

ナイーブ平均場近似を用いた画像修復および 復元度と特徴量の相関

伊藤 里江

お茶の水女子大学 大学院人間文化創成科学研究科

本研究ではナイーブ平均場近似によりノイズを含む二値画像を修復する。その際、いくつかの異なるタイプの画像を用い、それらの復元度と画像モデルとしての特徴量相関について調べる。画像における特徴を目で確認することは可能であるが、写真や文字の特徴の違いを具体的に言葉で表すことは難しいと思われる。そこで直感的にそれらの違いを感じるのではなく、復元度や特徴量を数値データとして表し、さらにその相関関係について数値実験を行う。

Image reconstruction by naive mean field approximation and correlation of reconstruction level and characteristic

Rie Itoh

Graduate School of Humanities and Sciences, Ochanomizu University

In this study, we shall reconstruct binary pictures with noise by the naive mean field approximation. Using some different types of pictures, we investigate the correlation between the reconstruction levels and the characteristics as the image model. The feature of the images could be confirmed by seeing in some sense but it might be difficult to describe the difference between the feature of the photographs and the characters concretely in words. Then, those differences are not felt intuitive but the reconstruction levels and the characteristics can be shown in numerical, and we also see their correlation by numerical experiments.

1 はじめに

デジタルカメラの普及に伴い、写真をパソコン上で手軽に見られるようになった。パソコン上で見るとき写真と文字との違いは明らかであるが、その違いあるいは差を表現する手段は口頭で説明するしかない。また、写真は色が散らばっている傾向にある、文字は色が密集している傾向にあるなど、それぞれ違った特徴を持っているはずであるが、この「特徴の違い」に至っても口頭で説明するのは難しい。

そこで、本研究では特徴を説明するにあたって復元度とテクスチャ特徴量に注目した。復元度とはノイズを含んだ画像を修復した際、どの程度元の画像に近づけたか、を表す指標である。口頭だけでは表せない写真と文字との違いあるいは特徴を説明するもう一つの手段として、ノイズを含んだ2値画像を修復し、復元度と特徴量との2次元データとして表

したときの相関関係についての結果を報告する。その際、写真画像については、さらに詳しくクラスタリングを試みる。

2 平均場近似

2.1 ナイーブ平均場近似

まず本研究で用いられる平均場近似について簡単に紹介しよう。惑星の運動関係などのように運動学・力学的に影響しあっているものを多体系と呼び、そのような多体の相互作用を解くことは困難とされている。そこで、平均場近似はそのような多体問題を一体問題に帰着させる近似として用いられる。物理学においては前述のように直感的に導入されることが多いが、統計モデルにおいては高速計算可能なグ

ラフの性質を用いて一般の分布に対する近似アルゴリズムとして用いられる。

2つの分布 $P(x), Q(x)$ 間の近さを測る量として KL (Kullback-Leibler) ダイバージェンス

$$KL(Q, P) = \sum_x Q(x) \ln \frac{Q(x)}{P(x)}$$

を用いる。KL ダイバージェンスを用いることにより、要領よく近似手法を導くことができる。ここで、テスト分布を

$$Q(x) = \prod_{l=1}^N Q_l(x_l)$$

とし、 $Q(x)$ についての平均操作を

$$\langle \cdot \rangle_Q = \sum_x \prod_{l=1}^N Q_l(x_l) (\cdot)$$

と表記する。このときポテンシャル関数

$$\phi(x) = K \sum_{(i,j)} x_{i,j} (x_{i+1,j} + x_{i,j+1}) + F \sum_{(i,j)} y_{i,j} x_{i,j}$$

の $Q(x)$ から測った KL ダイバージェンスは

$$\begin{aligned} KL(Q, P) &= \sum_x Q(x) \ln \frac{Q(x)}{P(x)} \\ &= - \langle \phi(x) \rangle_Q + \sum_{l=1}^N \sum_x Q_l(x_l) \ln Q_l(x_l) \\ &\quad + \ln \sum_x \exp[\phi(x)] \end{aligned}$$

で与えられる。これを最小化するように $Q_l(x_l) (l = 1, 2, \dots, N)$ を決めることをナイーブ平均場近似と呼ぶ。

2.2 ナイーブ平均場近似の応用

本研究ではノイズを含む2値画像に対して、ナイーブ平均近似を適用する。

2値変数 $x_{i,j} = \pm 1$ に関する1体分布関数はその平均値 $m_{i,j}$ を用いて

$$Q_{i,j}(x_{i,j}) = \frac{1 + m_{i,j} x_{i,j}}{2}$$

と表すことができる。これをテスト分布としたとき、画像修復におけるポテンシャル関数について真の分

布との KL ダイバージェンスは

$$\begin{aligned} KL(Q, P) &= -K \sum_{(i,j)} m_{i,j} (m_{i+1,j} + m_{i,j+1}) \\ &\quad - F \sum_{(i,j)} y_{i,j} m_{i,j} + \sum_{(i,j)} \frac{1 + m_{i,j}}{2} \ln \frac{1 + m_{i,j}}{2} \\ &\quad + \frac{1 - m_{i,j}}{2} \ln \frac{1 - m_{i,j}}{2} + \ln \sum_x \exp[\phi(x)] \end{aligned}$$

となる。最小化が必要なので、この極値条件を求めることにより、平均値 $m_{i,j}$ に関する非線形連立方程式

$$m_{i,j} = \tanh \left[\frac{1}{T} \{ K(m_{i+1,j} + m_{i,j+1} + m_{i-1,j} + m_{i,j-1}) + F y_{i,j} \} \right]$$

にまとめられる。ただし、 K は画像における同じ階調値の最近接画素対の本数、また F は p を劣化確率として、 $F = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1-p}{p} \right)$ とする。

T をまず十分大きな整数に固定して反復法により数値的に解き、その解 $m_{x,y}$ を前の T よりも小さく取り再度同じ操作を繰り返す。アニーリングつまり、ある一定の値から少しずつ値を落としていく作業を用いて $T = 1$ となったときに得られる収束解を $x_{i,j}$ の事後分布に関する平均解とみなす。

3 テクスチャ特徴量

次に、テクスチャに関するいくつかの特徴量について述べよう。テクスチャは濃度や色の2次元的な変化パターンで、領域の持つ重要な特徴の一つである。テクスチャ特徴の最も簡単なものとして、テクスチャ領域の濃度ヒストグラムや濃度の平均や分散などが挙げられる。

一般に、画像中の二つの画素の組における濃度の配置具合を調べることによりテクスチャ特徴を表現できると考えられている。その一手法として、濃度共起行列をもとにしたテクスチャ特徴計算法がある。

濃度 i からある一定の位置関係 $\delta = (DX, DY)$ だけ離れた点の濃度が j である確率を

$$P_\delta(i, j) \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

として、濃度共起行列は定義される。もちろん、すべての共起行列は対称行列となっている。

すべての δ に関して濃度共起行列を計算することは、画像中のすべての2次統計量を計算したことに同値であるが、それでは情報量が多すぎる。そこで画像の特徴量の代表として、以下のような量を用いられることが多い。

$$(1) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \{P_{\delta}(i, j)\}^2,$$

$$(2) \sum_{k=0}^{n-1} k^2 \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \{P_{\delta}(i, j)\}_{|i-j|=k} \right\},$$

$$(3) - \sum_{i=1}^n i \cdot \sum_{j=1}^n \{P_{\delta}(i, j)\},$$

$$(4) \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n i \cdot j P_{\delta}(i, j) - \mu_x \mu_y}{\sigma_x \sigma_y}.$$

ただし、

$$\mu_x = \sum_{i=1}^n i \cdot \sum_{j=1}^n P_{\delta}(i, j),$$

$$\mu_y = \sum_{j=1}^n j \cdot \sum_{i=1}^n P_{\delta}(i, j),$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (i - \mu_x)^2 \cdot \sum_{j=1}^n P_{\delta}(i, j),$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (j - \mu_y)^2 \cdot \sum_{i=1}^n P_{\delta}(i, j).$$

本研究では、画像中の濃度差に着目することから、(2)の特徴量を用いることにした。

4 復元実験

4.1 ナイーブ平均場近似による復元

4.1.1 実験概要

5% から 30% まで 5% 刻みでランダムにノイズを混入して原画像を劣化させ、その画像に対してナイーブ平均場近似を用いて復元した。また、本研究で扱う画像は2値画像とし、 $T = 7$ から 0.1 ずつ値を落としてアニーリングを行った。

4.1.2 実験結果

以下写真と文字の画像において、一例としてそれぞれ 30% のノイズを入れた状態の画像と復元して

できた画像を示す。

ノイズが入っている状態と比べて、復元後は見えづらい箇所はあるものの、どのような写真であるかは確認できるようになった。文字に至っては文字以外の領域に除去しきれない点もいくつかあるが、ほぼ原画像と近い状態にまで復元できていると言えるだろう。



体身長
重長

図 1: 原画像

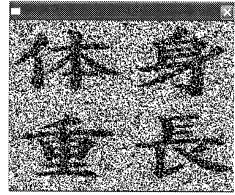
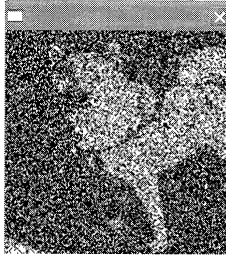


図 2: 30% のノイズ

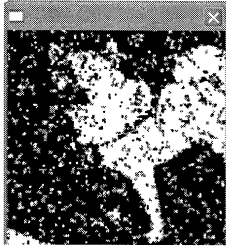


図 3: 修復画像

4.2 復元度と特徴量

4.2.1 実験概要

得られた近似解を $x_{i,j}^*$ とするとき復元度は

$$(\text{復元度}) = \frac{(x_{i,j} = x_{i,j}^* \text{ となるピクセル値の数})}{(\text{総画素数})}$$

で与える。復元を行い復元度と特徴量を算出し、グラフに表した。さらに、写真の群についてはk-means法を用いてさらに細かいクラスに分類した。そして各クラスに2次元正規分布を当てはめることにより、AICを用いて最適なクラス数の推定も行った。

4.2.2 実験結果

文字の群としてグラフ上においてははっきりと違いが現れた。写真の群においてはクラスタリングした結果、クラス数が2のとき $AIC = 33.97$, クラス数3では $AIC = 43.56$, また、クラス数4では $AIC = 54.81$ となった。したがって、本研究で用いた写真では2クラスに分類するのが最適であると推定される。

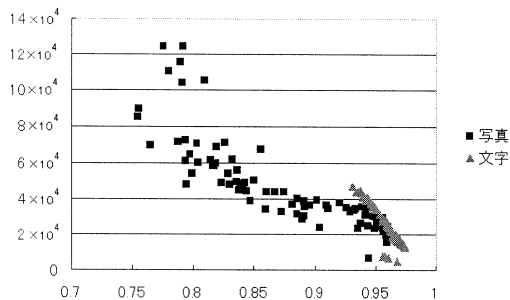


図 4: 写真と文字のグラフ

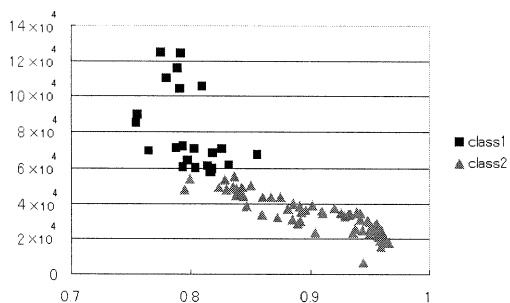


図 5: 2 クラスの場合

5 まとめ

写真と文字とでは修復していく過程において、数値上に明らかな違いが表れること、k-means法により写真の中にもそれらの特徴により、異なるグループに分類されることが分かった。復元率を見てみると、文字の方がかなり良い数値である、すなわち原画像とは近い値で復元されているという結果も出た。

また、パソコン上の文字であっても書体の異なる手書きの文字であっても一種の「文字」として扱われることが実験により分かった。

6 今後の課題

復元度と特徴量をプロットする際、今回は平均を取ってクラスタリングしたが、その妥当性については今後の検討課題であろう。また、写真と文字との違いを比較する手段としてさらに良いものはないのか、という追究をしていきたい。

手書き文字をパソコンに取り込む際、人それぞれ特徴があるため誤った文字として認識される場合がある。現在、郵便局の住所読み取りの機械に使われている手法に文字をノーマライズしてパターンマッチング法を用いるというものがあるが、その手法に対して本研究を応用することは可能ではないだろうか。個人の文字の特徴をノイズとして考え、そこにナイーブ平均場近似を用いて復元し、復元度や特徴量から正しいと思われる文字を推定させることも可能かもしれない。したがって、本研究では一様にノイズを入れたが局所的にノイズを入れた場合にどのような状況が生じるか等、今後の課題としたい。

参考文献

- [1] 汪金芳, 田栗正章, 手塚集, 樺島祥介, 上田修功, 計算統計 I — 確率計算の新しい手法 —, 岩波書店
- [2] 田村秀行 監修, コンピュータ画像処理入門, 総研出版