

磁性流体力学に基づくプロミネンスの ビジュアルシミュレーション

石川 知一[†] Yonghao Yue[†]
土橋 宜典^{††} 西田 友是[†]

コンピュータグラフィックス (CG) による天体現象の可視化は映画やゲームなどで需要がある。CG 分野においては、これまで木星や地球の画像生成に関する研究が成されてきたが、太陽を扱う手法は開発されていない。本研究では太陽の現象のうち、プロミネンスに着目する。プロミネンスは太陽表面に磁束管が浮上し、表面の流体を押し上げることで観測される。本稿では、磁気流体力学の基礎方程式を用いた効率的なシミュレーション方法について提案する。

Visual Simulation of Solar Prominence Based on Magnetohydrodynamics

Tomokazu Ishikawa[†] Yonghao Yue[†]
Yoshinori Dobashi^{††} Tomoyuki Nishita[†]

Visualization of astronomical phenomena using computer graphics (CG) is needed for movies and games. In the field of CG, though methods for rendering the Jupiter and the Earth from space were developed, little methods have been developed for visual simulation of the Sun. Among the phenomena related to the Sun, our research goal is the visual simulation of the solar prominence, which is observed when the fluid on the Sun's surface is raised by the flux tube. In this paper, we propose an efficient and physically-based method based on the basic equations of magnetohydrodynamics.

[†]東京大学
The University of Tokyo
^{††}北海道大学
Hokkaido University

1. はじめに

自然現象のシミュレーションとその可視化はCGにおいて重要な研究分野の一つである。天文学と関係するCGの研究として、これまでに惑星の可視化の研究が行われており、コマーシャルや映画、コンピュータゲームなどの映像制作において幅広く用いられている。しかし、我々が知る限りでは、CGの分野で物理法則に基づいた太陽の様々な現象のシミュレーションと可視化に関する研究は行われていない。

太陽では高温・高圧のため、物質はプラズマ状態で存在している。プラズマの振る舞いは、流体として統一的に取り扱うことができる。CGの分野において、煙、雲、水、炎など流体のリアルな動きを生成するための手法は、その現象の基礎となる物理法則に基づいた計算手法が提案されている。プラズマは電荷を帯びた流体であるため、磁界との相互作用を考慮する必要があり、一般的に磁性流体力学 (Magneto-Hydro-Dynamicsの頭文字をとってMHDと略す) の方程式によってその挙動が記述される。本研究ではMHD方程式を効率的に解くため、流体力学の基礎方程式の部分は格子法を用い、電磁気学の基礎方程式の部分は流線を用いてsemi-Lagrangian 移流スキーム[1]を適用することで別々に解き、両者を統合することで磁場とプラズマの相互作用を再現する。

太陽の表面活動として、様々な現象 (コロナ、フレア、プロミネンス、黒点など) が観測されている(図1)が、本研究のシミュレーション対象は、プロミネンスと呼ばれる現象である。プロミネンスとは、磁束管が太陽内部から表面へと浮上するときに、表面のプラズマを持ち上げて宇宙空間へ大量放出される現象を指す。本稿において、現在考えられているプロミネンスの成因およびモデルについても言及する。

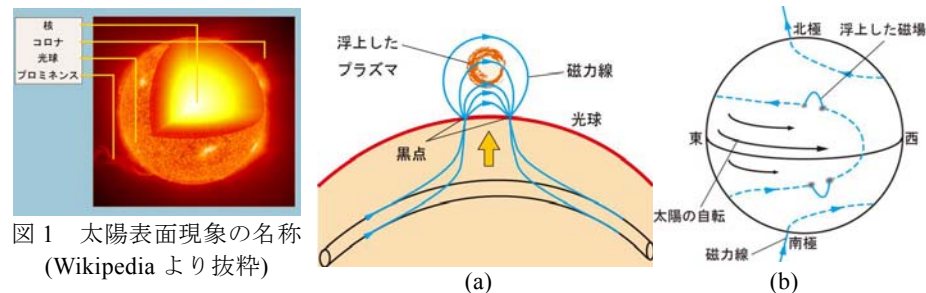


図1 太陽表面現象の名称
(Wikipedia より抜粋)

図2 太陽の磁場構造
(a) KS モデル (b) 差動回転による磁気浮上

2. 関連研究

流体における研究は、近年 CG において重要な研究分野の一つとなっている。Kajiya らは、CG の分野で初めて流体の発展方程式を用いて雲の成長シミュレーションを行う手法を提案した[2]。当時の計算機パワーでは粗いグリッドでしか計算することができず、十分な結果は得られていない。Foster らは、比較的粗いグリッドでもリアルな煙の動きを生成できる手法を提案している[3]。しかし、この手法ではタイムステップを非常に小さくする必要があり、計算コストが高い。Stam は、Navier-Stokes 方程式の移流項の計算に semi-Lagrangian 移流スキームを用いることで、タイムステップが大きい場合でも安定に計算できる手法を提案した[1]。そして、Fedkiw らは Stam の手法を基礎として、数値計算の過程で失われる小さなスケールの渦を表現する vorticity confinement と呼ばれる手法を導入した[4]。太陽のようなプラズマ流体から成る天体を対象とする場合、プラズマ流体と磁界の相互作用が重要になる。磁界をシミュレーションする手法も提案されている[5]が、磁場によって影響を受ける物体は剛体に特化されており、磁場の流体への相互作用を扱った研究は CG の分野では行われていない。

プラズマのように電荷を持った粒子をシミュレーションした例としては、オーロラのビジュアルシミュレーションがある[6, 7]。オーロラも MHD 方程式を基礎として記述されるが、これらの研究においては、電荷を帯びた粒子が作る磁界と、地球の磁場の影響が考慮されていない。そのため、太陽表面の流体の動きには応用できない。

CG による天体の描画においては、主に宇宙から見た地球の描画を目的とした研究が多く提案された[8, 9]。木星の描画[10]では、その表面の模様を再現するために流体計算を行っている。しかし、二次元の流体計算のため、星からガスが噴出する様子は表現できない。

本研究では、Stam の semi-Lagrangian 移流スキームをベースに、太陽のシミュレーションに必要な要素を付け加えた。また流体の圧縮性は流速が音速に近づいて効いてくるものであるが、本研究の対象であるプロミネンスのシミュレーションでは、太陽の表面上での音速は高温のため非常に速いものに対し、流体の移動速度は一般的にはるかに遅いので、本シミュレーションでは流体は非圧縮性として取り扱うものとする。

3. プロミネンス

プロミネンスとは、太陽の下層大気である彩層の一部が、磁力線に沿って、上層大気であるコロナ中に突出したものであり、太陽の縁から赤い炎が立ち昇るように見え

る。プロミネンスは、2種類に大分される。一つは静穏型プロミネンス、もう一つは活動型プロミネンスである。静穏型プロミネンスは数週間にわたって同じような形を保ち、全体の構造はほぼ静止状態にある。このプロミネンス中のガスは数 km/s の速度で表面へと流れ落ちている。一方、活動型プロミネンスは運動状態にあり、数分から数時間で形を変えるか消滅する。運動の速度は数 km/s~2000km/s と幅広く、形はさまざまである[11]。本シミュレーションでは活動型プロミネンスを対象とする。

プロミネンスのモデルと成因については、天文学の諸説のうち、有力かつ実装可能性が高いものを採用する。太陽表面から持ち上げられたプラズマがプロミネンスとして観測されるが、浮上した磁場によってプラズマが支えられているモデルを考える(キッペンハーナー-シュリューター(KS)モデル)(図 2 a)。太陽内部からの磁気浮上の原因は、太陽内部にある強力な磁場が、太陽の自転の差動回転によって磁場浮上が起きる(図 2 b)。この磁場によって表面のプラズマ流体が持ち上げられ、宇宙空間に放出される。放出されたプロミネンスは太陽の自転によるコリオリの力を受けて変形する。

4. シミュレーション

シミュレーション空間を $N_x \times N_y \times N_z$ の三次元ボクセルに分割する。1つのボクセル幅は h である。各ボクセルはプラズマ流体の速度ベクトル \mathbf{u} 、磁場ベクトル \mathbf{B} 、温度 T を状態量として保持する。各状態量は 1 タイムステップ Δt 毎に更新する。

プラズマのような電導性流体の中では流体の運動が磁場の変化をもたらして電流を誘起し、その電流と磁場との相互作用が流体に力を及ぼし、流体の運動自身が変化する。この振る舞いを記述した方程式が MHD 方程式である。太陽におけるプラズマ流体は、その電気抵抗が十分小さく、理想 MHD と呼ばれる近似を用いることができる。我々のシミュレーションでは、以下の MHD 方程式を用いる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \mathbf{f}_{cor}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad (3)$$

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = 0, \quad (5)$$

式(1)は流体の連続の式、式(2)は速度場更新のためのNavier - Stokes方程式で、 p は圧力、 ν は粘性定数、 \mathbf{j} は電流密度を表し、右辺第3項はローレンツ力を表す。また、 \mathbf{f}_{cor} はコリオリ力である。式(3)はFaraday-Maxwellの式で \mathbf{E} は電場の強さを表すが、オームの法則を代入することによって最右辺のように変形することができる。式(4)はAmpereの法則によるもので、 μ_0 は真空中の透磁率を表す定数である。式(5)は温度の発展方程式である。

太陽の磁場は、プラズマ流体の動きを受けてねじれが生じるような複雑な変化をする。この磁場の変化をボクセルで計算するためには、解像度を上げなければならず、計算時間もかかるため効率的とは言えない。我々のシミュレーション方法は、速度場はボクセルで、磁場は流線で計算することで、複雑な磁場を表現でき、MHD方程式を安定的に計算することができる。ここで流線とは、任意の一点から開始点として、磁場ベクトルに沿ってトレースした曲線である。提案法では、指定した数の流線を発生し、その時間変化を計算する。そして、これらの流線を用いて任意の地点・時刻での磁場を補間により算出する。シミュレーションでは、太陽内部から磁場が浮き上がってくる様子を再現し、プロミネンスの噴出を描画する。シミュレーションの初期状態と太陽の各パラメータを図3に示す。シミュレーション空間は、太陽球面でもプロミネンスが発生する部分に限定するため、直交座標系を用いる。

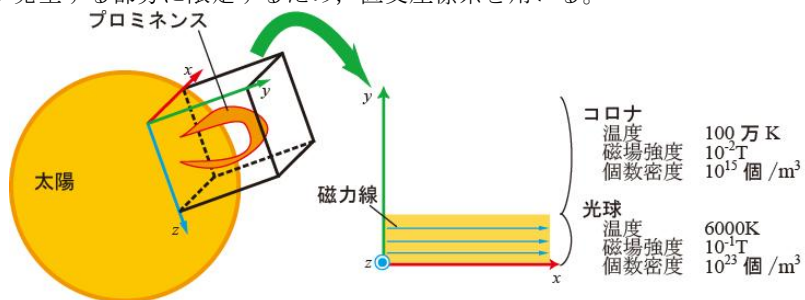


図3 シミュレーションの初期状態

シミュレーションの1タイムステップ中の処理を図4に示す。まず、磁場の流線からボクセルデータに変換する(図4 a)。すなわち、流線から各ボクセル中心での磁束ベクトルを算出する。次に、Stable Fluidsの方法で速度場を更新する(図4 b)。この際、磁場のボクセルデータは速度場の外力であるローレンツ力を計算するために利用する。次に、磁場の流線を速度場によって移流させる(図4 c)。そして、プラズマの流れを表現するために、速度場に沿ってプラズマを表す粒子を移流させる。プラズマ粒子はあらかじめ初期状態において指定した数だけ発生させておくものとする。以下の節で、各状態量の更新についての詳細を説明する。

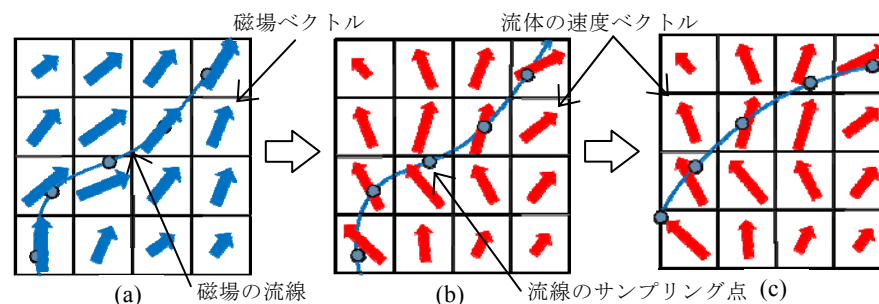


図4 シミュレーションの流れ

4.1 磁場の時間発展

式(3)の磁場の発展方程式を以下のように変形する。

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{B} + \mathbf{u} (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \mathbf{B} (\nabla \cdot \mathbf{u}), \quad (6)$$

式(6)の最右辺第3項はMaxwell方程式の磁束保存の式から0になり、同式第4項は式(1)から0になる。よって、式(6)を整理すると、

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{B} = (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{u}. \quad (7)$$

磁場の計算についてはベクトル場から流線を生成し、流線を直接的に移動・変形させることで実現する。流線は微小区間 dx ごとに分割しサンプリング点を配置しておく。式(7)の左辺第2項は移流項であり、semi-Lagrangian 移流スキームを利用すること

で、流線のサンプリング点を移動させる。次に右辺に残った項を検討する必要があるが、これは輸送したサンプリング点をそのまま接続した場合と、サンプリング点での磁場ベクトルを右辺で更新した場合とで同じ結果が得られるかが問題である。両者の方法での誤差が極めて小さいことを、数式的に示したものは付録を参照して頂きたい。

数値計算では、速度場は時間発展しない条件下で、流線から磁場を構成する方法と、ボクセルで式(7)を解く方法を比較した(表1)。ボクセル計算による磁場ベクトルを真の値、流線によって計算された磁場を評価対象としてRMS誤差を計算した。

表1の結果から、この計算誤差は流線のサンプリング間隔 dx とタイムステップ dt に依存し、それぞれが小さければ、誤差が小さくなることがわかる。したがって、式(7)は、磁場を表す流線を速度場に沿って移流させるだけで計算できる。

表1 流線とボクセルによる磁場発展の誤差 (単位: %)

$dx \backslash dt$	0.1	0.01	0.001
1.0	23.3682	7.4897	1.3763
0.5	11.4603	3.2574	0.5988
0.25	6.5817	2.8531	0.4054

4.2 速度場の時間発展

式(1)と式(2)を用いて速度場を更新する。この計算の基礎はStamの方法[8]による。ここでは式(2)の右辺第3項・第4項の外力について説明する。プラズマ流体に働く力として、一般にローレンツ力 \mathbf{F}_{Lor} が存在する。

$$\mathbf{F}_{Lor} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (8)$$

式(4)による電流密度 \mathbf{j} を代入すると次式を得る。

$$\mathbf{F}_{Lor} = -\frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}. \quad (9)$$

この計算のために各ボクセルにおける磁場ベクトル \mathbf{B} を計算する必要がある。流線の移動によって計算された磁場からボクセルの各点への配分は、加重平均による。

$$\mathbf{B} = \frac{\sum_i w_i \mathbf{B}_i}{\sum_i w_i}. \quad (10)$$

ここで、 \mathbf{B}_i , w_i はそれぞれ、流線の各サンプリング点での磁場と重みを表す。重みはガウシアンによる距離の分布関数を利用した。

また、太陽のような天体の上空大気では、コリオリの力を考慮する必要がある。

$$\mathbf{F}_{Cor} = 2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{u}, \quad (11)$$

ここで、 $\mathbf{\Omega}$ は太陽球面上の各地点での角速度ベクトルである。

4.3 温度の時間発展

式(5)も、semi-Lagrangian 移流スキームを利用する。速度場の更新を行った後、温度の値を移流させることで実装する。温度については、次節で述べるプラズマの可視化の際に利用する。

5. 可視化手法

天文学における観測や天体撮影を行う場合には、地球に届く光を色々なフィルターを通して画像を得る。太陽を撮影するためには、投影装置を用いたり減光フィルターを用いたりして白色光のまま行う方法や、H α フィルターと呼ばれる特定のスペクトルを抽出して観測する方法が採用されている[11]。本研究では、プロミネンスの立体構造を捕らえやすく、また実際に撮影されている画像と似たような色合いを再現するために、H α フィルターを利用した撮影方法を可視化手法に採用する。H α 線は水素原子の線スペクトルのうち、656.28nm の可視光領域に現れ、H α フィルターはこの波長の前後数十 nm を選択的に透過させる特性を持つ。また、太陽は黒体と考えることができ、その放射強度 B はプランク分布関数で与えられることが知られている。

$$B_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/k_B \lambda T) - 1}, \quad (12)$$

ここで、 λ は波長、 T は温度 (式(5)により計算)、 h はプランク定数、 k_B はボルツマン定数、 c は光速である。次に、輝度を H α フィルターで観測できる波長 656.28 \pm 35nm の範囲で積分し、RGB に変換する。

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \int_{656.28 \pm 35} B(\lambda) \begin{bmatrix} r(\lambda) \\ g(\lambda) \\ b(\lambda) \end{bmatrix} d\lambda, \quad (13)$$

ここで、 $r(\lambda)$, $g(\lambda)$, $b(\lambda)$ は RGB 等色関数である。プラズマ流体は粒子の集合とし

でシミュレーションを行い、各粒子の密度はカーネル関数（ガウス分布とした）で表現されている。スクリーン上の密度は各粒子を splatting することにより得られ、各点の密度から式(13)を用いて色が決定される。

6. 実験結果

図5はプロミネンスの発生、宇宙空間への拡散の様子をシミュレーションした結果画像である。(a)~(c)はそれぞれ50タイムステップ後から150タイムステップ後までの50タイムステップ毎の結果である。(d)~(f)は同じタイムステップ後で磁場の流線を同時に描画した様子である。図中の青い線がシミュレーションで用いた磁場の流線である。ボクセル数は $32 \times 32 \times 32$ 、計算時間はIntel Core 2 Duo CPU T8300 (2.40GHz) メモリ4.00GBのPCを用いて、約6fpsであった。

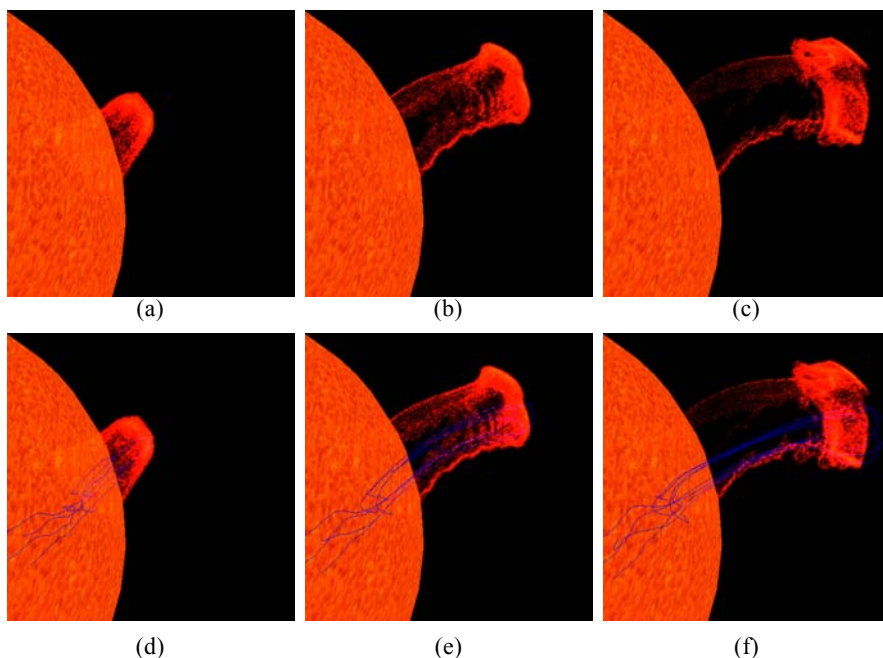


図5 シミュレーション結果

太陽表面からプラズマ流体が噴出していく様子や、コリオリの力を受けて変形していく様子がシミュレーションできている。図6はコリオリの力を考慮した場合(a)と考慮していない場合(b)の100タイムステップ後の結果である。実際の観測でも見られるように、北半球では移動方向に垂直な右向きの力を受け、プラズマ流体もねじれるように変形する。一方、コリオリの力が働いていない場合は単調な上昇になる。

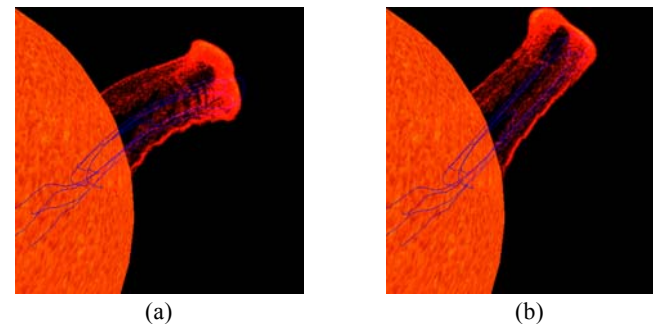


図6 コリオリの力の考慮

(a) コリオリの力あり (b) コリオリの力なし

7. まとめと今後の課題

本研究ではStamの流体計算の手法を応用し、プラズマ流体と磁場との相互作用を記述するMHD方程式について、安定な数値解析を行った。これにより、太陽表面で見られるプロミネンスのようなダイナミクスがシミュレーションできた。また、天体観測で利用されている撮影方法を考慮したレンダリングをすることにより、美しく印象的な太陽のアニメーションを作成した。

今後の課題としては以下の項目が挙げられる。

- ・ プロミネンス以外の太陽表面活動のシミュレーション
- ・ 可視化手法の精度向上
- ・ 高速な計算手法の開発

参考文献

- [1] J. Stam, Stable Fluids, Proc. of SIGGRAPH99, 121-128, 1999.
- [2] J. T. Kajiya and B. P. von Herzen, Ray Tracing Volume Densities, Proc. of

- SIGGRAPH84, 165-174, 1984.
- [3] N. Foster and D. Metaxas, Modeling the Motion of Hot, Turbulent Gas, Proc. of SIGGRAPH97, 181-188, 1997.
- [4] R. Fedkiw, J. Stam, and H. W. Jensen, Visual Simulation of Smoke, Proc. of SIGGRAPH2001, 15-22, 2001.
- [5] B. Thomaszewski, A. Gumann, S. Pabst and W. Strasser, Magnets in Motion, Proc. of SIGGRAPH Asia 2008, 162:1-162:9, 2008.
- [6] 津郷 晶也, 玉木 徹, 金田 和文, 荷電粒子が電磁場から受ける力を考慮したオーロラのシミュレーション, 情報処理学会研究報告 グラフィクスとCAD研究会報告, 31-36, 2009
- [7] G. V. G. Baranoski, J. Wan, Simulating the Dynamics of Auroral Phenomena, Transactions on Graphics, 37-59, 2005.
- [8] T. Nishita, T. Shirai, T. Katsumi, E. Nakamae, Display of The Earth Taking into Account Atmospheric Scattering, Proc. of SIGGRAPH93, 175-182, 1993.
- [9] Y. Dobashi, T. Yamamoto, T. Nishita, A Controllable Method for Animation of Earth-scale Clouds, Proc. of CASA 2006, 43-52, 2006.
- [10] L. Yaeger and C. Upson, Creation of the Planet Jupiter for the Film 2010, Proc. of SIGGRAPH86, 85-93, 1986.
- [11] 桜井隆, 小島正宜, 小杉健郎, 柴田一成, “太陽 シリーズ現代の天文学 第 10 巻”, 日本評論社, 2009

付録 式(6)を提案法で解法する場合の数式的誤差評価

数式によって 4.1 で述べた提案法の誤差が極めて小さいことを示す。付図 1 は問題としている状態を図示したものである。

まず, 更新前の \mathbf{P}_0 から \mathbf{P}'_1 を求める。前提条件は,

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_0 + \mathbf{B}_0 \cdot \Delta x + O(\Delta x^2), \quad (\text{A1})$$

$$\mathbf{P}'_1 = \mathbf{P}_1 + \mathbf{u}_1 \cdot \Delta t + O(\Delta t^2), \quad (\text{A2})$$

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_0 + (\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \mathbf{u}_0 \Delta x + O(\Delta x^2), \quad (\text{A3})$$

式(A2)に式(A1), (A3)を代入して整理すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}'_1 = & \mathbf{P}_0 + \mathbf{B}_0 \cdot \Delta x + O(\Delta x^2) + \mathbf{u}_0 \cdot \Delta t \\ & + (\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \mathbf{u}_0 \Delta x \Delta t + \Delta t O(\Delta x^2) + O(\Delta t^2). \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

次に, \mathbf{P}_0 から \mathbf{P}_1^* を求める。前提条件は,

$$\mathbf{P}'_0 = \mathbf{P}_0 + \mathbf{u}_0 \cdot \Delta t + O(\Delta t^2), \quad (\text{A5})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}'_0 = & \mathbf{B}_0 + \left. \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \right|_{\mathbf{P}_0} \Delta t + O(\Delta t^2) \\ = & \mathbf{B}_0 + (\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \mathbf{u}_0 \Delta t + O(\Delta t^2), \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

$$\mathbf{P}_1^* = \mathbf{P}'_0 + \mathbf{B}'_0 \cdot \Delta x + O(\Delta x^2), \quad (\text{A7})$$

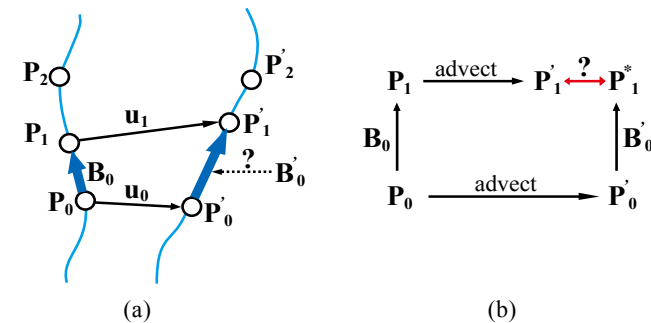
式(A7)に式(A5), (A6)を代入して整理すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_1^* = & \mathbf{P}_0 + \mathbf{u}_0 \cdot \Delta t + O(\Delta t^2) + \mathbf{B}_0 \cdot \Delta x \\ & + (\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \mathbf{u}_0 \Delta x \Delta t + \Delta x O(\Delta t^2) + O(\Delta x^2). \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

ここで見積られる数値誤差は, 式(A4)と式(A8)より,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left| \mathbf{P}'_1 - \mathbf{P}_1^* \right| = O(\Delta x^2) + O(\Delta t^2) + O(\Delta x \Delta t^2) + O(\Delta x^2 \Delta t). \quad (\text{A9})$$

よって, この誤差は磁力線のサンプリング間隔である Δx とタイムステップ Δt が小さいほど少なくなることが示された。



付図 1 流線による時間発展の問題提起

(a) モデル図 (b) 概念図