

圧縮後の信号分布のみに基づく Compressed Sensingのための基底選択の試み

本谷 秀 堅^{†1} 浅井 健 司^{†1}

Compressed Sensing の枠組みにおける動画の圧縮・復元の精度を向上させる基底を、圧縮後の信号のみに基づいて選択する手法を提案する。すなわち、動画を圧縮した信号の部分空間を求め、この部分空間の基底ベクトルを復元することにより、汎用的な基底の線形和に基づく新たな基底系を構築する。この新たな基底系は動画をより sparse に表現し、圧縮対象の動画が含むノイズに対する復元性能向上が期待できる。シミュレーションにより基底系選択の効果を検証したので報告する。

Basis Selection for Compressed Sensing Based only on Compressed Signals

HIDEKATA HONTANI^{†1} and TAKESHI ASAI^{†1}

In this article, we propose a method for improving the performance of compression/decompression of videos in a framework of the compressed sensing. For the improvement, our method selects a new basis based only on a set of compressed videos. The new basis is obtained by decompressing eigenvectors of a subspace of the compressed videos, and would represent the target video more sparsely. Hence, the amount of errors included in the decompressed videos would decrease. We report on some results of simulation experiments.

1. はじめに

Compressed Sensing(CS) は信号を圧縮・復元する技術のひとつであり基礎理論と応用の

両面で近年盛んに研究がなされている。CS においては、多くの場合、元信号をランダムプロジェクトンすることにより圧縮する。元信号を幾つかの異なる仕方でランダムプロジェクトンし、少数の値を計測値として獲得する。ここで獲得する計測値の個数は、サンプリング定理が定める信号復元に必要な計測値の個数よりも圧倒的に少ない。この少数の計測値からの信号の復元は、元信号の sparseness の仮定が成立しているならば、L1 ノルム最小化によって実現できる²⁾(図 1)。

ランダムプロジェクトンに基づく圧縮操作は単純な演算であるため、CPU のような演算装置を必要とせず、センサのハードウェアの機構により物理的に実現することができる。例えば⁵⁾ は、CS に基づいて画像信号を圧縮するイメージセンサを提案している。すなわち、従来の撮像素子におけるフォトダイオードの配列の代わりにマイクロミラーの配列を用意し、それら鏡をランダムに選択して特定の画素値のみを集光する。このことによりランダムプロジェクトンを実現する。また、L1 ノルム最小化の枠組みに基づく各種応用も多数報告されている⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾。

従来の圧縮・復元の枠組みは、圧縮時に元信号の構造解析をおこなうために多数の演算をおこなうことが多い。例えば MPEG における画像圧縮は、圧縮時にブロックマッチングに基づいてフローベクトルを算出したりする。一方、復元に際しては、辞書を参照するような演算が主であり、圧縮時と比べると演算量は少ない。ところが CS の枠組みにおいては、圧縮時に必要な演算はランダムプロジェクトンのみであり、一方復元に際しては L1 ノルム最小化のような多数の演算を必要とする。従来の圧縮・復元法と、その基本戦略が異なることが分かる。

復元に際して仮定する元信号の sparseness とは、元信号をあらかじめ定めた基底系で表現したときに、少ない係数のみで元信号を表現できることである。例えば画像信号をフーリエ基底で表現すると、多くの場合ほとんどの係数がゼロになる。画像や音声など多くの信号において、適切な基底を選択すれば、元信号を sparse に表現できるようになる。元信号の復元率は、元信号が sparse であるほど、より少ない係数で表現できる場合ほど、高くなることが知られている³⁾。このような観点から元信号を表現する基底を選択する研究が幾つかなされている。例えば¹¹⁾ で提案する手法は、複数の直交基底の集合から元信号の sparseness を向上させる基底を選択する。他にも、画像復元などを目的として、その性能を向上させるための基底の辞書を学習する手法が多数提案されている¹⁰⁾¹²⁾。しかし、これら手法は CS の枠組みで圧縮された画像を対象とするものではない。すなわち、非圧縮の画像が与えられた条件のもとで、圧縮や画像解析に有用な基底を選択する手法である。これらの手法を適用

^{†1} 名古屋工業大学
Nagoya Institute of Technology

するには、CS の枠組みで計測をおこなうデバイスとは別に、通常非圧縮の画像を取得するデバイスを必要とする。

一方、CS による圧縮信号のみに基づいた画像処理手法として、例えば、背景差分に基づいた動物体の検出法などを挙げるができる⁶⁾。本稿で提案する手法も、CS の枠組みにより圧縮された信号のみを対象とした画像処理手法である。すなわち、CS の枠組みにより圧縮された画像のみを手がかりに、復元に有用な基底を選択する。提案法においては、圧縮信号の集合の主成分分析をおこない、元信号空間における適切な基底系を構築する。

ランダムプロジェクションされた画像に基づく部分空間法は、酒井により既に提案されており¹³⁾、ランダムプロジェクションの前と後とは、部分空間に基づく認識率に大きな隔たりがないことなどが確認されている。本稿では動画像を対象とし、CS の枠組みで圧縮された複数のフレーム画像の部分空間に基づき、元信号の sparseness を向上させる試みについて報告する。本提案法は元の汎用的な基底系の線形変換の枠内において基底選択をおこなうことにより、選択前とくらべて信号の sparseness が向上し、その効果として画像ノイズに対する復元成功率なども改善する。

2. Compressed Sensing 概略

2.1 直交基底と元信号の sparse な表現

N 次元の計測信号を \mathbf{X} であらわす。例えば計測信号が $H \times W$ の画像であるならば、 \mathbf{X} は全画素値を一列に並べて得られる $N = H \times W$ 次元のベクトルになる。

N 次元の信号空間の基底を ψ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) であらわすとき、 \mathbf{X} は次式のようにあらわせる。ただしスカラー s_i は ψ_i に対応する係数である。

$$\mathbf{X} = s_1\psi_1 + \dots + s_N\psi_N \quad (1)$$

$$= \sum_{i=1}^N s_i\psi_i \quad (2)$$

ここで、 $\Psi = [\psi_1, \dots, \psi_N]$ 、 $\mathbf{S} = [s_1, \dots, s_N]^T$ とおくと式 (2) は、

$$\mathbf{X} = \Psi\mathbf{S} \quad (3)$$

と表すことができる。ただし Ψ は $N \times N$ の行列であり、 \mathbf{S} は N 次元ベクトルである。仮に基底 ψ_i が正規直交基底系であるならば s_i は $s_i = \psi_i^T \mathbf{X}$ である。計測対象の表現 \mathbf{S} のうち信号の表現に利用される要素の少ない状態、すなわち \mathbf{S} の要素のほとんどが 0、または 0 に近い値であることを sparse であるという。ここで、 \mathbf{S} の要素のうち非ゼロ要素の個数を K と置く。

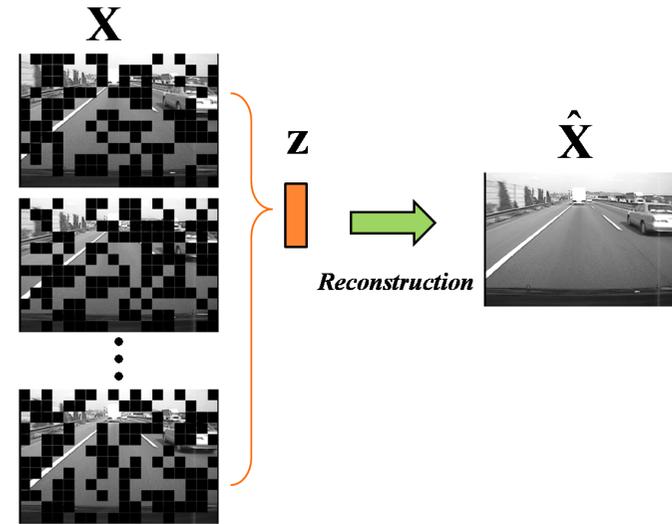


図 1 Compressed Sensing

2.2 ランダムプロジェクションによる計測信号の圧縮

ランダムプロジェクションにより計測信号を圧縮する。ランダムプロジェクションは N 次元計測信号 \mathbf{X} の M 次元空間への射影であり、 $M < N$ である。射影後の M 次元ベクトルの各要素は、元信号 \mathbf{X} の N 個の要素のうちランダムに選択されたものの和である。ランダムプロジェクションにより得られる M 次元ベクトルを \mathbf{z} であらわす。 \mathbf{z} は 0 と 1 がランダムに配置された $M \times N$ 行列 Φ を用いて次式で表される。

$$\mathbf{z} = \Phi\mathbf{X} \quad (4)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X} \quad (5)$$

この行列 Φ を圧縮行列と呼ぶ。ランダムプロジェクションによる圧縮法が有用であるのは、復号する手法が機能するからである。次節において L1 ノルム最小化に基づく復号法を説明する。その復号法を用いるとき、 $M \geq cK \log \frac{N}{K}$ (c は定数) を満たす場合に高精度に復元さ

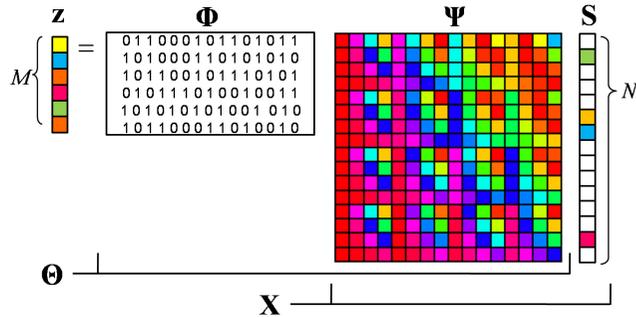


図2 Compressed Sensing 連立方程式模式図

れることが分かっている¹⁾²⁾。

2.3 L1 ノルム最小化による復元

圧縮信号 \mathbf{z} は式 (4) のように表すことができるが、これは式 (3) より

$$\mathbf{z} = \Phi \Psi \mathbf{S} \quad (6)$$

と変形できる。ここで $\Theta = \Phi \Psi$ とすることで

$$\mathbf{z} = \Theta \mathbf{S} \quad (7)$$

と変形し、行列 Θ と係数 \mathbf{S} によって表現する。図2に模式図を示した。

この連立方程式 (7) は、取得した圧縮信号 \mathbf{z} 、既知である基底行列 Ψ 、圧縮行列 Φ 、未知の係数ベクトル \mathbf{S} により構成されている。 \mathbf{z} と Θ より係数 $\hat{\mathbf{S}}$ を推定し基底行列 Ψ との積を求めることにより $\hat{\mathbf{X}}$ を復元する。すなわち、

$$\hat{\mathbf{X}} = \Psi \hat{\mathbf{S}} \quad (8)$$

とすることで復元できる。ただし圧縮信号 \mathbf{z} の次元は M 、計測対象 \mathbf{X} の次元は N であり、 $M < N$ であるため、連立方程式 (7) は劣決定系であり、このままでは解 $\hat{\mathbf{S}}$ を一意に決定することはできない。劣決定系な連立方程式を解く際、適切な拘束条件を付すことにより、妥当な解を一意に決定できるようにする場合が多い。以下、次式で表される問題を考える。

$$\min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}\|_p \text{ subject to } \mathbf{z} = \Theta \mathbf{S} \quad (9)$$

ただし、 $\|\mathbf{S}\|_p$ は \mathbf{S} の p 次ノルムであり、

$$\|\mathbf{S}\|_p = \sqrt[p]{|s_1|^p + \dots + |s_N|^p} \quad (10)$$

で与えられる。

計測信号の表現 \mathbf{S} が sparse であることが既知であるならば、 $\mathbf{z} = \Theta \mathbf{S}$ を満たす解のうち

\mathbf{S} の sparseness を最も高くする解を選択すればよい。 \mathbf{S} の非ゼロ要素の個数は L0 ノルムにより測ることができるため、次式を解けば sparse な解を得ることができる。

$$\min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}\|_0 \text{ subject to } \mathbf{z} = \Theta \mathbf{S} \quad (11)$$

しかし、L0 ノルム推定問題は NP 困難な問題であることが知られており、現実的には式 (11) 解を求めることは困難である。

一方、式 (12) 示す L1 ノルム最小化問題は現実的な時間で解くことが可能であり、なおかつその解は高確率で式 (11) L0 ノルム最小化問題の解と一致することが知られている¹⁾。

$$\min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}\|_1 \text{ subject to } \mathbf{z} = \Theta \mathbf{S} \quad (12)$$

L1 ノルム最小化問題を解く計算方法として、L1 ノルム最小化問題を線形計画問題に置き換えることで解く方法である BP (Basis Pursuit) 法⁷⁾ や、Greedy 法を用いて高速で解くことができる OMP (Orthogonal Matching Pursuit) 法⁸⁾ など様々な解法が提案されている。本稿においては最も基本的な手法である BP 法を用いた。

3. 圧縮空間での基底生成

時間変化する N 次元計測信号 $\mathbf{X}_t (t = 1, 2, \dots, T)$ が、 N 次元空間中の m 次元部分空間で表現できる場合を考える。先に説明した CS の枠組みに基づき、 \mathbf{X}_t をランダムプロジェクションした信号 \mathbf{z}_t を取得する。 $m \ll N$ である場合、あらかじめ定めた基底系 Ψ が妥当であれば、 \mathbf{X}_t の表現 \mathbf{S}_t は sparse になる。 \mathbf{S}_t が sparse であるならば、前節で述べた手法により \mathbf{z}_t から \mathbf{X}_t を復号できる。

ただし、 \mathbf{S}_t の非ゼロ要素の数 K_t の大きさは基底に依存して変化しうる。観測した \mathbf{z}_t の集合に基づき基底系を更新し、 K_t の値をより小さくすることができれば、復号の精度や頑健性の向上が期待できる。 \mathbf{X}_t が図3の (A) に示すように N 次元空間中における m 次元部分空間に表現できると仮定する。このとき圧縮後の信号 \mathbf{z}_t も図3の (B) のように m 次元部分空間で表現できると期待する。CS により対象を圧縮・復元する際、その基底は、Fourier 基底や wavelet 基底など汎用のものが利用される場合が多い。このような汎用の基底系 Ψ を用いているとき、その sparseness K の値は対象の次元 m よりも大きくなりうる。そこで、提案法は \mathbf{z}_t の集合を主成分分析し、圧縮後の空間における \mathbf{z}_t の部分空間の基底を求め、これら基底に基づき対象に特化した N 次元信号空間の新たな基底系を求める。以下、その具体的手続きを説明する。

まず、圧縮前の計測信号 \mathbf{X}_t の部分空間について復習する。信号 \mathbf{X}_t が N 次元空間中の低次元な部分空間に分布していると仮定する。この部分空間は、計測信号の集合 $\mathbf{X}_t (t = 1, 2, \dots, T)$

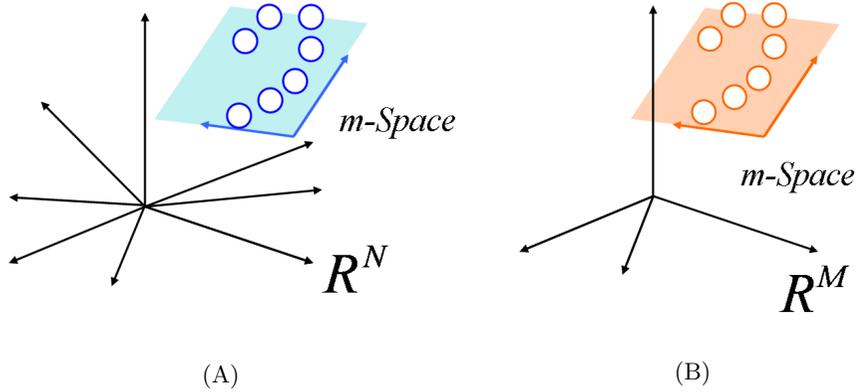


図3 信号は m 次元部分空間に分布

が得られれば、その共分散行列 Σ_O の固有値と固有ベクトルにより求めることができる。

$$\Sigma_O = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})(\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}})^\top \quad (13)$$

ただし $\bar{\mathbf{X}}$ は \mathbf{X}_t の時間平均であり、

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{X}_t \quad (14)$$

である。ただし、本稿では CS の枠組みにより圧縮された信号 $\mathbf{z}_t = \Phi \mathbf{X}_t$ の集合のみが取得できる状況を想定しており、 \mathbf{X}_t の直接的な計測はできないと仮定している。圧縮後の信号 \mathbf{z}_t の部分空間も、通常の主成分分析により得ることができる。すなわち、下記共分散行列の固有値・固有ベクトルを求め、そのうち大きな固有値に対応する固有ベクトルが張る空間を求めればよい。

$$\Sigma_C = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}})(\mathbf{z}_t - \bar{\mathbf{z}})^\top \quad (15)$$

ただし、 $\bar{\mathbf{z}}$ は圧縮信号の全フレームについての平均値であり、

$$\bar{\mathbf{z}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{z}_t \quad (16)$$

である。ここで、 $\Sigma_C = \Phi \Sigma_O \Phi^\top$ である。

ランダムプロジェクトション Φ が元空間の情報を保持する場合、 \mathbf{z}_t の分布も m 次元部分

空間で精度よく表現できることが期待できる。すなわち、元信号の空間において \mathbf{X}_t が分布していたであろう部分空間とその次元 m は、圧縮信号の空間における \mathbf{z}_t が分布する部分空間とその次元から推定できることが期待できる。

そこで提案法は、まず Σ_C の固有値から算出される寄与率により \mathbf{z}_t が分布する部分空間の次元 m とその基底 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m$ を求める。次に、得られた基底に基づき、 N 次元空間における新たな基底系を求める。具体的な手順を以下に示す。

- (1) \mathbf{z}_t の共分散行列 Σ_C の固有値と固有ベクトルに基づき \mathbf{z}_t が分布する部分空間の次元 m とその基底ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_m$ を求める。各固有ベクトルは M 次元ベクトルであり、 m の値は寄与率により定めることとする。
- (2) 各 \mathbf{v}_i を汎用の基底系 Ψ に基づき BP 法により復号し、 N 次元ベクトル \mathbf{u}_i ($i = 1, 2, \dots, m$) を得る。
- (3) 圧縮信号の平均ベクトル $\bar{\mathbf{z}}$ を (2) と同様に復号し、 $\hat{\bar{\mathbf{X}}}$ を得る。
- (4) \mathbf{u}_i および、 $\hat{\bar{\mathbf{X}}}$ より正規直交基底系 $\Psi_{\text{new}} = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$ を作成し、復号に利用する。

上記 (2), (3) の手続きを具体的に述べる。 \mathbf{v}_i から \mathbf{u}_i の復元は、下記問題の解 $\hat{\mathbf{S}}_i$ を求めることにより行われる。

$$\min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}_i\|_1 \text{ subject to } \mathbf{v}_i = \Theta \mathbf{S}_i \quad (17)$$

先に述べたとおり、解の計算には BP 法を利用する。 $\hat{\mathbf{S}}_i$ を用いて、 \mathbf{u}_i は次式により得られる。

$$\mathbf{u}_i = \Psi \hat{\mathbf{S}}_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (18)$$

圧縮信号の復号の際には平均ベクトルが必要である。 $\bar{\mathbf{z}}$ から $\bar{\mathbf{X}}$ の復元を行うには、まず下記問題の解 $\hat{\mathbf{S}}_{\text{ave}}$ を求め、

$$\min_{\mathbf{S}} \|\mathbf{S}_i\|_1 \text{ subject to } \bar{\mathbf{z}} = \Theta \mathbf{S}_{\text{ave}} \quad (19)$$

得られた $\hat{\mathbf{S}}_{\text{ave}}$ より次式により復元しておけば良い。

$$\hat{\bar{\mathbf{X}}} = \Psi \hat{\mathbf{S}}_{\text{ave}} \quad (20)$$

上記の行列 Ψ は、例えば Fourier 基底や wavelet 基底のような汎用の正規直交基底系で構成されていることに注意する。得られた m 本のベクトル \mathbf{u}_i 、および $\hat{\bar{\mathbf{X}}}$ は、互いに直交していない。これら \mathbf{u}_i ($i = 1, 2, \dots, m$) より、 N 次元の正規直交基底 ψ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) を構築する。ここで、 N 次元ベクトルのうち、第 k 成分が 1 でそれ以外の要素が 0 であるベクトルを \mathbf{i}_k であらわすことにする。本稿では、 N 次元正規直交基底を構成するために、

N 本のベクトルの集合 $[\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m, \mathbf{i}_{m+2}, \mathbf{i}_{m+3}, \dots, \mathbf{i}_N]$ に対してグラムシュミットの直交化を行った。

Ψ_{new} を用いた復元には、まず次式の問題をBP法で解き $\hat{\mathbf{S}}_t$ を得る。

$$\min_{\mathbf{S}_t} \|\mathbf{S}_t\|_1 \text{ subject to } \mathbf{z}_t = \Theta_{\text{new}} \mathbf{S}_t \quad (21)$$

ここで $\Theta_{\text{new}} = \Phi \Psi_{\text{new}}$ である。得られた $\hat{\mathbf{S}}_t$ から元信号 \mathbf{X}_t の復元は次式のとおりに得られる。

$$\hat{\mathbf{X}}_t = \Psi_{\text{new}} \hat{\mathbf{S}}_t \quad (22)$$

ところで、得られる $\hat{\mathbf{S}}_t$ の要素は $m+2$ 番目以降は0、または0に近い値であることが予想される。すなわち、 \mathbf{S}_t のうち最初の $m+1$ 成分以外は圧縮信号の生成に寄与しない。このことを積極的に利用する復元法についても記しておく。

行列 Ψ_{new} のうち最初の $m+1$ 列は、 $[\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m]$ を直交化して得られた基底に対応している。これら $m+1$ 列だけを取り出して新たに $N \times m+1$ 行列 Ψ' を構成し、 $\Theta_{\text{new}} = \Phi \Psi'$ とおく。このとき次式は最初の $m+1$ 本の方程式だけが意味を持つ優決定系である。

$$\hat{\mathbf{z}}_t = \Theta_{\text{new}} \mathbf{S}_t \quad (23)$$

よって $\hat{\mathbf{S}}_t$ は Θ_{new} の疑似逆行列 $\Theta_{\text{new}}^\dagger$ によって解くことができる。

$$\hat{\mathbf{S}}_t = \Theta_{\text{new}}^\dagger \mathbf{z}_t \quad (24)$$

4. 実験

人工的な動画像によるシミュレーションにより、提案法の有効性を確認した。動画像のサイズ、フレーム数などを表1に示す。

画像サイズ 縦 × 横 (ピクセル)	フレーム数 (枚)	色形式
14 × 21	50	グレースケール

実験に利用した同画像中の数フレームを図4に示す。実験においては、各フレームをランダムプロジェクトにより圧縮した。圧縮の際に使用した圧縮行列 Φ は毎フレーム同じである。本稿では圧縮後の次元が80の場合の結果を示す。すなわち、 $N = 294$, $M = 80$ である。これら各圧縮画像を、汎用の基底で復元する場合と提案法で構成した基底で復元する場合を比較した。汎用の基底には Fourier 基底を採用した。

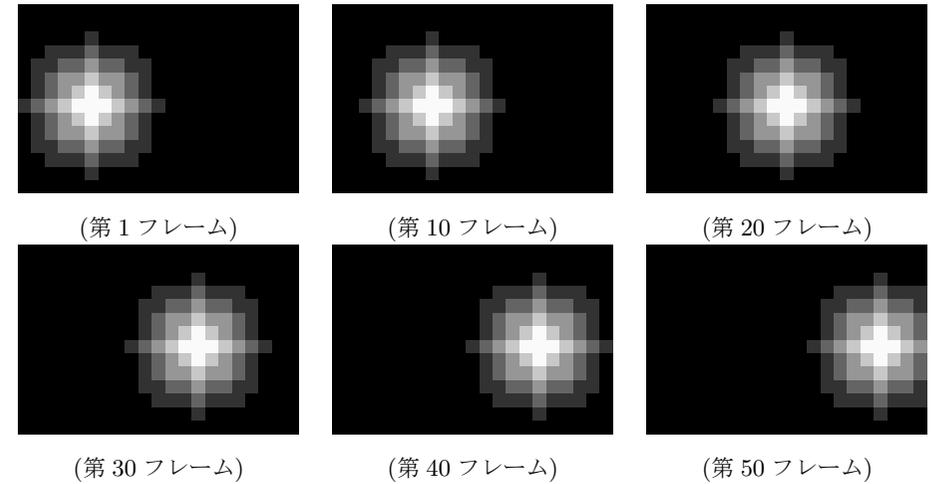


図4 実験に利用した動画像中のフレーム

提案法に基づき当該動画像に特化した基底を計算するために、全フレーム分の圧縮信号 $\mathbf{z}_t (t = 1, 2, \dots, 50)$ を取得し、その分布の主成分分析を行う。図5の(A)に \mathbf{X}_t の固有値の分布を、(B)に \mathbf{z}_t の固有値の分布を示す。図の横軸は固有値の番号、縦軸は各固有値が持つ値の大きさを示す(図5(A)については横軸を80までとした)。 \mathbf{z}_t の固有値より、累積寄与率 $\eta = 0.99$ となる第8固有値までに対応する基底を選択した。よって $m = 8$ である。

つぎに得られた各固有ベクトル $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_8$ と平均ベクトル $\bar{\mathbf{z}}$ を式(17), (18), (19), (20)に基づいて元信号の基底 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_8$ と $\bar{\mathbf{X}}$ に変換する。

復元平均画像を図6の(A)に、復元した第1, 第2, 第3固有画像を図6の(B), (C), (D)に示す。これらはいずれも圧縮信号から得られた復元画像である。一方、比較のために式(14)に示した $\bar{\mathbf{X}}$ と Σ_0 の第1, 第2, 第3固有ベクトルを同図の上段に示す。これらは、CSに基づく撮像をおこなうデバイスでは、直接には得られない画像である。復元固有画像は元の画像空間において計算した固有ベクトルとほぼ一致していることがわかる。

つぎに復元固有画像を基底として採用し、各フレームにつき式(21), (22)を計算することにより圧縮信号を復元した。復元結果を図7の(A)から(D)に示す。比較のために Fourier 基底を採用して復元した結果を上段に示す。いずれの場合にも、元画像をほぼ正確に復元できていることがわかる。これら復元結果の比較を次におこなう。

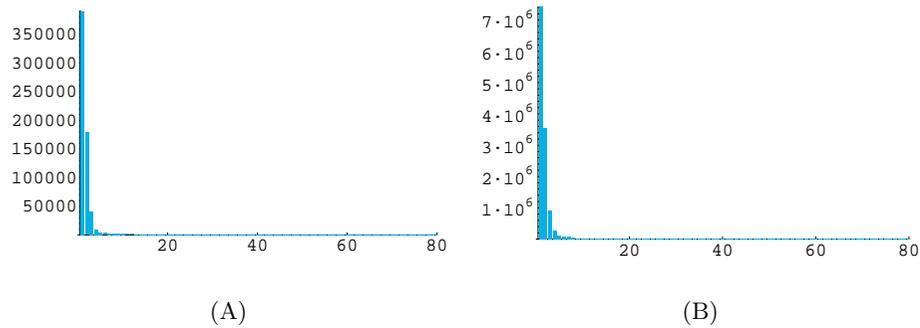


図 5 データの固有値

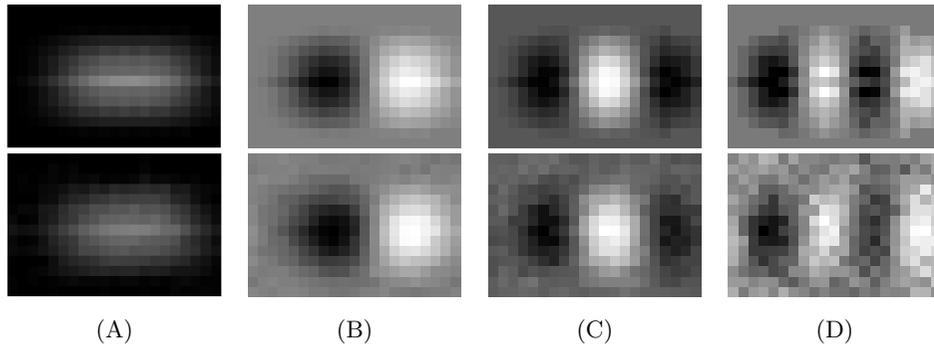


図 6 復元平均・固有ベクトル画像

汎用の基底系を用いた場合と提案法で新たに構築した基底系を用いた場合の sparseness の比較を行う。まず得られた推定係数ベクトル $\hat{\mathbf{S}}$ の要素の分布を図 8 に示す。

sparseness を視覚的に示すために $\hat{\mathbf{S}}$ の第 i 成分を $\hat{\mathbf{s}}_i (i = 1, 2, \dots, N)$ であらわすとき、 $\hat{\mathbf{s}}_i / \|\hat{\mathbf{S}}\|_2$ の値を計算して降順に並べ、 $N = 294$ 要素のうちの上位 100 個を示した。

Fourier 基底の場合を (A) に、新基底の場合を (B) に示した。縦軸が $\hat{\mathbf{s}}_i / \|\hat{\mathbf{S}}\|_2$ の値の大きさを示している。いずれのグラフにおいても、 $\hat{\mathbf{s}}_i$ のほとんどが 0 に近い値であるため、分布が左側に局在している。特に提案法により構築した新たな基底系において強く局在化していることが確認できる。

sparseness の定量評価を行うため、ジニ係数を導入する。ジニ係数 G は数値の分布の値

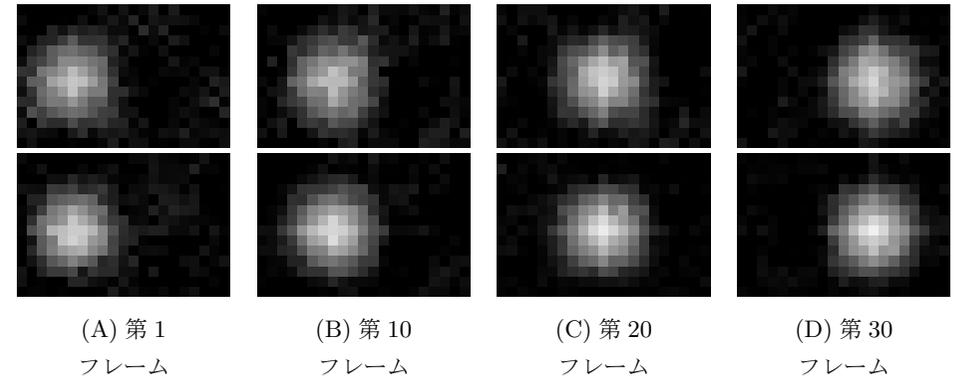


図 7 復元結果 上段：Fourier 基底. 下段：提案法

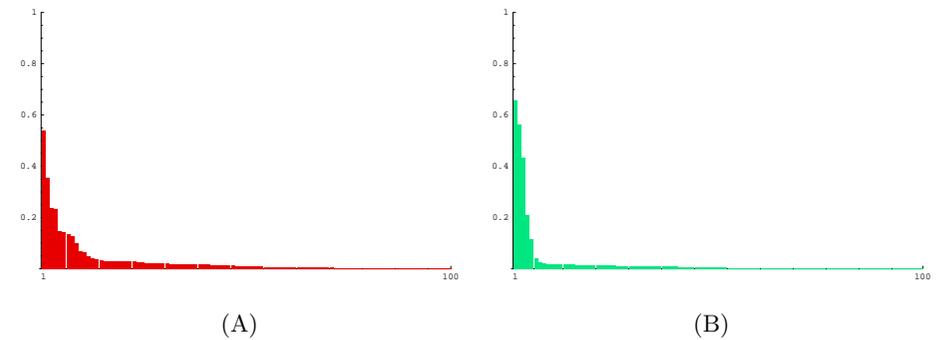


図 8 推定係数ベクトルの値の分布

の大きさの偏りを示す指標である。ジニ係数は 0 から 1 の値をとり、1 に近いほど要素間の値の大きさに偏りがあることを示す。テスト用の 50 枚のフレームのそれぞれについて、 $\hat{\mathbf{s}}_i$ の分布のジニ係数を算出した結果を表 2 に示す。提案法は圧縮信号の空間の解析に基づいて、元信号の sparseness を向上させる基底の選択に成功していることがわかる。

次に、提案法によって新たに生成した基底が Fourier 基底と比較してどの程度対雑音性能が向上させるかを検証する。4.1 節で用いた画像と同じ画像の各ピクセルに、互いに独立な平均 0、標準偏差 σ のガウス雑音を加え、この標準偏差の変化に対する復元精度の変化を調べる。標準偏差は $\sigma = 1$, $\sigma = 10$, $\sigma = 40$ の 3 種類に変化させた。 $\sigma = 1$ の場合の復元結

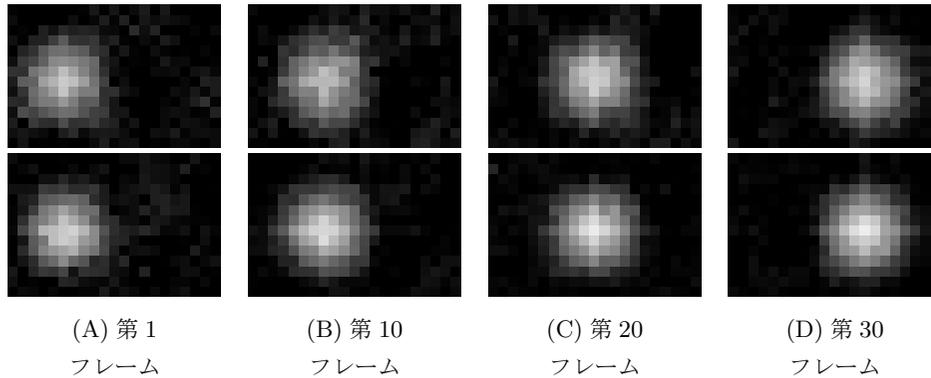


図 9 復元結果： $\sigma = 1$ の場合

果を図 9 に示し、基底画像を図 10 に示す。図 9 では、上段に Fourier 基底による復元結果を示し、下段に提案法による復元結果を示す。目視で確認できる程度に、提案法のほうが画質が良い。図 10 の上段は元画像の主成分分析により得られる基底系であり、下段は提案法により得られた基底系である。固有値の大きな成分に対応する基底ベクトルが一致していることがわかる。同様に図 11 と図 12 に $\sigma = 10$ の結果を示す。Fourier 基底を用いた場合の画質の劣化が顕著である。基底ベクトルの一致度も低下した。

σ の変化に対する sparseness の変化をジニ係数の変化により表 3 に示す。雑音のレベルを高くするのに伴い、ジニ係数は低下していったが、いずれの場合も提案法で求めた基底のほうがジニ係数は高かった。また、復元画像と元画像の誤差の評価値を図 13 に示す。提案法により構築した基底系を用いることにより、復元画像の画質が向上していることがわかる。

5. おわりに

本稿では Compressed Sensing に基づく動画圧縮において、元信号の sparseness を向上させる基底を圧縮後の信号の分布のみに基づいて選択する手法を提案した。提案法は圧縮信号を主成分分析して得た基底ベクトルを元信号へと復元し、それらを直交化することによ

表 2 ジニ係数

	最小値	最大値	平均値
Fourier 基底	0.903	0.925	0.914
新基底	0.942	0.983	0.962

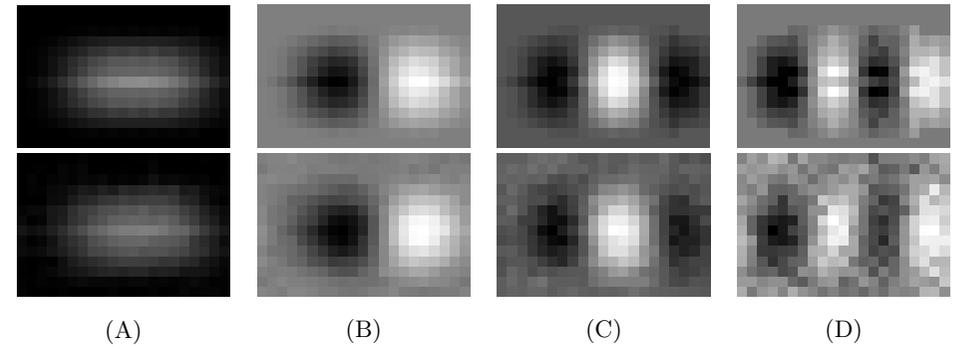


図 10 復元平均・固有ベクトル画像： $\sigma = 1$ の場合

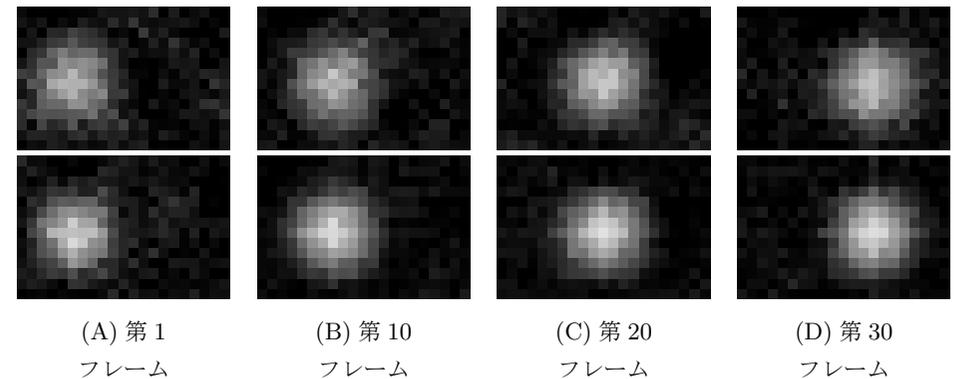


図 11 復元結果： $\sigma = 10$ の場合

り新たな基底系を構築する。提案法は、汎用の基底系を用いる場合よりも sparseness を向上させ、その結果として復号の対雑音性能も向上することを確認した。今後、圧縮信号の分布のより高次の構造に注目する手法について検討していく。

参考文献

- 1) Richard Baraniuk, "Compressive Sensing", IEEE Signal Processing Magazine, 24(4), pp. 118-121, July 2007
- 2) David L. Donoho, "Compressed Sensing", IEEE Trans. on Information Theory, 52(4), pp. 1289 - 1306, April 2006, September 14, 2004

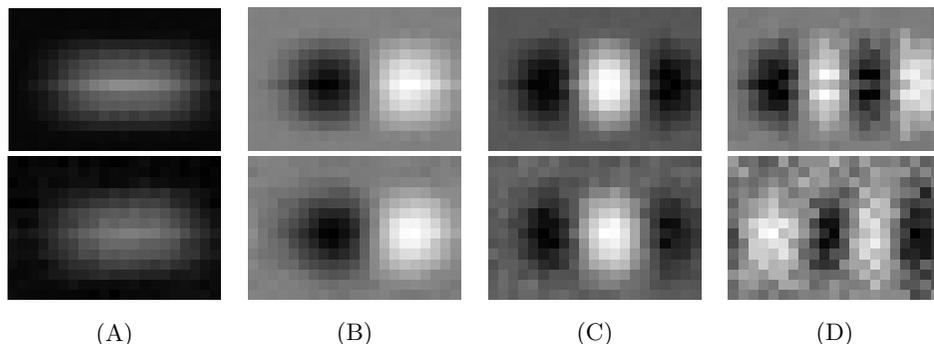


図 12 復元平均・固有ベクトル画像： $\sigma = 10$ の場合

表 3 ノイズ環境下におけるジニ係数
($\sigma = 1$ の場合)

	最小値	最大値	平均値
Fourier 基底	0.904	0.925	0.913
新基底	0.945	0.981	0.963

($\sigma = 10$ の場合)

	最小値	最大値	平均値
Fourier 基底	0.895	0.918	0.910
新基底	0.943	0.961	0.850

($\sigma = 40$ の場合)

	最小値	最大値	平均値
Fourier 基底	0.848	0.890	0.866
新基底	0.899	0.928	0.915

- 3) Richard Baraniuk, "Compressive Imaging A New Framework for Computational Image Processing", June 29, 2006
- 4) Dror Baron, Marco F. Duarte, Michael B. Wakin, Shriram Sarvotham, and Richard G. Baraniuk, "Distributed compressive sensing", November 2005
- 5) Marco F. Duarte, Mark A Davenport, Dharmpal Takhar, Jason N. Laska, Ting Sun, Kevin F. Kelly, and Richard G. Baraniuk, "Single - Pixel Imaging via Compressive Sampling", IEEE Signal Processing Magazine, 25(2), pp. 83 - 91, March 2008
- 6) Volkan Cevher, Aswin Sankaranarayanan, Marco Duarte, Dikpal Reddy, Richard

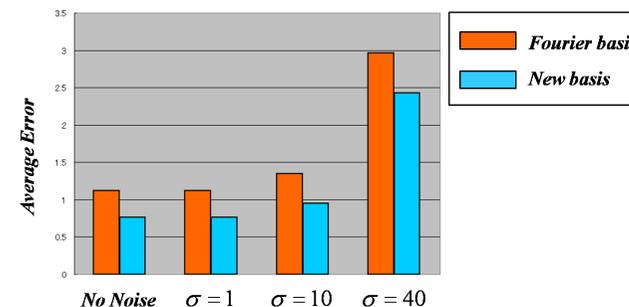


図 13 元画像との平均誤差

- Baraniuk, and Rama Chellappa, "Compressive sensing for background subtraction", European Conf. on Computer Vision (ECCV), Marseille, France, October 2008
- 7) Scott Shaobing Chen, DAVID L. DONOHO, AND MICHAEL A. SAUNDERS, "ATOMIC DECOMPOSITION BY BASIS PURSUIT", SIAM J. Sci. Comput. Volume 20, Issue 1, pp. 33-61, 1998
- 8) Joel Tropp and Anna Gilbert, "Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit.", IEEE Trans. on Information Theory, 53(12) pp. 4655-4666, December 2007
- 9) John Wright, Allen Yang, Arvind Ganesh, Shankar Shastri, and Yi Ma, "Robust face recognition via sparse representation", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, March 2008
- 10) Julien Mairal, Francis Bach, Jean Ponce, Guillermo Sapiro, and Andrew Zisserman, "Discriminative learned dictionaries for local image analysis", IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, Anchorage, Alaska, June 2008
- 11) Gabriel Peyre, "Best Basis Compressed Sensing", July 2007
- 12) Julio Martin Duarte-Carvajalino and Guillermo Sapiro, "LEARNING TO SENSE SPARSE SIGNALS: SIMULTANEOUS SENSING MATRIX AND SPARSIFYING DICTIONARY OPTIMIZATION", May 2008
- 13) Sakai Tomoya, "Monte Carlo subspace method: An incremental approach to high-dimensional data classification", Pattern Recognition, 2008. 19th International Conference, Dec. 2008