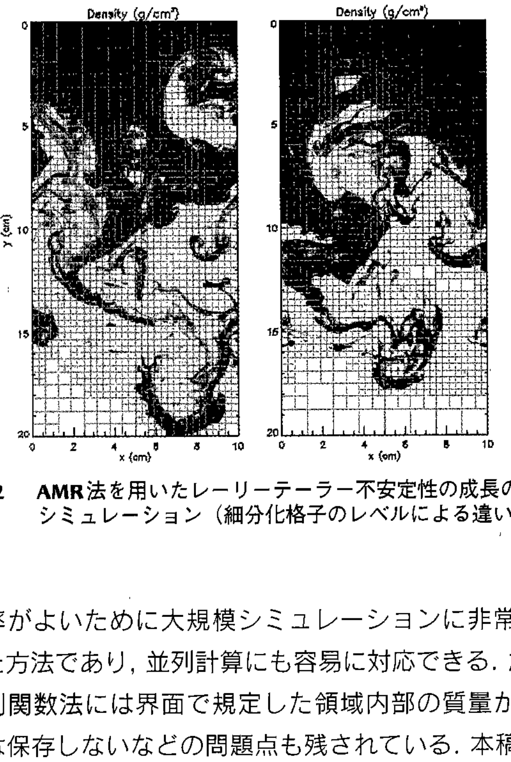

図-12 AMR法を用いたレーリーテーラー不安定性の成長のシミュレーション（細分化格子のレベルによる違い）．

複雑形状の計算法の今後

曲がった複雑形状の物体を，直交格子を用いて複雑でなく計算するいくつかの方法を紹介した．形状を記述する情報に冗長性を持たせることで，球形がトーラス形状に変形するといったトポロジ変化にも対応できる．計算効率がよいために大規模シミュレーションに非常に適した方法であり，並列計算にも容易に対応できる．ただ，識別関数法には界面で規定した領域内部の質量が厳密には保存しないなどの問題点も残されている．本稿で紹介した識別関数法，カットセル法，AMR法を組み合わせることで，風になびく旗やシャボン玉の破裂などのシミュレーションやバーチャル水泳なども可能になると思われ，さらに広範囲の応用が今後期待される．

参考文献
1) Sethian, J.A.: Level Set Methods, Cambridge Univertity Press (1996).
2) 矢部，肖，中村：固体・液体・気体の統一解法とCIP（1-3），数値流体力学会誌，第7巻，2～4号．
3) Aoki, T.: Interpolated Differential Operator (IDO) Scheme for Solving Partial Differential Equations, Comp. Phys. Comm., 102 [1-3], 132-146 (1997).
4) Aoki, T., Nisita, S. and Sakurai, K.: Comp. Fluid Dynamics Journal, 9 [4], 406-417 (2001).
5) （財）資源協会：地球科学技術ハンドブック，地球フロンティア研究システム発行（1999）．
6) http://www.frontier.esto.or.jp/jp/index.html
7) Astrophysical Journal Supplement: High-Performance Reactive Fluid Flow Simulations Using Adaptive Mesh Refinement on Thousands of Processors: ApJS 131, 273 (2000). http://flash.uchicago.edu/~calder/flash.html

（平成13年5月1日受付）